

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Иркутский национальный исследовательский технический университет»**

На правах рукописи

*Л.С.Хвощевская*

**ХВАЩЕВСКАЯ Любовь Фёдоровна**

**ПОВЫШЕНИЕ СОБИРАЕМОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ НА  
ОСНОВЕ КОНФИГУРАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАЗМЕРНОЙ ЦЕПИ**

Специальность 2.5.6. Технология машиностроения

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, профессор  
Журавлёв Диомид Алексеевич

Иркутск – 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ СОБИРАЕМОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ .....	12
1.1 Точность сборки и методы её достижения .....	12
1.2 Проблема обеспечения собираемости и допуски .....	15
1.3 Геометрические условия собираемости.....	19
1.4 Перспективные направления в решении проблемы обеспечения собираемости .....	21
1.5 Основные методы достижения точности замыкающего звена размерной цепи сборки: сравнительный анализ .....	31
Выводы по главе 1 .....	39
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ ТОЧНОСТИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ДЕТАЛЕЙ В ТРЁХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ .....	40
2.1 Геометрические допуски и геометрические характеристики расположения элементов деталей в трёхмерном пространстве .....	40
2.2 Точностные параметры геометрических характеристик расположения элементов деталей в трёхмерном пространстве .....	44
2.3 Разработка необходимых условий для обеспечения точности расположения геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве .....	45
2.3.1 Разработка необходимых условий точности геометрических характеристик ориентации .....	45
2.3.1.1 Допуск перпендикулярности линии (оси) относительно базовой плоскости .....	45
2.3.1.2 Допуск перпендикулярности линии (оси) относительно комплекта баз .....	47
2.3.1.3 Допуск параллельности линии относительно базовой плоскости .....	49

2.3.1.4 Допуск параллельности плоскости относительно базовой плоскости .....	51
2.3.2 Разработка необходимых условий точности месторасположения элементов деталей в трёхмерном пространстве .....	53
2.3.2.1 Позиционный допуск точки .....	53
2.3.2.2 Позиционный допуск линии .....	55
2.3.2.3 Допуск соосности оси .....	58
2.4 Классификация необходимых условий точности расположения в трёхмерном пространстве элементов деталей .....	61
Выводы по главе 2 .....	63
<b>ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА КОНФИГУРАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАЗМЕРНОЙ ЦЕПИ СБОРКИ И ЕЁ РАСЧЕТ .....</b>	<b>64</b>
3.1 Бикватернионы: основные понятия .....	64
3.2 Классификация погрешностей сборки .....	68
3.3 Конфигурационная модель размерной цепи .....	70
3.4 Аналитическая модель конфигурационной размерной цепи .....	72
3.5 Расчётные формулы КРЦ сборки .....	74
3.6 Интегральная оценка точности расположения геометрических элементов изделия на основе КРЦ .....	75
3.7 Оценка точности геометрических характеристик расположения методом «наихудшего случая».....	79
3.8 Сопоставление проектной и расчётной зон геометрических допусков расположения .....	80
3.9 Некоторые аспекты в оценке точности расположения геометрических элементов изделия вероятностным методом .....	83
3.9.1 Многомерное нормальное распределение сборки .....	84
3.9.2 Прогнозирование доли годных сборок при расчёте вероятностным методом .....	85

3.9.3 Изучение влияния корреляции на точность прогнозирования доли годных сборок .....	88
3.10 КРЦ и оптимизация конструкторско-технологической подготовки производства изделий .....	92
Выводы по главе 3.....	96
ГЛАВА 4. ОЦЕНКА СОБИРАЕМОСТИ ИЗДЕЛИЯ НА ОСНОВЕ КРЦ. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ .....	98
4.1 Технология анализа пространственных размерных связей в изделии с учётом допусков расположения.....	98
4.2 Оценка собираемости изделия, состоящего из шести однотипных пластин .....	99
4.3 Оценка собираемости узла типа «вал-втулка» в изделии «Каретка» .....	106
4.3.1 Анализ условий собираемости узла типа «вал-втулка» .....	106
4.3.2 Анализ размерных связей узла типа «вал-втулка» изделия «Каретка» на основе КРЦ .....	110
Выводы по главе 4.....	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	121
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	125

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность темы

Машиностроение является ведущей отраслью государства, которая определяет возможность развития других отраслей. Именно машиностроительное производство способствует повышению благосостояния общества, резко увеличивает производительность труда, повышает качество продукции, обеспечивает обороноспособность государства.

Одна из ключевых проблем, стоящих перед современным машиностроением – создание сложных, конкурентоспособных машин в заданные сроки при минимальных расходах и с требуемым качеством.

Стратегии развития промышленности РФ на период до 2025 года предполагают импортозамещение, рост экспорта продукции, а также выведение на международный рынок новой продукции, соответствующей мировому уровню качества.

Показатели качества изделий формируются при проектировании и проявляют себя на протяжении всего жизненного цикла изделия: в процессе изготовления, сборки и при эксплуатации. Анализ современного состояния проблемы качества в машиностроительном производстве показывает, что 90% от всех отказов изделий происходит по причине их некачественной сборки, а 85% производственных затрат определяется на стадии проектирования. Уровень автоматизации сборки не превышает 8%.

Существующие в настоящее время организация и применяемые методы проектирования и разработки новых изделий не соответствуют требованиям скоростного создания высокотехнологичных конструкций. Современные условия требуют перехода к скоростным высокоэкономичным методам создания изделий и проектированию их технологических характеристик.

Четвёртая индустриальная революция («Индустрия 4.0») ставит перед машиностроительной промышленностью грандиозные задачи, решение которых по-

требует, прежде всего, автоматизации производства, то есть грядёт значительная трансформация сборочного производства.

Основным направлением технического прогресса современного сборочного производства являются интегрированные производственные комплексы, позволяющие комплексно решать задачи производства, начиная от проектирования изделий, технологии, оборудования и оснастки с использованием соответствующих систем автоматизированного проектирования, управления технологическими процессами сборки через АСУТП и до управления производством в целом посредством АСУ.

Таким образом, повышение научно-технического уровня сборочного производства и качества изделий машиностроения в соответствии с современными новыми требованиями, предъявляемыми к точности и надёжности изделий – важнейшая государственная задача. Необходимым условием повышения эффективности сборки и качества выпускаемых изделий машиностроения является разработка научно-обоснованных технологий, позволяющих совершенствовать существующие и создавать новые методы проектирования и сборки изделий требуемого качества с минимальными затратами труда. Проблема правильного назначения допусков на основные геометрические характеристики деталей и их элементов становится особенно актуальной. Размерный анализ сборки с учётом пространственных допустимых отклонений элементов деталей, входящих в изделие, а также математические инструменты для его проведения, создающие общую платформу для взаимодействия инженера-конструктора и инженера-технолога, – ключевые элементы в решении проблемы обеспечения собираемости, а, следовательно, качества и конкурентоспособности изделий машиностроения.

### **Степень разработанности**

Проблемам точности и изучению сборочных размерных связей посвящены работы многих исследователей: Дунаева П.Ф., Карепина П.А., Балакшина Б.С., Корсакова В.С., Исаева С.В., Непомелуева В.В., Задориной Н.А., Безъязычного В.Ф., Замятина В.К., Базрова Б.М., Богущкого М.Е., Губаря В.А., Демина

Ф.И., Косова М.Г., Кузьмина В.В., Маврикиди Ф.И., Березина С.Я., Молчанова В.В., Замятина А.В., Масягина В.Б., Шамина В.Ю., Гусевой Р.И., Шустера В.Г., Ильицкого В.Б., Филькина Д.М., Расторгуева Г.А., Скворцова А.В., Журавлёва Д.А., Шабалина А.Н., Гаера М.А., Яценко О.В., Калашникова А.С., Whitney D.E., Chase K.W., Ghie W., Laperriere L., Desrochers A., Polini W. и многих др.

Анализ многочисленных исследований показал, что на сегодняшний день проблема анализа пространственных размерных связей в изделиях с учётом допусков является недостаточно изученной. Существующие математические инструменты для анализа пространственных размерных связей в сборочных единицах не позволяют учитывать пространственные допустимые отклонения геометрических элементов изделия на ранних стадиях проектирования и управлять точностью ключевых геометрических характеристик компонентов на протяжении всего ЖЦИ.

Можно выделить несколько основных проблем пространственного анализа: математические модели и методы, а также технологии анализа, учитывающие современные требования к проектированию и изготовлению изделий.

**Цель работы и задачи исследования:** разработка технологии анализа пространственных размерных связей в изделиях машиностроения с учётом допусков на основе конфигурационной модели размерной цепи изделия (коротко КРЦ) для повышения собираемости.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

- проанализировать источники погрешностей, возникающих при сборке изделий машиностроения, и установить их взаимосвязь;
- разработать математическую модель конфигурационной размерной цепи изделия и формулы для её расчёта;
- разработать необходимые условия для обеспечения выполнения технических требований к расположению геометрических элементов изделий в трёхмерном пространстве;

- разработать интегральную оценку точности расположения критических элементов изделия на основе КРЦ;
- разработать технологию анализа пространственных размерных связей изделия с учётом допусков на основе КРЦ для повышения собираемости;
- провести практическую реализацию разработанной технологии пространственного анализа размерных связей в сборочных единицах с учётом допусков на основе КРЦ.

**Область исследования** соответствует специальности 2.5.6.

**Объект исследования:** сборка изделий машиностроения.

**Предмет исследования:** пространственные размерные связи в изделиях машиностроения с учётом допусков.

#### **Научная новизна исследования**

Разработан подход к анализу точности ключевых геометрических характеристик расположения элементов изделий машиностроения в трёхмерном пространстве, основанный на использовании конфигурационной модели размерной цепи и бикватернионов.

**Теоретическая значимость работы** состоит в следующем:

1. дана классификация погрешностей сборки, установлена их взаимосвязь;
2. получены аналитические условия для формализации общих технических требований к расположению (ориентации, месторасположения) геометрических элементов изделия в трёхмерном пространстве;
3. введено понятие конфигурационной размерной цепи и с использованием аппарата бикватернионов построена математическая модель КРЦ, а также получены формулы для её расчёта и интегральная оценка точности расположения критического элемента изделия на основе КРЦ, что позволяет:

- получить более точную количественную оценку точности расположения критического геометрического элемента изделия с учётом пространственных допустимых отклонений в трёхмерном пространстве;



- решать не только задачу анализа пространственных размерных связей в изделиях с учётом допусков, но и задачу синтеза допусков, а, следовательно, и задачу их оптимизации;
  - использовать для достижения точности ключевой геометрической характеристики расположения элемента на основе КРЦ метод полной взаимозаменяемости (метод «наихудшего случая») и метод неполной взаимозаменяемости (вероятностный, статистический);
  - управлять точностью пространственного расположения критического геометрического элемента изделия на протяжении ЖЦИ;
4. допуск расположения аналитически определён максимальными значениями параметров, описывающих точность расположения конечного звена КРЦ, а геометрически он определён двумя векторами: вектором кумулятивных ошибок эйлерова поворота конечного звена КРЦ и вектором кумулятивных ошибок перемещения конечной точки КРЦ;
5. обоснована необходимость использовать различные способы оценок (нелинейной, линеаризованной) угловых отклонений элементов в анализе. Показано, что, для получения более точных результатов анализа предпочтительнее использовать нелинейный способ оценки угловых отклонений, если отношение абсолютной величины углового отклонения к линейному размеру элемента превышает 0,01.
6. обоснована необходимость учёта коррелированности выходных точностных параметров изделия при оценке доли годных сборок на основе линеаризованной модели КРЦ. Установлено, что: а) при увеличении абсолютного значения коэффициента корреляции наблюдается рост относительной ошибки при прогнозировании доли бракованных сборок без учёта ковариации, причём, чем ближе абсолютное значение линейного коэффициента корреляции к единице, тем значительнее становится ошибка; б) при расширении поля рассеивания влияние корреляции на оценку доли «успешных» сборок снижается.

## **Практическая значимость работы**

Разработанный подход к анализу пространственных размерных связей в изделиях с учётом допусков позволит повысить собираемость изделий машиностроения за счёт:

- повышения качества изделий, обусловленного комплексным учётом в анализе источников погрешностей и общих технических требований, предъявляемых к пространственному расположению геометрических элементов сборочных единиц в процессе их изготовления и сборки, а также получения более точных оценок расположения критических элементов изделия с учётом допусков в трёхмерном пространстве;
- улучшения технологичности изделий на основе назначения научно обоснованных допусков расположения, а также достижения требуемой точности расположения ключевых геометрических элементов в изделиях в трёхмерном пространстве уже на стадии геометрического проектирования;
- повышения качества проектирования на основе возможности для параллельной разработки мероприятий конструкторско-технологической подготовки и сборки изделий, а также возможности для управления точностью пространственного расположения ключевых геометрических элементов изделия на протяжении всего ЖЦИ.

Разработанные математические инструменты и технология анализа точности расположения критических элементов с учётом допусков для повышения собираемости изделий машиностроения, а также разработанные рекомендации могут быть полезны КБ предприятий, занимающихся проектированием изделий машиностроения, а также в учебном процессе.

## **Методы исследования и достоверность результатов**

В исследованиях были использованы: математическое моделирование с использованием аппарата бикватернионов, методы технологии машиностроения, теории машин и механизмов, аналитической механики, теории векторного анализа, аналитической геометрии, теории стандартизации и метрологии.

Теоретические исследования, результаты и предложенные подходы были подтверждены аналитическими расчётами и публикациями.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Погрешности сборки, их классификация и взаимосвязь.
2. Конфигурационная модель размерной цепи изделия и её расчёт.
3. Необходимые (аналитические) условия точности расположения геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве с учётом технических требований.
4. Интегральная оценка точности расположения критических элементов изделия на основе КРЦ.
5. Технология пространственного размерно-точностного анализа изделий машиностроения на основе КРЦ для повышения собираемости.

### **Апробация работы**

Основные положения диссертационной работы были представлены, и получили поддержку на международных и российских научно-технических конференциях: международная научно-практическая конференция «Тенденции развития науки и образования» (Тамбов, 31 июля, 2015 г.); 1-ая международной научно-практической конференция «Технология машиностроения и материаловедение» (Новокузнецк, апрель, 2017 г.); X международная научно-техническая конференция «Авиамашиностроение и транспорт Сибири» (Иркутск, 21-26 мая, 2018 г.); XII международная научно-техническая конференция «Авиамашиностроение и транспорт Сибири» (Иркутск, 27 мая, 2019 г.); III Международная научная конференция «MIP: Engineering-III-2021: Модернизация, Инновации, Прогресс: Передовые технологии в материаловедении, машиностроении и автоматизации» (Красноярск, 29-30 апреля, 2021 г.); VIII Международная научная конференция «Проблемы механики современных машин» (Улан-Удэ, 4-9 июля, 2022 г.).

### **Публикации**

Результаты диссертационной работы изложены в 14 научных работах, из них 7 публикаций – в журналах, рекомендованных ВАК.

# ГЛАВА 1. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОБЛЕМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ СОБИРАЕМОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

## 1.1 Точность сборки и методы её достижения

В машиностроении ввиду большой трудоёмкости работ преобладают механические сборки.

С проектирования сборки начинается создание изделия. Задача сборки — реализация пространственной (положение относительно друг друга и базовых осей координат) и силовой (вид и конструктивное исполнение соединений) взаимосвязей деталей и элементов сборочной оснастки (при ее использовании) с целью получения изделия требуемой формы и качества.

В настоящее время проблема точности сборок резко обострилась, чему способствует ряд объективных причин. К ним относятся:

1. Высокие темпы научно-технического прогресса привели к появлению принципиально новых видов изделий, усложнению их конструкции, созданию и освоению сложных технологических систем.

2. На международном рынке усилилась конкуренция, которая зависит от уровня цен и качества предлагаемой продукции.

3. На современных машиностроительных заводах детали, как правило, изготавливают независимо друг от друга в одних цехах, а собираются узлы и изделия — в других. Такая организация производства изделий стала возможной благодаря осуществлению научно-технических мероприятий, объединяемых понятием «принцип взаимозаменяемости».

Точность сборки — один из важнейших технико-экономических показателей качества изделия. Повышение точности сборки узлов увеличивает значения показателей безотказности и долговечности механизмов и машин. Например, при повышении точности деталей шарикоподшипника и уменьшении зазоров в нем от 20 до 10 мкм срок его службы увеличивается с 740 до 1200 ч.

Повышение качества сборочных единиц на современном этапе развития отечественного машиностроения достигается преимущественно за счет совершенствования технологии сборочного процесса и ужесточения контроля всех нормируемых характеристик сборки (зазоров, натягов, соосности и углов перекоса собираемых деталей, радиальных и торцовых биений, сборочных усилий, моментов затяжки резьбовых соединений, плотности и герметичности соединений, уравновешенности деталей, параметров технологического оборудования и оснастки, режимов сборки и т.п.).

Параметры, характеризующие точность как изделия в целом, так и его конструктивных и сборочных элементов, устанавливаются, исходя из служебного назначения изделия.

Брак в изделии может быть обусловлен рядом факторов, среди которых [95]:

- неточные размеры, форма и взаимное расположение поверхностей сопрягаемых деталей;
- некачественная обработка сопрягаемых поверхностей, что ведет к снижению жесткости стыков и нарушению герметичности;
- неточная установка и фиксация сборочных единиц в процессе сборки;
- некачественная пригонка и регулировка сопрягаемых сборочных единиц изделия;
- нарушения условий и режимов выполнения сборочных операций;
- геометрические неточности сборочного оборудования, приспособлений и инструментов;
- неточная настройка сборочного оборудования;
- тепловые деформации деталей под действием остаточных напряжений в их материале.

Качество сборочной единицы (изделия) определяется, прежде всего, точностью её геометрических характеристик, таких как зазоры (натяги), соосность, углы перекоса собираемых деталей, радиальные и торцовые биения и т.п.

Геометрическая точность сборочной единицы непосредственно влияет на качество выполнения ими служебного назначения и эксплуатационные характеристики. От неё зависят надежность не только самой детали, но и экономичность, производительность, уровень вибраций и шума всей конструкции, что в совокупности характеризует качество продукции.

Геометрическая точность характеризуется следующими основными показателями [95]:

1. точностью относительного движения исполнительных поверхностей;
2. точностью расстояний между исполнительными поверхностями или заменяющими их сочетаниями поверхностей и их размеров;
3. точностью относительных поворотов исполнительных поверхностей;
4. точностью геометрических форм исполнительных поверхностей (включая макрогеометрию, под которой понимают отклонения реальной поверхности от правильной геометрической формы в пределах габаритных размеров этой поверхности; например, отклонение плоской поверхности от плоскостности, поверхности цилиндра, конуса, шара от их геометрических представлений, и волнистость);
5. шероховатостью исполнительных поверхностей (микрогеометрия).

Очевидно, что геометрическая точность сборки должна закладываться конструктором при разработке изделия, а обеспечиваться технологиями изготовления деталей и сборки. Возможные пространственные положения деталей, достигаемые при сопряжении множества поверхностей, должны быть рассчитаны ещё до сборки, то есть на стадии проектирования.

Основным методом обеспечения геометрической точности узла (изделия), а, следовательно, и его собираемости является метод взаимозаменяемости. Этот метод предусматривает необходимость соответствующего расчёта допусков на

отдельные параметры элементов и размеры деталей, а также гарантию их получения при изготовлении этих элементов.

Полная взаимозаменяемость является целью большинства проектов по обеспечению собираемости изделий не только в машиностроении, но и в самолётостроении, приборостроении и т.д.

При полной взаимозаменяемости процесс сборки сводится к простому соединению деталей. Это работа не требует высокой квалификации; появляется возможность применять поточный метод производства, значительно упрощается ремонт, создаются условия для широкой специализации и кооперирования заводов.

Сложность в решении задачи обеспечения полной взаимозаменяемости определяется множеством факторов, влияющих на точность сборки, а также масштабностью и сложностью конструкции сборочной единицы, особенностями применяемых технологий. Обеспечение геометрической точности изделия предполагает, прежде всего, комплексный учет в размерно-точностном анализе пространственных отклонений геометрических элементов деталей, входящих в изделие. В результате этого обеспечивается взаимозаменяемость деталей и технологичность конструкции.

Таким образом, обеспечить требуемое качество изделия, его собираемость означает иметь возможность создать изделие с учетом геометрических и размерных вариаций его компонентов в трёхмерном пространстве, обладающее свойством полной взаимозаменяемости. Установление правильного соотношения номинальных размеров деталей и их допустимых отклонений в ответственных размерных связях изделия – один из способов достижения этих целей.

## **1.2 Проблема обеспечения собираемости и допуски**

Собираемость изделия – это совокупность свойств конструкции, технологического процесса изготовления и организации сборочного производства, обеспе-

чивающих достижение заданных технических требований к собранному изделию и его функционирование [58].

На собираемость деталей оказывает влияние большое количество различных факторов: размерные, точностные, жесткостные, геометрические, кинематические, а также силовые и динамические параметры сборочного процесса.

Собираемость обеспечивается способностью сопрягаемых деталей входить при сборке в сборочную единицу, а сборочных единиц – в изделие без каких-либо пригоночных работ, не предусмотренных технологическим процессом [29].

Традиционными способами обеспечения качества изделий являются повышение геометрической точности деталей, повторные сборки и длительный цикл доводки.

При производстве изделий чрезвычайно важен обоснованный выбор допусков, поскольку составляющие изделие геометрические элементы (точки, линии (оси), поверхности) должны занимать одна относительно другой определенное, соответствующее служебному назначению положение. Геометрические и размерные допуски необходимы для выбора станка, для процесса планирования производства и для процессов измерения в процессе производства, а также для качества конечного контроля деталей и изделия в целом. Методы сборки также сильно обусловлены функциональными требованиями.

Для обеспечения собираемости очень важно достичь компромисса между функциональными требованиями в процессе проектирования и на этапе производства.

Инженеры-конструкторы часто назначают «узкие» допуски, чтобы обеспечить собираемость и функционирование своих конструкций. Производители предпочитают «широкие» допуски, чтобы изготовить детали было проще и дешевле. Поэтому назначение допусков является важным связующим звеном между проектированием изделия и его изготовлением, общим местом встречи, на котором могут быть разрешены конкурирующие требования конструкторов, проектировщиков и технологов.



Поскольку вариации присущи любой инженерной системе, то управление ими – важнейшая часть любой инженерной деятельности – играет основную роль при проектировании, а допуски являются важной частью процесса проектирования и ключом к изготовлению качественного изделия.

Несмотря на то, что назначение допусков на компоненты сборки признается всеми как обязательное условие для достижения необходимых функциональных требований сборки, взаимосвязь между значениями этих допусков и корректной работой конечного изделия до сих пор остается неясной и требует более детального рассмотрения.

Также проблемой при обеспечении собираемости является понимание причин и последствий размерных и геометрических вариаций, а также проблема полной и точной реализации функциональных требований в процессе его проектирования и изготовления. Эффективных инструментов для оказания помощи конструкторам в назначении оптимальных допусков и отслеживании кумулятивных (накопленных) эффектов геометрических и размерных вариаций компонентов сборки уже на стадии проектирования сегодня не существует, поскольку современные САД-системы ограничиваются номинальной геометрией, а допуски поддерживаются только в виде текстовых атрибутов, прикрепленных к геометрическим объектам.

Совершенно ясно, что для создания качественного изделия неприемлемо произвольно назначать допуски, поскольку эффекты от такого отношения к допускам являются далеко идущими (рис. 1.1). Мало того, что допуски и вариации влияют на собираемость изделий и узлов, но также они влияют на себестоимость изделия, выбор технологического процесса, оснащение, настройку, требуемые навыки оператора, контроль и измерения, а также лом и доработку. Допуски также напрямую влияют на работоспособность изделия и надежность конструкции, то есть на эксплуатационные характеристики изделия. Некачественные изделия не являются конкурентоспособными на рынке.

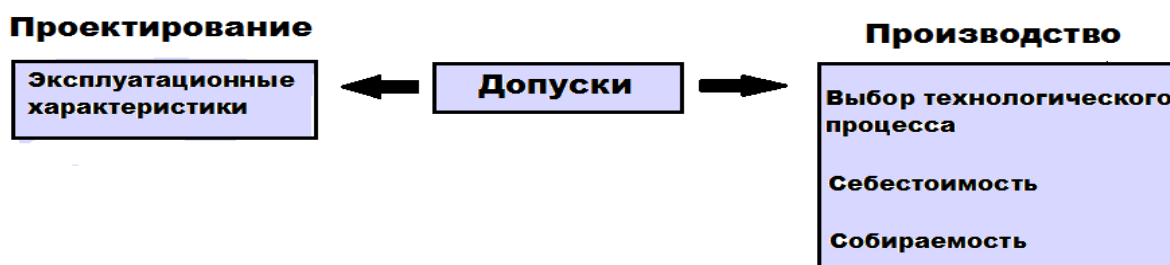


Рисунок 1.1 – Эффекты допусков

Существующая практика назначения допусков показывает, что допуски рассчитываются вручную или, чаще, назначаются по опыту конструктора и указываются в виде аннотаций к трехмерной модели, а также являются сравнительно жёсткими. Поэтому не выдерживаются в производственных условиях без соответствующей пригонки деталей при сборке. Это приводит к ситуации, когда признанные годными детали не обеспечивают качества изделия.

Возможность обеспечения качественной сборки зависит от многих факторов, основным из которых является точность пространственного ориентирования сопрягаемых поверхностей, а также точность их размерных и геометрических характеристик.

Существенное влияние на собираемость оказывают погрешности относительного расположения поверхностей (непараллельность, неперпендикулярность и т.д.), возникающие при обработке базовых деталей (станины, рамы, корпуса и т.д.). Наряду с погрешностями механической обработки детали на собираемость машин оказывают влияние погрешности, возникающие непосредственно в процессе их сборки, особенно крупных узлов, что обусловлено пониженной жесткостью многих деталей, возникновением деформаций от внутренних напряжений и т.п. Детали на сборочной позиции должны располагаться так, чтобы они могли свободно войти в соединение при любых размерах в пределах установленного допуска.

Очевидно, что, при проектировании сборки необходимо иметь возможность устанавливать и анализировать определённое соотношение между допусками на

основные характеристики сборки и допусками (размерными, геометрическими) на её конструктивные элементы.

Установление правильного соотношения номинальных размеров деталей и их пространственных допустимых отклонений в ключевых размерных связях изделия – один из способов достижения собираемости. Поэтому при конструировании механизмов, проектировании технологических процессов, выборе средств и методов измерений, т.е. для обеспечения нормальной работы машины или любого другого изделия возникает необходимость в проведении качественного трёхмерного размерного анализа сборочных единиц с учётом пространственных отклонений компонентов, который поможет выявить причины несовершенства конструкции на ранних стадиях проектирования. Именно с его помощью возможно достичь определенного, соответствующего служебному назначению взаимного расположения составляющих деталей и их поверхностей в трёхмерном пространстве, правильного соотношения взаимосвязанных размеров и допустимых отклонений анализируемых параметров деталей, а также обеспечить собираемость деталей и узлов без подгоночных работ и, следовательно, с минимальными затратами на их изготовление и сборку.

Таким образом, обеспечение собираемости изделий с учётом пространственных допустимых отклонений компонентов на стадии проектирования является нетривиальной задачей. Это объясняется ещё и тем, что цели назначения допусков на разных стадиях жизненного цикла изделия различны.

### **1.3 Геометрические условия собираемости**

Для обеспечения собираемости необходимо, прежде всего, выполнение геометрических условий собираемости.

Геометрические условия собираемости деталей – это такие максимально допустимые значения параметров деталей, при которых возможно их сопряжение [29].

Возможность осуществления сборки узла (изделия) зависит от ряда факторов, основными из которых являются точность пространственного ориентирования сопрягаемых поверхностей собираемых деталей перед их сопряжением и точностью совмещения сопрягаемых поверхностей собираемых деталей по сопрягаемым контурам. Для этого необходимо чтобы оси или центры этих деталей были относительно скоординированы (совмещены), а контуры относительно сориентированы.

Относительное ориентирование предполагает процесс совмещения контуров сопрягаемых поверхностей при их относительном разворачивании в плоскости, перпендикулярной направлению их соединения. Точность взаимного ориентирования зависит от конструктивных параметров сборочного оборудования и размерных параметров собираемых деталей. В общем случае взаимная ориентация подразумевает нахождение такого относительного расположения сопрягаемых поверхностей деталей, при котором при любых отклонениях их размеров, находящихся в поле допусков произойдет их беспрепятственное сопряжение.

Наличие двух этапов совмещения сопрягаемых поверхностей сопрягаемых деталей предопределяет схему и конструктивное решение сборочного оборудования, а также качественную и количественную сторону определения их точности. Первичная погрешность относительного ориентирования определяется погрешностью установки деталей перед их сопряжением и зависит от точности изготовления собираемых деталей, выбранной схемы базирования этих деталей, размерной, кинематической и динамической точности рабочих органов сборочного оборудования.

Суммарная погрешность  $\Delta_{\Sigma}$  установки соединяемых деталей на сборочной позиции определяется отклонением их от номинального положения. С параметрами конструктивных элементов суммарная погрешность  $\Delta_{\Sigma}$  связана следующей зависимостью [84]:

$$\Delta_{\Sigma} = f(\Delta_{\delta}, \Delta_{\varepsilon}),$$

где  $\Delta_{\delta}$  – погрешность относительного базирования собираемых деталей (погрешность координирования осей (центров) собираемых деталей на позиции сборки);  $\Delta_{\varepsilon}$  – накопленная погрешность сборочной позиции (погрешность относительного ориентирования сопрягаемых контуров).

Накопленная погрешность  $\Delta_{\varepsilon}$  сборочной позиции определяется параметрами собираемых деталей. К этим параметрам можно отнести, например, зазоры, длину присоединяемой детали, углы фасок, шероховатость сопрягаемых поверхностей, углы перекоса осей и ряд других конструктивных и технологических факторов.

Сопряжение двух деталей может быть произведено лишь тогда, когда суммарная погрешность  $\Delta_{\varepsilon}$  установки деталей на сборочной позиции не превышает значения допустимого смещения  $q_0$  контуров сопрягаемых поверхностей, то есть должно выполняться условие:

$$\Delta_{\Sigma_{\max}} \leq q_0.$$

Если это условие не выполняется, то сопряжения может не произойти.

Таким образом, при конструировании узла и проектировании технологического процесса сборки необходимо установить определённое соотношение между значениями допустимой и действительной суммарными погрешностями конструктивных элементов сопрягаемых деталей на сборочной позиции.

#### **1.4 Перспективные направления в решении проблемы обеспечения собираемости**

Анализ современного этапа развития машиностроения показывает, что работа по обеспечению точности сборки проводится по следующим направлениям:

1. в области конструирования машин – по линии создания технологичных конструкций деталей, узлов и машин, выбора наиболее рациональных компенсаторов, обеспечивающих сборку машин без пригоночных работ;

2. в области разработки технологии – по линии правильного выбора баз и получения требуемой точности обработки деталей, полной обработки деталей в механических цехах, создания рациональных технологических процессов сборки машин;
3. в области производства – по линии строгого соблюдения технологии, получения высокого качества изготовления деталей, заготовок своего производства, а также узлов с кооперированных заводов;
4. в области автоматизации проектирования сборки – по линии создания САТ-систем ([англ. computer-aided technologies](#)) в концепции «цифровое предприятие».

Размерный анализ сборки один из важнейших инструментов создания качественных машин, способных с высокой надёжностью функционировать в течение всего срока эксплуатации.

Взаимосвязи размеров деталей (их геометрических элементов) и пространственных допустимых отклонений, регламентирующих расположение деталей (их геометрических элементов) узла или изделия в трёхмерном (или двумерном) пространстве будем называть пространственными размерно-точностными связями узла (изделия).

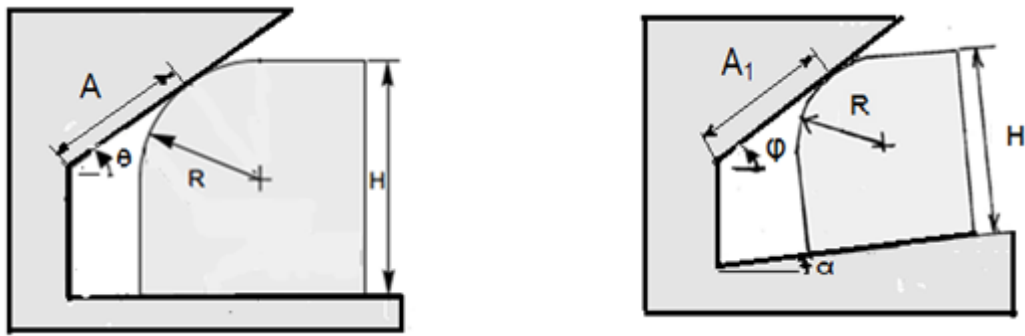
Полноценный размерный анализ, учитывающий пространственные отклонения компонентов в изделии, позволит достичь правильного соотношения взаимосвязанных размеров и допустимых отклонений анализируемых элементов деталей, а также обеспечить собираемость деталей и узлов без подгоночных работ и, следовательно, с минимальными затратами на их изготовление и сборку.

Пространственный размерный анализ должен обеспечить требуемую точность функциональных параметров изделий и увязать между собой допуски на основные характеристики разных этапов жизненного цикла конструкции.

Классическая теория размерного анализа сборки основана на расчёте скалярных размерных цепей, звенья которых являются абсолютно жёсткими и не учитывают погрешностей расположения геометрических элементов компонентов

сборки. Поэтому вероятность точного определения сборочных размеров весьма мала.

Пример проблемы анализа точности сборки в двумерном случае приведён на рисунке 1.2 (а, б). Предположим, что для успешности сборки «блок с пазом+скруглённый блок» необходимо контролировать размер  $A$ . Детали, поступающие на сборку, имеют производственные погрешности, поэтому при сопряжении деталей «блок с пазом» и «скруглённый блок» расстояние  $A$  будет изменяться из-за присутствия геометрической погрешности на нижней поверхности паза.



а) номинальная сборка

б) сборка при наличии  
производственной погрешности

Рисунок 1.2 – Пример двумерной проблемы анализа точности сборки

Очевидно, что более сложной является проблема размерного анализа сборки в трёхмерном пространстве. Пример трехмерной проблемы достижения точности сборки показан на рисунке 1.3. Сборочная единица, состоит из четырёх однотипных прямоугольных пластин. Детали (пластины), поступающие на сборку, имеют геометрические погрешности, которые при сопряжении пластин приведут к тому, что высота сборочной единицы будет иметь значительный разброс в зависимости от места измерения.

Полноценный трехмерный анализ с целью обеспечения собираемости должен учитывать эффект накопления отклонений геометрических элементов отдельных деталей сборки, а также влияние погрешностей, возникающих при соединении деталей из-за геометрических отклонений сопрягаемых поверхностей.

Эти типы вариаций влияют на окончательный результат анализа, также как и вариации размеров для различных размеров каждой детали.

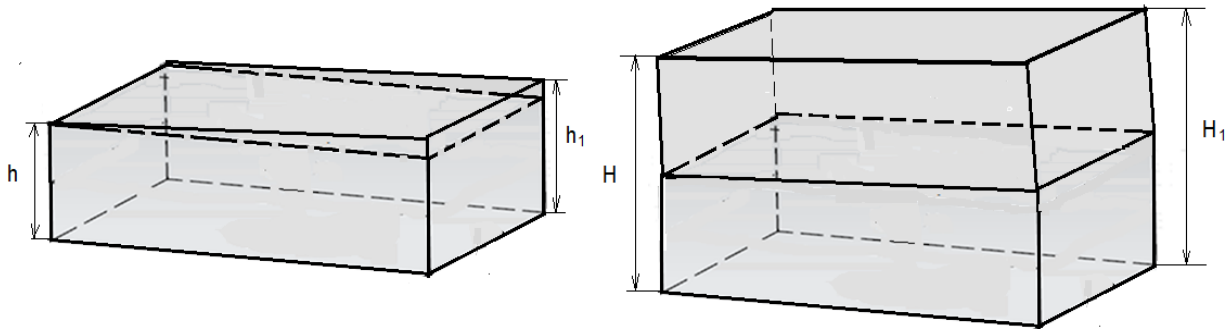


Рисунок 1.3 – Проблема размерного анализа сборки в трёхмерном пространстве

Анализ отечественной литературы показывает, что при проведении размерного анализа используются линейные размерные цепи, и методы оценки точности замыкающего звена размерной цепи разработаны для этих цепей. Методология линейного размерного анализа изложена в «РД 50-635-87. Методические указания. Цепи размерные. Основные понятия. Методы расчёта линейных цепей».

Основы линейного размерного анализа были заложены в трудах Бородачёва Н.А. [21-23], Дунаева П.Ф. [53-55], Балакшина Б.С. [10-11], Базрова Б.М. [8-9]. Проблемы размерного анализа и точности сборки рассматриваются в работах Карпина П.А. [74-77], Замятина А.В. [66], Корсакова В.С. [105, 106], Исаева С.В. [68,69], Гусевой Р.И. [45], Расторгуева Г.А. [102], Сандалски Б.П. [103], Березина С.Я. [17], Абрамова К.Н. [1,2], Ашихмина В.Н. [7], Шамина В.Ю. [126], Емельянова С.Г. [56], Задориной Н.А. [67], Непомилуева В.В. [96- 98], Безъязычного Б.Ф. [13-16], Масыгина В.Б. [88-90], Филькина Д.М. [117], Гусевой Р.И. [45], Сулова А.Г. [95], Вартанова М.В. [26] и многих других.

Суть подхода к пространственному размерному анализу изложена в монографии Дунаева П.Ф. [54]. Он отмечает, что в машиностроении на каждую степень свободы устанавливается свое техническое требование. Например, непараллельность оси вращения шпинделя токарного станка направляющим станины задается отдельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях; перпендикулярность оси вращения шпинделя сверлильного станка рабочей поверхности стола



задаётся отдельно в параллельном и перпендикулярном направлениях направляющей станины; точность расстояния между осями вала редуктора и вала цепного транспортёра задается отдельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Во всех случаях общая погрешность между сопрягаемыми элементами не устанавливается. Так, например, для случая перпендикулярности оси вращения шпинделя вертикально-сверлильного станка рабочей поверхности стола будут иметь место две плоскостные размерные цепи со звеньями-угловыми размерами. Если же задать общее требование, например, к перпендикулярности оси вращения шпинделя рабочей поверхности стола, то получим одну пространственную цепь.

С этой точки зрения точность расстояния между осями вращения зубчатых колес в передаче необходимо задавать суммарно на расстояние между осями, а не на расстояние между осями координат. Точность совпадения осей валов, принадлежащих двум соединяемым узлам, также целесообразно задавать в виде общей нормы, не разделённой на два направления.

Пространственная цепь со звеньями-линейными размерами раскладывается на три линейные цепи, расположенные перпендикулярно. По трём координатным направлениям определяются номинальные размеры и частные погрешности. Полная погрешность  $\Delta_{\Sigma}$  определяется по формуле [54]:

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{(\Delta_{x_{\Sigma}})^2 + (\Delta_{y_{\Sigma}})^2 + (\Delta_{z_{\Sigma}})^2},$$

где  $\Delta_{x_{\Sigma}}$ ,  $\Delta_{y_{\Sigma}}$ ,  $\Delta_{z_{\Sigma}}$  – частные погрешности.

Совершенствованию теории размерного анализа на основе кромочной модели детали типа тел вращения посвящены исследования Масыгина В.Б. [88-90]. Решение задачи размерного анализа на основе кромочной модели проводится с использованием геометрических моделей объектов размерного анализа, а расчёт линейных технологических размеров предлагается осуществлять на основе использования матрицы смежности.

Масягин В.Б. в [90] отмечает следующие проблемы при проведении размерного анализа: 1) расчёт конструкторских и технологических размеров, отклонений расположения выполняется отдельно, без учёта взаимного влияния отклонений; 2) расчёт точности сборки также выполняется отдельно для размеров и отклонений расположения, не учитывается влияние отклонений расположения отдельных деталей на точность сборки; 3) размерный анализ, расчёт размерных цепей машины отличается высокой трудоёмкостью из-за многочисленности размерных цепей.

Автоматизированные методы анализа, рассматриваются в работах Аввакумова В.Д. [3], Филькина Д.М. [118], Скворцова А.В. [107-108], Шамина В.Ю. [127,128], Анкина А.В. [5], Гаер М.А. [33], Журавлева Д.А. [60, 64], Калашникова А.С. [71] и др.

Работы А.Н. Божко [18-20] посвящены методам синтеза оптимальной последовательности сборки, моделированию механических связей изделия и разработке структурных моделей собираемости с использованием гиперграфов.

Филькин Д.М. [117, 118] использует матрицы однородных преобразований для получения уравнений пространственной размерной цепи и решения задачи синтеза при автоматизированном проектировании.

В зарубежных исследованиях используется для анализа отклонений аппарат матриц [129-134].

Проблема обеспечения собираемости сборочных единиц с учётом пространственных отклонений компонентов сборки при автоматизированном проектировании рассматривается в работах группы исследователей под руководством Журавлёва Д.А. Для решения задачи обеспечения собираемости предложен дифференциально-геометрический подход к проектированию сборочных единиц, основы которого заложены в работе [60] и далее развивались в работах [30-35, 59, 61-65, 71, 125, 127]. Допуски разделены на 3 основные группы [60]: 1) допуски взаимного расположения (они характеризуются векторами и ортогональными матрицами, задающими связь реперов); 2) допуски изгиба (они характеризуются в

терминах вариаций второй квадратичной формы при неизменности первой квадратичной формы); 3) допуски метрики (характеризуются исключительно в терминах первой квадратичной формы).

В работах [63,71] разработаны алгоритмы автоматизированного размерного анализа сборки на основе поверхностей, заданных квадратичными формами. При проведении размерного анализа используется конфигурационное пространство допуска формы как совокупность всех возможных отклонений формы и расположения поверхности, достаточно точно характеризующие отклонения формы или расположения поверхности при изготовлении детали.

В [34] для формализованного представления отклонений ориентации геометрических элементов в трёхмерном пространстве используются кватернионы поворота с действительными компонентами:

$$\Lambda = \cos \frac{\varphi}{2} + \bar{\xi} \cdot \sin \frac{\varphi}{2},$$

где  $\varphi$  – угол поворота;  $\bar{\xi}$  – направляющий вектор оси поворота.

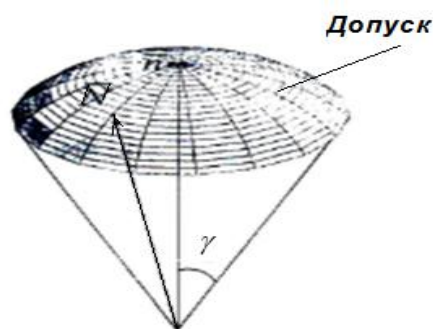


Рисунок 1.4 – Конфигурационное пространство допуска параллельности плоскости относительно базовой плоскости

Каждой поверхности, на которую назначен допуск ориентации, поставлено в соответствие определённое конфигурационное пространство. Под конфигурационным пространством поверхности понимается пространство возможных изменений параметров поверхности, полностью характеризующих её отклонение от номинальных размеров и формы при заданных значениях допусков [34]. Каждой

точке конфигурационного пространства соответствует определённое положение геометрического элемента (поверхности, линии) в трёхмерном пространстве.

На рисунке 1.4 показано конфигурационное пространство плоскости, на которую назначен допуск параллельности относительно базовой плоскости, представляющее собой поверхность единичной сферы. Здесь  $\bar{N}$  – вектор нормали нормируемой плоскости,  $\bar{n}$  – вектор нормали базовой плоскости.

Допуск параллельности представляет собой дугу на поверхности полусферы, которой соответствует максимальное значение угла, на который может отклониться вектор нормали данной поверхности от вектора нормали базовой поверхности при заданном допуске  $\Delta$  на параллельность.

Конфигурационное пространство в виде поверхности единичной полусферы, ставится в соответствие таким допускам, как допуск плоскостности, параллельности и плоскостности, перпендикулярности и плоскостности, перпендикулярности оси относительно базовой поверхности, соосности относительно общей оси.

Конфигурационным пространством таких допусков как допуск перпендикулярности плоскостей, наклона плоскости, перпендикулярности оси относительно оси базовой поверхности, являются дуги единичных окружностей.

Конфигурационные пространства и конфигурационная геометрическая модель позиционирования базовых точек лежат в основе автоматизированного вариационного анализа отклонений компонентов сборки [34,64, 125]. Достоинством такого подхода является то, что результаты трёхмерного анализа собираемости представлены в виде диаграммы, отражающей зоны пересечения конфигурационных пространств поверхностей соединяемых деталей, что позволяет визуально представить зоны «неуспешной» сборки с учётом назначенных допусков на компоненты.

К недостаткам подхода следует отнести следующие недостатки:

1) при построении конфигурационных пространств допусков расположения не учитываются взаимосвязи между размерными и геометрическими отклонениями;

2) допуски расположения предполагаются криволинейными;

3) разработанная технология анализа собираемости изделий с помощью конфигурационных пространств позволяет получить визуализацию результатов анализа в виде «неуспешных» зон, однако не позволяет решать задачи синтеза и оптимизации допусков.

Исаев С.В. в [68] рассматривает пространственную размерную цепь как схему, представляющую собой многоугольный векторный замкнутый контур. Звенья пространственной размерной цепи определяются радиус-вектором и матрицей поворотов. Исаев С.В. отмечает, что поскольку уравнения модели размерной цепи являются нелинейными, то следствием этого является невозможность решения задачи синтеза пространственной размерной цепи. Решение этой проблемы он видит в разработке линейных моделей пространственных размерных цепей и методики для оптимизации конструкции изделия на их основе. При построении модели пространственной размерной цепи предлагается использовать унифицированные геометрические параметры. Такие параметры координируют положение начала отсчёта системы координат поверхности в выбранной системе координат с модулем радиус-вектора  $\bar{R}$  и двумя углами  $\varphi$  и  $\omega$ , а положение осей тремя углами:  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Унифицированные параметры однозначно задают радиус-векторы  $\bar{R}_{ko}$  и матрицы поворотов  $A_{ko}$ , определяющие соответственно составляющие и замыкающие звенья пространственной размерной цепи:

$$\begin{cases} A_{ko} = \prod_{i=1}^k A_i, \\ \bar{R}_{ko} = \sum_{i=1}^k \left[ \left( \prod_{j=1}^{k-I} A_j \right) \bar{R}_{k-1+I} \right]. \end{cases}$$

Для определения коэффициентов линейной модели размерной цепи им создана методика, которая основана на стохастическом представлении размерных

связей деталей сборочных единиц и на линеаризации функции взаимосвязи звеньев пространственной размерной цепи с помощью формул Тейлора. Линейная модель пространственной размерной цепи представляет собой систему линейных уравнений для замыкающих величин. Оценка адекватности линейной модели размерной цепи оценивается с помощью остаточного члена в формуле Тейлора. Для получения линейной модели пространственной размерной цепи используются методы теории планирования эксперимента.

Методика оценки линейной модели основана на определении значений коэффициентов линейной модели с использованием ортогональной матрицы плана [68, 69]. Для проверки адекватности линейной модели предлагается три способа. Условие адекватности по первому способу означает, что отклонения значений замыкающей величины, которые моделируются на строках матрицы плана, находятся в поле допуска, рассчитанном по линейной модели, по всем строкам, то есть справедливо неравенство [69]:

$$|\Delta\eta(\Delta\bar{x}_k^T, \bar{c})| \leq \frac{1}{2} T\Delta\eta, \quad k = \overline{0, N},$$

где  $T\Delta\eta = \gamma \cdot T\eta$ ,  $0 < \gamma \ll 1$ .

Второй способ основан на замене совокупности одномерных полей допусков гиперсферой постоянного радиуса. Согласно этому подходу вектор отклонений замыкающей величины не выходит за пределы этой гиперсферы.

Третий способ использует метод Монте-Карло. Условие адекватности означает, что частота попадания значений замыкающей величины в поле допуска, полученное по линейной модели, должна удовлетворять заданному требованию [69]:

$$P\left(Y \in c_i \pm \frac{1}{2} T\eta\right) \geq 1 - \varepsilon_Y, \quad \varepsilon_Y \ll 1.$$

Следует отметить, что предложенный подход к обеспечению точности замыкающего звена размерной цепи основан на линеаризованной модели для проведения анализа. Реальные же пространственные размерные взаимосвязи компонентов изделия являются нелинейными.

Таким образом, на сегодняшний день достаточно хорошо развита теория линейного размерного анализа. Традиционный подход состоит в том, что на каждую степень свободы устанавливается своё техническое требование и пространственная цепь раскладывается на три линейные цепи. Полноценный анализ пространственных размерных связей с учётом геометрических допусков не проводится. Совершенствование методов и моделей для проведения размерного анализа сборки с учётом пространственных отклонений компонентов является одним из важных и актуальных направлений в решении проблемы обеспечения собираемости.

### **1.5 Основные методы достижения точности замыкающего звена размерной цепи сборки: сравнительный анализ**

При расчетах размерных цепей решаются прямая и обратная задачи. Прямая – задача, в которой заданы параметры замыкающего звена (номинальное значение, допустимые отклонения и т.д.), и требуется определить параметры составляющих звеньев (номинальные размеры, допуски, координаты середин полей допусков и предельные отклонения всех составляющих размерную цепь звеньев). При решении обратной задачи, исходя из значений номинальных размеров, допусков, координат середин полей допусков, предельных отклонений составляющих звеньев, определяют те же характеристики замыкающего звена или поле рассеяния, координату его середины, границы отклонений на основании аналогичных данных составляющих звеньев.

Достичь необходимой точности сборки – значит, получить размер замыкающего звена размерной цепи, не выходящий за пределы допускаемых отклонений.

При анализе точности замыкающего звена размерной цепи сборки применяются следующие основные методы:

- метод наихудшего случая (метод «максимума-минимума»);
- вероятностный метод;

- статистический метод.

Проведём сравнительный анализ двух методов достижения точности замыкающего звена (наихудшего случая и вероятностного) на примере одномерной размерной цепи для сборки, состоящей из четырёх однотипных плоских компонентов [124].

Предположим, что четыре одинаковые плиты с высотой  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) каждая, должны быть уложены друг на друга (рис. 1.3). Нас будет интересовать общая высота  $H$  сборки. Пусть высота одной плиты может изменяться в пределах  $15,00 \pm 0,009$  мм, а размер общей высоты (спецификация) должен быть  $60 \pm 0,03$  мм.

Анализ допусков методом максимума-минимума предполагает арифметическую сумму предельных отклонений, то есть, считаем, что компоненты, входящие в сборочную единицу, имеют предельные максимальные или минимальные отклонения от номиналов и сборку производят в самом неблагоприятном сочетании размеров.

Так как имеем уравнение вида

$$H = \sum_{i=1}^4 h_i,$$

то

$$\min H = \lim_{14,99 \leq h_i \leq 15,009} \sum_{i=1}^4 h_i = 4 \cdot 14,991 = 59,964 \text{ мм},$$

$$\max H = \lim_{14,99 \leq h_i \leq 15,009} \sum_{i=1}^4 h_i = 4 \cdot 15,009 = 60,036 \text{ мм}.$$

Обозначим середину поля допуска на общую высоту сборки через  $H_0$ , а величину отклонения от середины поля допуска –  $\Delta_H$ . Поле допуска в методе максимума-минимума представляет собой интервал  $(H_0 - \Delta_H; H_0 + \Delta_H)$ . Для рассматриваемого примера имеем

$$H_0 = \frac{\max H + \min H}{2} = 60 \text{ мм}, \quad \Delta_H = \frac{\max H - \min H}{2} = 0,036 \text{ мм},$$



тогда размеры общей высоты будут  $60 \pm 0,036$  мм.

Сравнивая предельные размеры для общей высоты, полученные методом максимума-минимума: (59,964; 60,036), с пределами спецификации:(59,97; 60,03) видим, что поле допуска метода максимума-минимума шире в 1,2 раза, чем поле допуска, указанное в спецификации. Это означает, что для обеспечения требуемой точности сборки допуски по высоте компонентов (плит) должны быть сжаты.

Ужесточение допусков, с одной стороны, позволяет повысить точность технологических процессов, и, следовательно, обеспечивает повышение качества продукции. А с другой стороны, соблюдение жестких допусков требует существенных капитальных затрат по внедрению технологического оборудования повышенной точности и т.д. Это ведёт к повышению себестоимости продукции.

При вероятностном подходе к анализу допусков предполагается, что в сборке большого количества компонентов ( $\geq 4$ ) размеры, лежащие вблизи одной границы диапазона индивидуальных допусков, будут сбалансированы размерами, лежащими вблизи другой границы диапазона допусков. Из закона больших чисел [5] известно, что если случайная величина  $X$  представляет сумму очень большого числа взаимно независимых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , влияние каждой из которых на всю сумму ничтожно мало, то независимо от того, каким законам распределения подчиняются слагаемые  $X_1, X_2, \dots, X_n$  сама величина  $X$  будет иметь распределение вероятностей, близкое к нормальному и тем точнее, чем больше число слагаемых.

Закон больших чисел дает обоснование тому факту, что при устойчивом процессе обработки деталей на настроенных станках и при отсутствии изменяющихся во времени систематических погрешностей действительные размеры деталей подчиняются закону нормального распределения, так как результирующая погрешность представляет собой сумму большого числа погрешностей, зависящих от станка, приспособления, инструмента и заготовки.

Также из теории вероятностей известно [5], что с вероятностью 0,9973 зона рассеивания значений случайной величины  $X$ , распределенной по нормальному закону, определена интервалом  $(m_x - 3\sigma_x, m_x + 3\sigma_x)$ , где  $m_x$  – математическое ожидание случайной величины  $X$ ;  $\sigma_x$  – среднее квадратическое (стандартное) отклонение значений случайной величины  $X$ . Вероятность попадания значений  $X$  за пределы указанного интервала очень мала, а именно, не превосходит 0,0027.

Поле допуска определим интервалом значений размера  $X$ :  $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ , где  $x_0$  – координата середины поля допуска,  $\delta$  – половина поля допуска. Технологическая точность количественно определяется законом распределения суммарной погрешности обработки. Точность и настроенность технологического процесса считается идеальными, если поле рассеяния совпадает с полем допуска. В этом случае доля брака не превышает 0,27%. Если поле рассеяния располагается внутри поля допуска, то это значит, что точность процесса завышена и является экономически невыгодной. Если хотя бы одна из границ поля рассеяния выходит за пределы поля допуска, то доля брака увеличивается выше допускаемого значения, равного 0,27%.

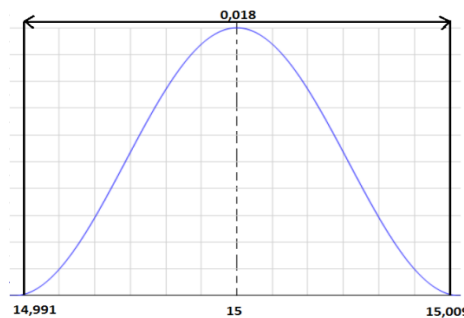


Рисунок 1.5 - Один компонент

В нашем примере высота  $h_i$  плиты равна  $15 \pm 0,009$  мм. С точки зрения вероятностного подхода это означает, что математическое ожидание равно 15,00 мм, а  $\sigma_{h_i} = 0,003$  мм.

Так как  $H = \sum_{i=1}^4 h_i$ , то

$$\sigma_H = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \sigma_{h_i}^2} = 0,006 \text{ мм},$$

где  $\sigma_{h_i}$  – стандартное отклонение  $h_i$ , а  $\sigma_H$  – стандартное отклонение  $H$ .

Умножим обе части последнего равенства на 3, получим

$$\Delta_H = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \Delta_{h_i}^2} = 0,018 \text{ мм}.$$

Следовательно, поле рассеяния значения общей высоты представляет собой интервал (59,982; 60,018).

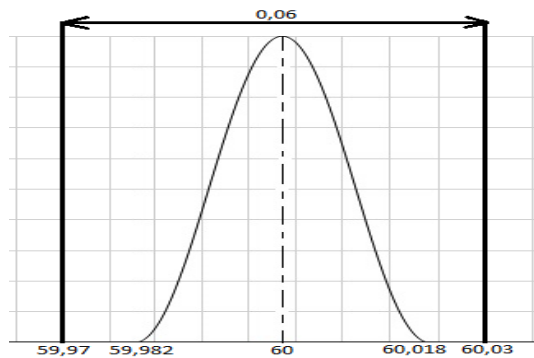


Рисунок 1.6 - Общая высота

Сравнивая назначенный допуск на общую высоту  $H$  с “вероятностным допуском”, видим, что никаких изменений не требуется в допуске по высоте компонентов (рис.1.5 и 1.6).

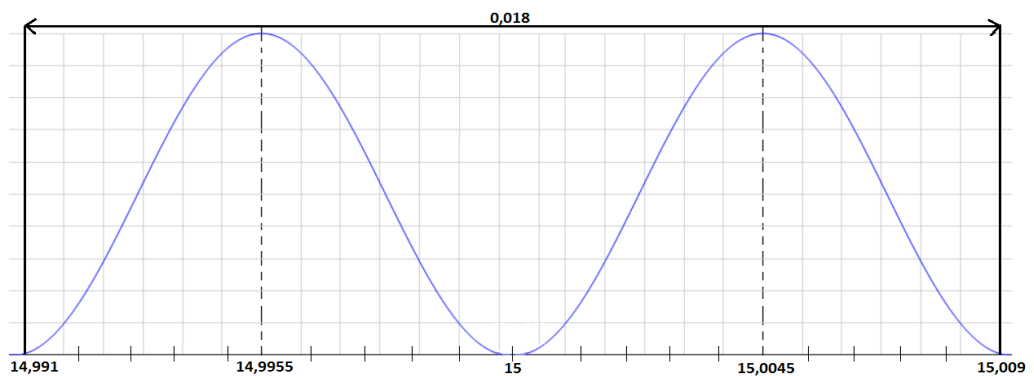


Рисунок 1.7 - «Наихудший» сценарий для высоты одной плиты

Теперь предположим, что процесс производства плит имеет стандартное отклонение 0,0015, тогда средние значения отклонений высоты плиты от номинала должны удовлетворять интервалу (14,9955; 15,0045). В противном случае, высота некоторых плит (0,27%) выходит за допустимые пределы (рис.1.7).

В случае “наихудшего” сценария для высоты одной плиты, высота сборки будет удовлетворять интервалу (59,973; 59,991), если  $h_i = 14,9555 \pm 0,0045$  и интервалу (60,009; 60,027), если  $h_i = 15,0045 \pm 0,0045$ . Таким образом, общая высота соответствует назначенным пределам: (59,97; 60,03) (рис. 1.8).

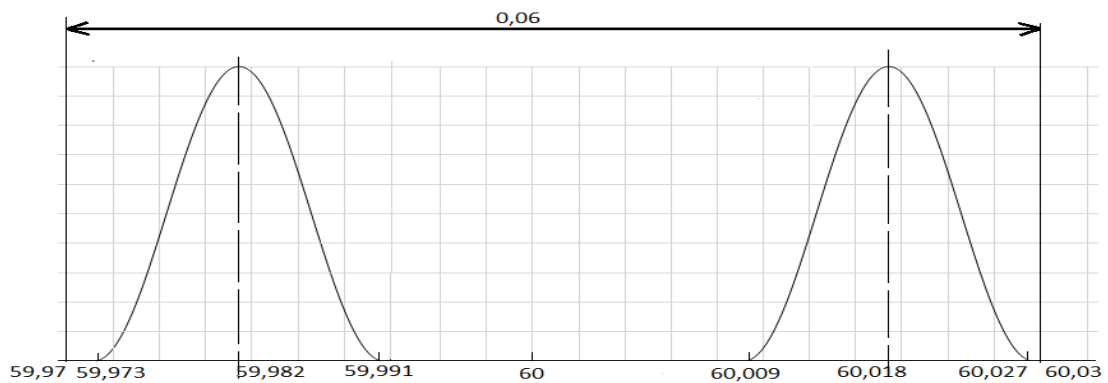


Рисунок 1.8 - Общая высота

Рассмотрим ситуацию, которая показана на рисунках 1.8 и 1.9.

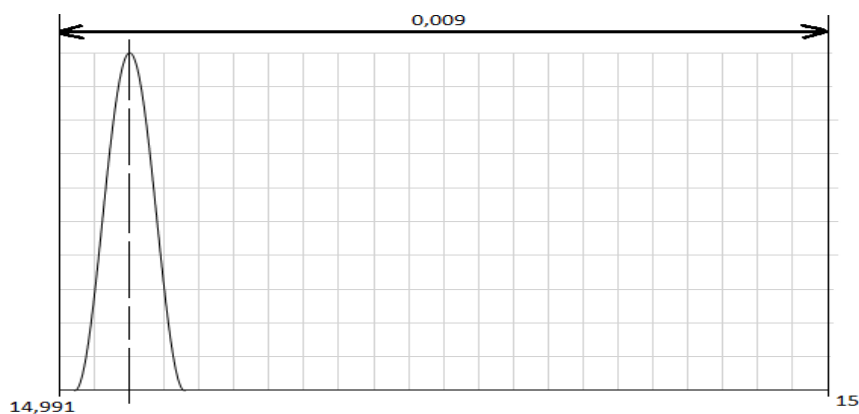


Рисунок 1.9 - Один компонент

Все размеры компонентов находятся в пределах допуска. Но процесс изготовления изделий не центрирован, и общая высота превышает пределы спецификации, т.е. высота сборки превышает вероятностный допуск (рис. 1.10).

Предположим, что значения высоты каждой плиты принадлежат интервалу (14,991; 15,009). Тогда для размеров общей высоты получим следующий интервал: (59,976; 60,024). Следовательно, назначенные пределы общей высоты (спецификация) будут удовлетворены (рис.1.11).

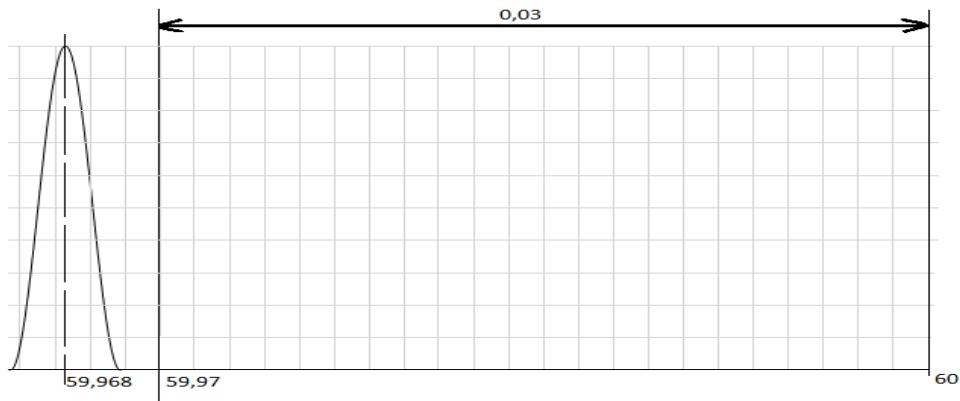


Рисунок 1.10 - Общая высота

Таким образом, решение задачи вероятностным (статистическим) методом показывает, что, имея размеры компонентов сборки (плит) в пределах назначенных допусков, можно получить критический размер сборки (общую высоту) выходящим за требуемые пределы ( $\pm 3\sigma$ ) ввиду того, что при назначении допусков не учитывалось смещение среднего значения в процессе изготовления плит.

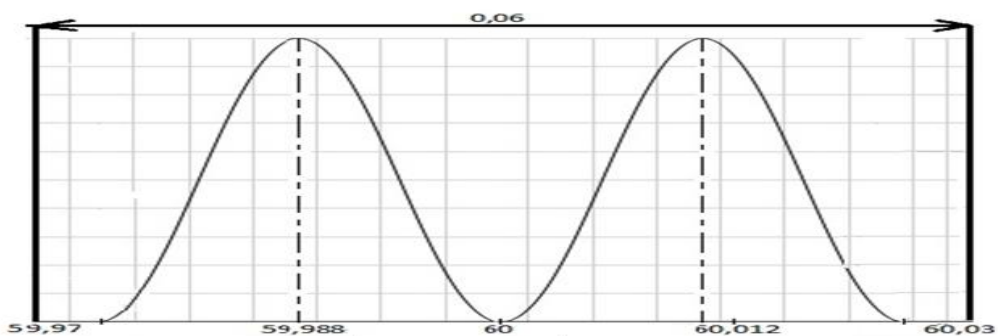


Рисунок 1.11 - Общая высота

Возникает закономерный вопрос: на какое максимальное значение (с учётом технологического процесса изготовления) может смещаться среднее значение? Ответ на этот вопрос требует изучения проблемы и в этом исследовании не рассматривается. Однако в третьей главе при изучении влияния корреляции на ре-

зультаты прогнозирования при оценке доли годных сборок этот факт учитывается.

В заключение отметим, что метод «наихудшего случая» может давать завышенное значение суммарной погрешности, которая зависит от предельных погрешностей всех конструктивных элементов и деталей собираемого изделия.

Вероятностный (статистический) метод даёт точные результаты при распределении погрешностей по нормальному закону, и сравнительно большие ошибки могут быть получены при несимметричных распределениях погрешностей  $\Delta_i$ . Несмотря на это, точность расчёта суммарной погрешности, выполненного вероятностным методом, значительно выше точности, получаемой при расчёте методом наихудшего случая. Одной из основных предпосылок применения вероятностного (статистического) метода расчёта является наличие данных о распределении погрешностей всех элементов (звеньев), входящих в размерную цепь. Вероятностный метод может недооценивать изменение выходной величины, но он позволяет расширить поля допусков, составляющих компонентов, не расширяя допуск выходного параметра, а, следовательно, учитывать смещения средних значений.

## Выводы по главе 1

Проведённый анализ современного состояния проблемы обеспечения собираемости изделий машиностроения позволил сделать следующие выводы.

1. Обеспечение собираемости изделия – важнейшее направление в решении задач повышения его качества, конкурентоспособности, снижении затрат и повышении производительности труда при его создании.
2. Собираемость изделия обеспечивается точностью его выходных геометрических характеристик и прежде всего характеристик расположения.
3. Полноценный анализ пространственных размерных связей в сборочных единицах, комплексно учитывающий допустимые отклонения расположения компонентов, является ключевым условием по обеспечению высокого качества проектирования и планирования технологических процессов сборки – основ для обеспечения взаимозаменяемости деталей и создания высокотехнологичных конструкций с минимальными затратами материальных и энергетических ресурсов.
4. Проблема пространственного размерного анализа изделий с учётом допусков является сложной, недостаточно изученной: на сегодняшний день достижение точности выходных геометрических характеристик сборки проводится с использованием линейных размерных цепей, аппарата матриц и методов, разработанных для них. Расчёт конструкторских и технологических размеров, отклонений расположения выполняется отдельно, без учёта взаимного влияния размерных и геометрических отклонений.
5. Разработка и совершенствование математических моделей и методов для проведения полноценного размерного анализа изделий с учётом пространственных допустимых отклонений компонентов, ориентированных на современные требования к нормированию точности, – перспективные направления в решении проблем обеспечения собираемости.
6. Показано, что при назначении допусков на критические размеры сборки важным является учёт влияния смещений средних значений размеров компонентов, обусловленных их процессом их изготовления.

## **ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ ТОЧНОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПОЛОЖЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ В ТРЁХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Целью исследований этой главы является разработка аналитических условий для обеспечения точности расположения геометрических элементов деталей, входящих в изделие, в соответствии с техническими требованиями.

### **2.1 Геометрические допуски и геометрические характеристики расположения элементов деталей в трёхмерном пространстве**

Нормирование геометрических характеристик изделий определено рядом стандартов среди которых:

- ГОСТ 31254-2004 (ИСО 14660-1:1999, ИСО 14660-2:1999) «Основные нормы взаимозаменяемости. Геометрические элементы. Общие термины и определения». Стандарт устанавливает общие термины и определения объектов нормирования: полный элемент (поверхность, линия на поверхности), производный элемент (центральная точка, средняя линия, средняя поверхность), реальный элемент, выявленный полный элемент и т.д.
- ГОСТ Р 53089-2008 (ИСО 5458:1998) «Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Установление позиционных допусков». Стандарт является общим стандартом в области нормирования геометрических характеристик изделий, дополняет положения международного стандарта ИСО 1101:2004 в части установления позиционных допусков и предназначен для улучшения взаимопонимания между конструктором и изготовителем. Позиционные допуски в совокупности с теоретически точными размерами определяют поля допусков, в пределах которых должны располагаться выявленные полные (поверхность, линия на поверхности) или выявленные производные (центральная точка, средняя линия, средняя поверхность) геометрические элементы. Поле допуска располагается симметрично относительно теоретически точного месторасположения



нормируемого элемента, задаваемого теоретически точными размерами. Установление позиционного допуска позволяет однозначно указать, относительно какой базы (или нескольких баз) нормируется месторасположение элемента.

- ГОСТ Р 53442-2015 «Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения». Стандарт распространяется на нормирование геометрических характеристик изделий, устанавливает ограничения на изменение геометрических характеристик с точки зрения их формы, местоположения и ориентации.

Исследования первой главы показали, что для обеспечения собираемости важно, чтобы детали, входящие в изделие были взаимозаменяемыми, то есть взаимное расположение их геометрических элементов должно удовлетворять определённым точностным требованиям. Кроме этого отдельные точки, линии (оси) или плоскости деталей, входящих в изделие, должны занимать с необходимой точностью вполне определённое положение относительно точек, линий (осей) или плоскостей другой или нескольких других деталей.

Для управления расположением геометрических элементов в детали (узле, изделии) используются геометрические допуски расположения.

В ГОСТ Р 53442-2015 допуски на геометрические характеристики расположения элементов представлены двумя группами: допуски ориентации, допуски месторасположения.

Геометрические характеристики ориентации включают в себя параллельность, перпендикулярность, наклон.

Геометрические характеристики месторасположения включают в себя позицию, соосность и концентричность.

На рисунке 2.1 показан пример нормирования отклонения ориентации – параллельности линии относительно базовой плоскости из стандарта ГОСТ Р 53442-2015.

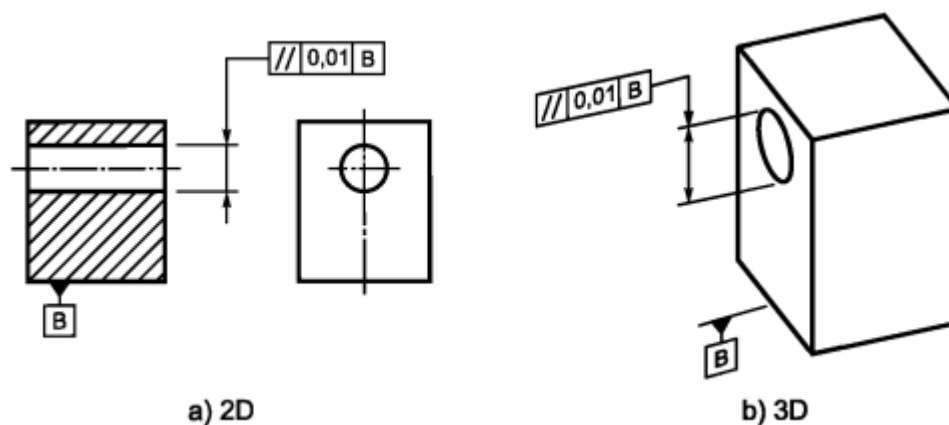


Рисунок 2.1 – Допуск параллельности линии (оси) относительно базовой плоскости в 2D и 3D

Согласно ГОСТ Р 53442-2015 поле допуска - это область на плоскости или в пространстве, ограниченная одной или несколькими идеальными линиями или поверхностями и характеризуемая линейным размером, называемым допуском [42].

Ширина или диаметр поля допуска расположения определяется значением допуска, а расположение относительно баз определяется номинальным расположением рассматриваемого элемента.

В зависимости от вида допуска расположения поле допуска может представлять собой:

1) область в пространстве, ограниченную двумя параллельными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстоянии, равном допуску расположения, и расположенными под номинальным углом и (или) на номинальном расстоянии относительно базовых элементов;

2) область в пространстве, ограниченная цилиндром, диаметр которого равен допуску, а ось расположена под номинальным углом и (или) на номинальном расстоянии относительно базовых элементов;

3) область в пространстве, ограниченную двумя парами параллельных плоскостей, расстояния между которыми равны допускам расположения элемента в двух взаимно перпендикулярных направлениях;

4) область на плоскости, ограниченную двумя параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии равном допуску, и расположенных под номинальным углом и (или) на номинальном расстоянии от базовых элементов.

Так, например, в примере, приведённом на рисунке 2.1 для случая 3D, поле допуска представляет собой область между двумя параллельными плоскостями, которые расположены друг от друга на расстоянии, равном значению допуска  $t$ , и параллельны базовой плоскости  $B$  (рис. 2.2).

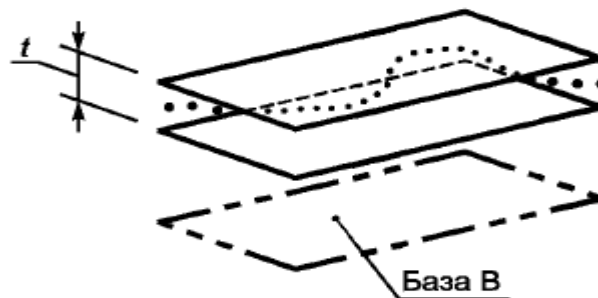


Рисунок 2.2 – Поле допуска параллельности линии (оси) относительно базовой плоскости в 3D

Основными (ключевыми) геометрическими характеристиками детали (узла, изделия) будем считать геометрические характеристики, точность которых играет ключевую роль в обеспечении качества детали (узла, изделия).

К ключевым геометрическим характеристикам расположения изделия относятся, например, параллельность, перпендикулярность, наклон, позиция, соосность, концентричность, биения (радиальное, торцовое).

Размеры, характеризующие точность изделия, назовём критическими размерами. Так, например, величина зазора между валом и втулкой играет ключевую роль в обеспечении собираемости узла «вал-втулка» с зазором.

Выявление основных геометрических характеристик изделия и критических размеров – одна из важнейших конструкторских задач, которую необходимо решить для обеспечения собираемости изделия уже на стадии проектирования.

Стандарты определяют, как надо нормировать геометрические характеристики, но не указывают, как выполнить анализ кумулятивного эффекта отклонений в основных геометрических характеристиках изделия.

## 2.2 Точностные параметры допусков расположения в трёхмерном пространстве

Будем характеризовать пространственные отклонения геометрического элемента (точки, линии (оси), плоскости) детали от его номинального положения или относительно баз при заданных значениях допусков с помощью параметров, которые назовём точностными. В качестве точностных параметров, описывающих расположение геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве, будем использовать следующие параметры: углы поворота вокруг координатных осей и смещения вдоль этих осей.

В качестве систем координат рассматриваем правые декартовы системы координат. Пример такой системы координат приведён на рисунке 2.2.

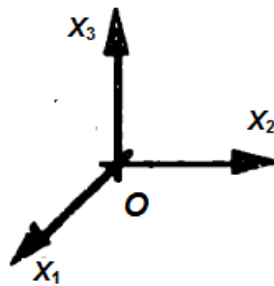


Рисунок 2.2 – Правая декартова система координат

Рассмотрим, например, деталь  $KDFAPCQB$  в виде прямоугольного блока, показанную на рисунке 2.3.

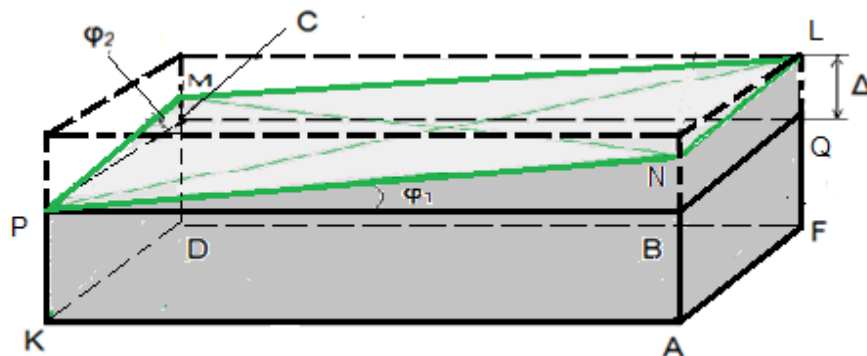


Рисунок 2.3 – Блок и зона допуска параллельности верхней плоскости блока

Предположим, что нормируется отклонение от параллельности верхней плоской поверхности  $PCQB$  блока относительно нижней плоской поверхности блока  $KDFA$  (её считаем базисной). В номинальном положении верхняя поверх-

ность блока параллельна нижней поверхности блока. Плоскость  $KMLN$  – одно из возможных положений верхней поверхности  $PCQB$  блока в зоне допуска. Очевидно, что отклонения  $\Delta$  от параллельности верхней поверхности блока относительно нижней поверхности, а, следовательно, и от её номинального положения в трёхмерном пространстве можно описать двумя точностными параметрами:  $\varphi_1$  – угол поворота вокруг оси  $Ox_1$ ;  $\varphi_2$  – угол поворота вокруг оси  $Ox_2$ .

## **2.3 Разработка необходимых условий точности расположения элементов деталей в трёхмерном пространстве**

### ***2.3.1 Разработка необходимых условий точности геометрических характеристик ориентации***

Допуск ориентации контролирует ориентацию геометрических элементов друг относительно друга, и относится к перпендикулярности, параллельности и наклону элементов.

#### ***2.3.1.1 Допуск перпендикулярности линии (оси) относительно базовой плоскости***

Отклонение от перпендикулярности прямой линии (оси) относительно плоскости это отклонение угла между линией (осью) и базовой плоскостью от прямого угла ( $90^\circ$ ), выраженное в линейных единицах на длине нормируемого участка [91].

Допуск перпендикулярности  $\Delta$  линии (оси) относительно базовой плоскости – наибольшее допускаемое значение отклонения линии (оси) от перпендикулярности к базовой плоскости.

Рассмотрим допуск перпендикулярности оси относительно плоскости для случая, показанного на рисунке 2.4.

Поле допуска ограничено цилиндром, диаметр которого равен значению допуска  $\Delta$ , а ось — перпендикулярна базовой плоскости  $A$  (рис. 2.5).

Введём в рассмотрение две декартовые системы координат: базовую  $O_6x_1x_2x_3$  поместим в базовую плоскость, а систему координат  $Oy_1y_2y_3$  в середину нормируемой оси в её номинальном положении (рис. 2.5).

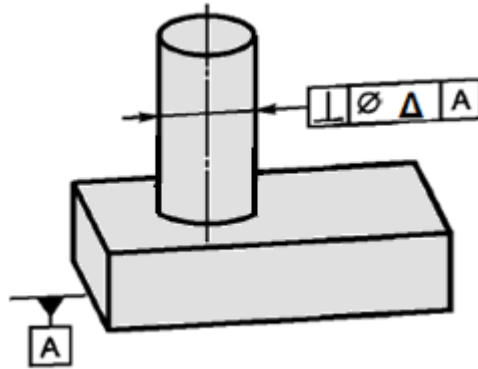


Рисунок 2.4 – Допуск перпендикулярности оси относительно базовой плоскости  $A$

Пусть нормируемый отрезок оси имеет длину  $L$ . Считаем, что в номинальном положении оси базовая система координат  $O_6x_1x_2x_3$  и система координат  $Oy_1y_2y_3$  имеют одинаковую ориентацию.

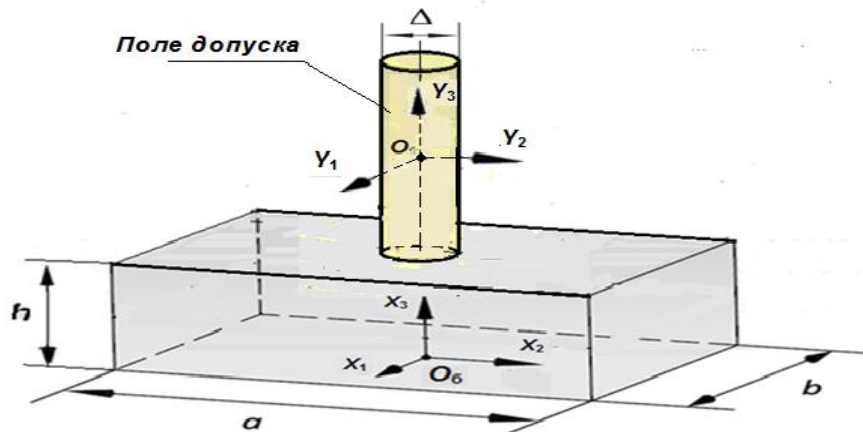


Рисунок 2.5 – Базовая система координат и система координат линии (оси)

Положение оси в поле допуска перпендикулярности можно описать с помощью двух точностных параметров:  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - величины углов поворота нормируемой оси вокруг координатных осей  $Oy_1$  и  $Oy_2$  соответственно.

Поскольку диаметр цилиндрического поля допуска равен  $\Delta$ , то наибольшее значение углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  нормируемой оси равно  $\varphi_{1\max} = \varphi_{2\max} = \Phi = \arcsin \frac{\Delta}{L}$ .

Тогда точностные параметры оси, нормируемой допуском перпендикулярности, удовлетворяют неравенству

$$(\varphi_1)^2 + (\varphi_2)^2 \leq \Phi^2.$$

Это неравенство будет справедливым для любого расположения оси, нормируемой допуском перпендикулярности.

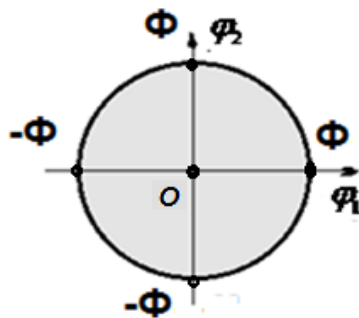


Рисунок 2.6 – Геометрическая интерпретация необходимого условия перпендикулярности линии (оси) относительно базовой плоскости

Следовательно, необходимое условие точности расположения линии (оси) в трёхмерном поле допуска перпендикулярности относительно базовой плоскости представляет собой круг радиуса  $\Phi$ , показанный на рисунке 2.6. Точка  $O$  соответствует номинальному положению линии (оси).

Геометрическую интерпретацию необходимых условий точности в виде круга получаем также при рассмотрении допуска параллельности линии (оси) относительно базовой линии (оси) и допуска наклона линии относительно базовой плоскости (для случая цилиндрического поля допуска).

### ***2.3.1.2 Допуск перпендикулярности линии (оси) относительно комплекта баз***

Рассмотрим допуск перпендикулярности линии (оси) относительно комплекта баз для примера, приведённого на рисунке 2.7.

В соответствии со стандартом ГОСТ Р 53442-2015 ось нормируемого вала должна быть расположена между двумя парами параллельных плоскостей, которые перпендикулярны базовой плоскости  $A$ . При этом первая пара плоскостей

должна быть параллельна, а вторая — перпендикулярна базовой плоскости  $B$ , расстояние между плоскостями первой пары равно  $\Delta_1$ , а для второй пары —  $\Delta_2$  (рис. 2.8).

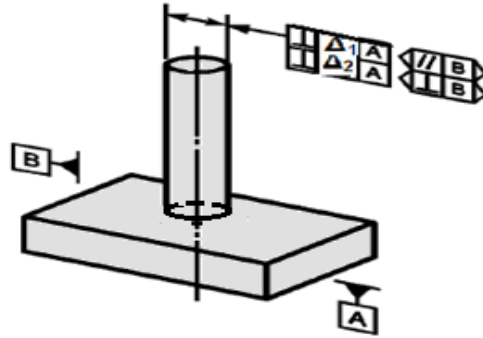


Рисунок 2.7 – Допуск перпендикулярности линии (оси) относительно комплекта баз

Положение нормируемой оси в поле допуска относительно её номинального положения характеризуют два угла поворота. Введём две декартовые системы координат: базовую  $O_0x_1x_2x_3$  и систему координат  $Oy_1y_2y_3$  свяжем с нормируемой осью в номинальном положении (рис. 2.8).

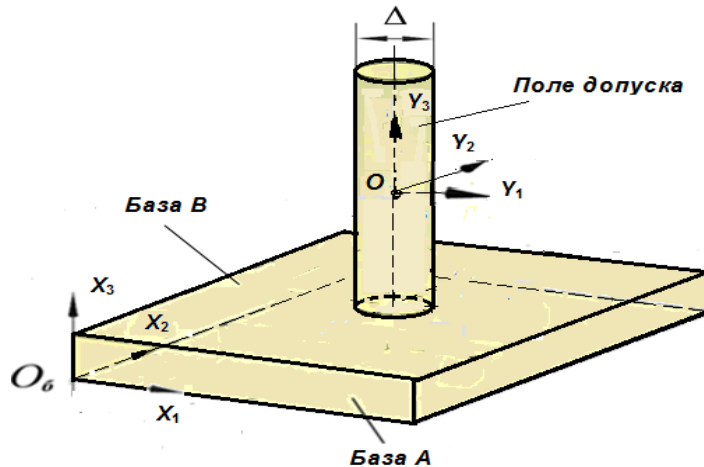


Рисунок 2.8 – Системы координат: базовая и нормируемой оси

Предполагаем, что нормируемый отрезок оси имеет длину  $L$  и в номинальном положении оси базовая система координат  $O_0x_1x_2x_3$  и система координат  $Oy_1y_2y_3$  имеют одинаковую ориентацию.



Поскольку точность положения нормируемой оси описывается двумя точностными параметрами:  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  - величины углов поворота нормируемой оси вокруг координатных осей  $Oy_1$  и  $Oy_2$  соответственно, удовлетворяющих следующим соотношениям:

$$\begin{cases} |\varphi_1| \leq \Phi_1, \\ |\varphi_2| \leq \Phi_2, \end{cases}$$

где  $\Phi_i = \varphi_{i\max} = \arcsin \frac{\Delta_i}{L}$ ,  $i = 1; 2$ , то, следовательно, необходимое условие точности расположения линии (оси), нормируемой допуском перпендикулярности относительно комплекта базовых плоскостей с геометрической точки зрения представляет собой прямоугольник размера  $(2 \cdot \Phi_1) \times (2 \cdot \Phi_2)$  (рис. 2.9). Точка  $O$  соответствует номинальному положению оси.

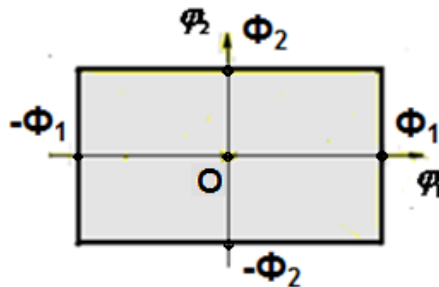


Рисунок 2.9 – Необходимое условие точности расположения линии в поле допуска перпендикулярности относительно базовых плоскостей

### **2.3.1.3 Допуск параллельности линии относительно базовой плоскости**

Отклонение от параллельности линии (оси) и плоскости - разность наибольшего и наименьшего расстояний между линией (осью) и плоскостью на длине нормируемого участка [91].

Поле допуска параллельности линии (оси) относительно базовой плоскости - область в пространстве, ограниченная двумя параллельными плоскостями,

отстоящими друг от друга на расстоянии, равном допуску параллельности  $\Delta$ , и параллельными базовой плоскости [42].

Рассмотрим допуск параллельности линии относительно базовой плоскости на примере оси отверстия (рис. 2.10).

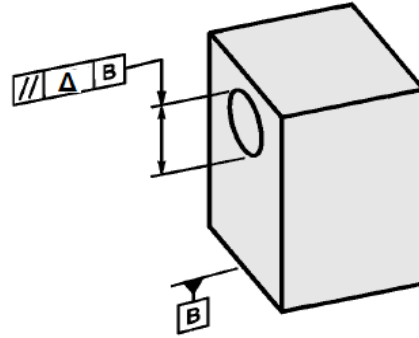


Рисунок 2.10. Допуск параллельности линии относительно базовой плоскости

Пусть нормируемый участок оси отверстия имеет длину  $L$ . Базовую систему координат  $O_6x_1x_2x_3$  свяжем с осью отверстия таким образом, что её начало – точка  $O_6$  – находится в центре базовой плоскости. Систему координат  $Oy_1y_2y_3$  поместим в центре нормируемого участка оси в её номинальном положении. Ось  $Oy_1$  направим вдоль оси отверстия в номинальном положении, а оси  $Oy_3$  и  $Oy_2$  расположим так, чтобы получилась правая тройка. Предполагаем, что в номинальном положении нормируемой оси базовая система координат и система координат  $Oy_1y_2y_3$  имеют одинаковую ориентацию.

Положение оси отверстия в поле допуска характеризуется одним точностным параметром: величиной угла  $\varphi_2$  поворота оси отверстия вокруг координатной оси  $Oy_2$ , следовательно, справедливы следующие соотношения:

$$|\varphi_2| \leq \Phi,$$

где  $\Phi = \varphi_{2\max} = \arcsin \frac{\Delta}{L}$ .

Очевидно, что геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения линии (оси) в зоне допуска параллельности относительно

базовой плоскости оси представляет собой отрезок длины  $[-\Phi; \Phi]$ , центр отрезка – точка  $O$  – соответствует номинальному положению оси (рис. 2.11).

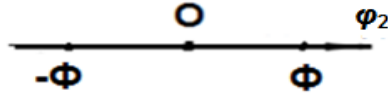


Рисунок 2.11 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения линии (оси) относительно базовой плоскости

Такою же геометрическую интерпретацию точности расположения получим при рассмотрении допуска наклона линии (оси) относительно базовой плоскости, допуска наклона плоскости относительно базовой плоскости, допуска наклона линии (оси) относительно базовой линии (оси).

#### **2.3.1.4 Допуск параллельности плоскости относительно базовой плоскости**

Отклонение от параллельности плоскостей - разность наибольшего и наименьшего расстояний между плоскостями в пределах нормируемого участка [42].

Поле допуска параллельности плоскости относительно базовой плоскости - область в пространстве, ограниченная двумя параллельными плоскостями, отстоящими друг от друга на расстоянии, равном допуску параллельности  $\Delta$ , и параллельными базовой плоскости [42].

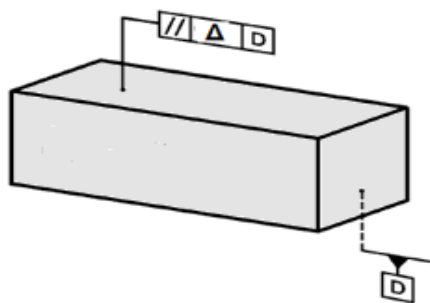


Рисунок 2.12 – Допуск параллельности плоскости относительно базовой плоскости

На рисунке 2.12 показана деталь, представляющая собой блок, на верхнюю плоскость которого назначен допуск параллельности относительно плоскости  $D$  основания блока (базовой плоскости).

Пусть нормируемый участок плоскости имеет размер  $a \times b$ . Базовую систему координат  $O_б x_1 x_2 x_3$  расположим так, что её начало – точка  $O_б$  и оси  $Ox_1, Ox_2$  находятся в центре базовой плоскости. Систему координат  $Oy_1 y_2 y_3$  поместим в центре поля допуска, а оси  $Oy_1, Oy_2, Oy_3$  расположим так, как показано на рисунке 2.13.

Предполагаем, что в номинальном положении нормируемой плоскости базовая система координат и система координат  $Oy_1 y_2 y_3$  имеют одинаковую ориентацию.

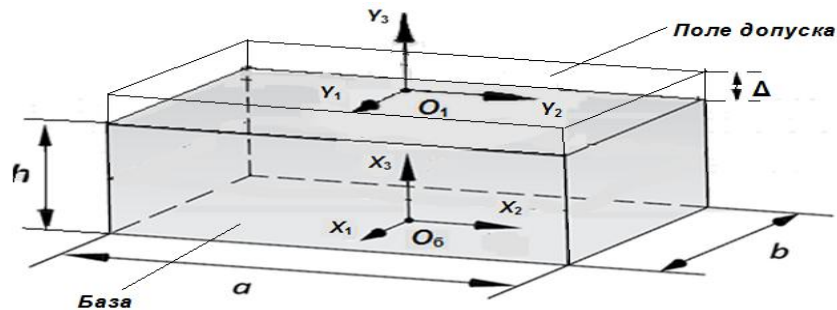


Рисунок 2.13 – Системы координат: базовая и нормируемой плоскости в номинальном положении

Точность расположения нормируемого участка плоскости относительно базовой плоскости определяется двумя параметрами:  $\varphi_1, \varphi_2$  - углами поворота плоскости вокруг координатных осей  $Oy_1$  и  $Oy_2$  соответственно. Поскольку точностные параметры верхней плоскости блока удовлетворяют соотношению

$$a \cdot |\varphi_1| + b \cdot |\varphi_2| \leq \Delta,$$

то геометрическая интерпретация необходимых условий точности расположения плоскости относительно базовой плоскости в зоне допуска параллельности – ромб, показанный на рисунке 2.14.

Точка  $O$  соответствует номинальному положению плоскости,

$$\Phi_1 = \varphi_{1\max} = \arcsin \frac{\Delta}{a}, \quad \Phi_2 = \varphi_{2\max} = \arcsin \frac{\Delta}{b}.$$

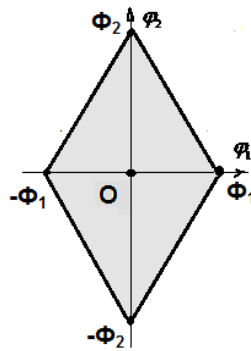


Рисунок 2.14 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения плоскости, нормируемой допуском параллельности относительно базовой плоскости

### ***2.3.2 Разработка необходимых условий точности***

#### ***месторасположения элементов деталей в трёхмерном пространстве***

Позиционное отклонение - наибольшее расстояние между реальным расположением элемента (его центра, оси или плоскости симметрии) и его номинальным расположением в пределах нормируемого участка [42].

Позиционный допуск в диаметральном выражении - удвоенное наибольшее допускаемое значение позиционного отклонения элемента.

#### ***2.3.2.1 Позиционный допуск точки***

Рассмотрим позиционный допуск точки относительно базовых плоскостей в диаметральном выражении для примера, показанного на рисунке 2.15.

Согласно ГОСТу Р 53442-2015 нормируемая позиционным допуском точка должна располагаться внутри сферы, диаметр которой равен значению допуска, то есть  $\Delta$ . Теоретически точное положение центра сферы совпадает с указанными относительно баз теоретически точными размерами.

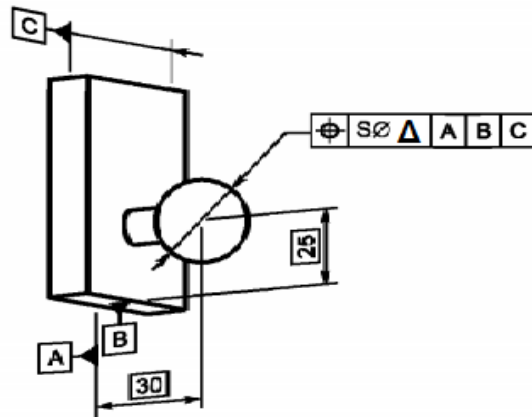


Рисунок 2.15 – Позиционный допуск точки относительно комплекта базовых плоскостей

Базовую систему координат  $O_0x_1x_2x_3$  и систему координат  $Oy_1y_2y_3$  точки, нормируемой позиционным допуском, расположим так, как показано на рисунке 2.16.

Положение точки, нормируемой допуском позиции, в поле допуска определяется тремя смещениями  $\varphi_1^0, \varphi_2^0, \varphi_3^0$  вдоль координатных осей  $Oy_1, Oy_2, Oy_3$  соответственно, которые удовлетворяют условию:

$$(\varphi_1^0)^2 + (\varphi_2^0)^2 + (\varphi_3^0)^2 \leq M^2,$$

где  $M = \frac{\Delta}{2}$ .

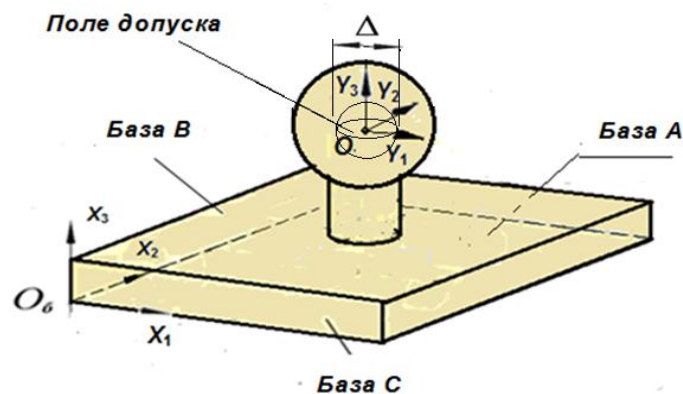


Рисунок 2.16 – Базовая система координат и система координат нормируемой позиционным допуском точки

Таким, образом, геометрическая интерпретация точности месторасположения точки относительно комплекта базовых плоскостей, нормируемой позицион-

ным допуском (в диаметральном выражении) представляет собой сферу радиуса  $M$ , показанную на рисунке 2.17. Точка  $O$  – центр сферы – номинальная позиция точки.

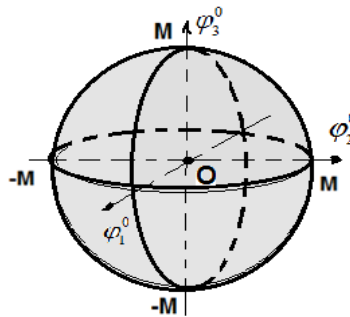


Рисунок 2.17 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения точки относительно трёх базовых плоскостей в зоне позиционного допуска.

### 2.3.2.2 Позиционный допуск линии

Рассмотрим техническое требование к точности позиции линии относительно базовых плоскостей  $A$  и  $B$  (рис. 2.18).

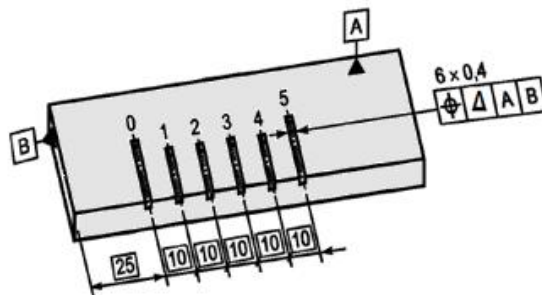


Рисунок 2.18 – Допуск позиции линии (оси) относительно комплекта баз

Нормируемая позиционным допуском линия должна находиться между двумя расположенными симметрично относительно соответствующей осевой линии параллельными плоскостями, расстояние между которыми равно допуску  $\Delta$ . Положение линии относительно баз задаётся теоретически точными размерами относительно базовых плоскостей  $A$  и  $B$ . Допуск является однонаправленным [43].

Поле допуска каждой линии ограничено двумя параллельными плоскостями, расположенными симметрично относительно нормируемой линии. Расстояние между этими плоскостями равно значению допуска.

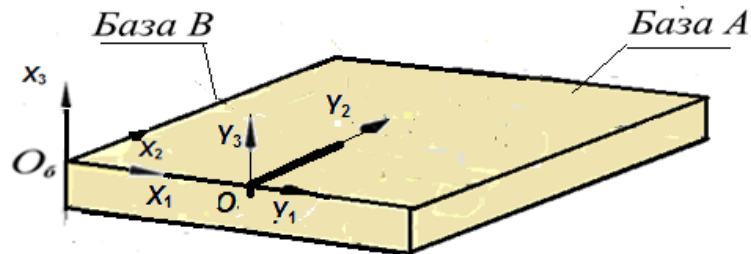


Рисунок 2.19 – Базовая система координат и система координат нормируемой позиционным допуском линии

Базовую систему координат  $O_0x_1x_2x_3$  и систему координат  $Oy_1y_2y_3$  нормируемой линии в номинальном положении расположим так, как показано на рисунке 2.19.

Положение нормируемой допуском позиции линии в поле допуска характеризуется одним точностным параметром  $\varphi_1^0$ , который удовлетворяет следующему соотношению:

$$|\varphi_1^0| \leq M,$$

где  $M = \varphi_{1\max}^0 = \frac{\Delta}{2}$ .

Следовательно, геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения линии относительно базовых плоскостей, нормируемой позиционным допуском, представляет собой отрезок  $[-M; M]$  (рис. 2.20).

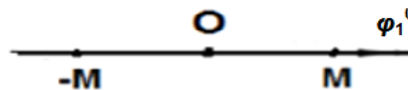


Рисунок 2.20 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения линии, нормируемой позиционным допуском, относительно базовых плоскостей А и В



Точка  $O$  представляет номинальную позицию линии относительно базовых плоскостей.

Рассмотрим позиционный допуск линии (оси) для случая, показанного на рисунке 2.21.

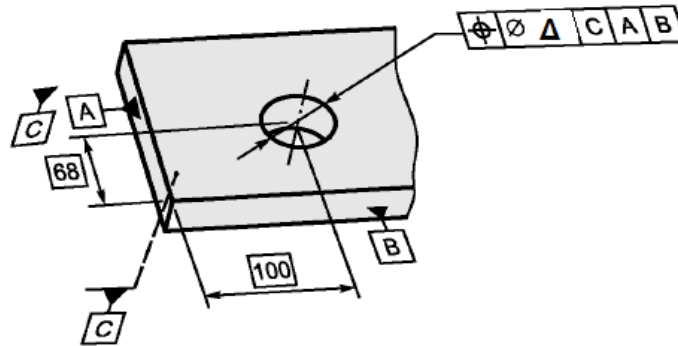


Рисунок 2.21 – Позиционный допуск оси

Ось нормируемого отверстия должна располагаться в пределах цилиндра, диаметр которого равен значению допуска, а ось совпадает с теоретически точным положением оси отверстия относительно базовых плоскостей  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

Базовую систему координат  $O_6x_1x_2x_3$  и систему координат  $Oy_1y_2y_3$  нормируемой линии в номинальном положении расположим так, как показано на рисунке 2.22.

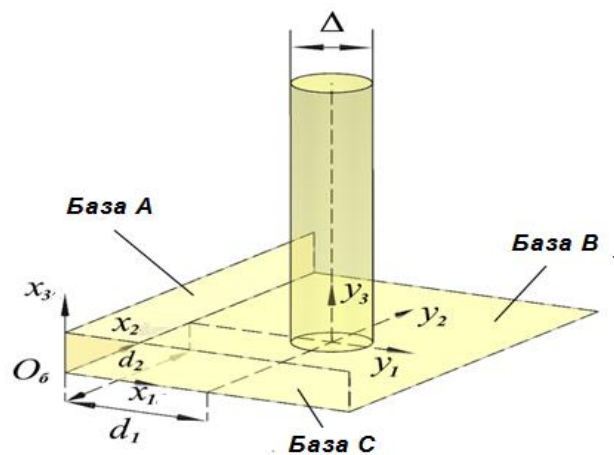


Рисунок 2.22 – Цилиндрическое поле допуска позиционного допуска оси

Два точностных параметра нормируемой позиционным допуском оси удовлетворяют условию:

$$(\varphi_1^0)^2 + (\varphi_2^0)^2 \leq M^2,$$

где  $\varphi_1^0, \varphi_2^0$  – смещения оси вдоль координатных осей  $Ox_1$  и  $Ox_2$  соответственно;

$M = \frac{\Delta}{2}$ ,  $\Delta$  – допуск позиции оси.

Следовательно, геометрическая интерпретация условия точности расположения оси относительно комплекта базовых плоскостей  $A, B$  и  $C$  представляет собой круг, показанный на рисунке 2.23.

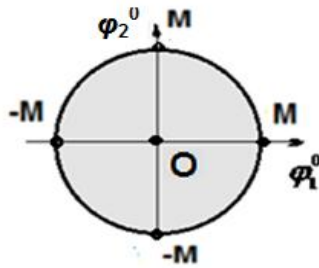


Рисунок 2.23 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности для случая позиционного допуска оси относительно комплекта базовых плоскостей  $A, B$  и  $C$

### 2.3.2.3 Допуск соосности оси

Отклонение от соосности осей элементов деталей машин, относительно исходных осей, называется допуском соосности. Существует два типа нормирования требований к точности осевых отклонений в зависимости от используемых баз.

Пусть  $\Delta$  – допуск соосности оси цилиндра относительно базовой оси (рис. 2.24). Тогда согласно стандарту ГОСТ Р 53442-2015 ось нормируемого цилиндра должна располагаться внутри цилиндрической зоны диаметром  $\Delta$ , ось которой совпадает с базовой осью  $A$ .

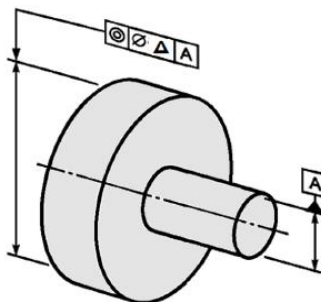


Рисунок 2.24 – Допуск соосности оси относительно базовой оси

Предположим, что нормируемый участок оси имеет длину  $L$ . Координатную ось  $O_b x_3$  системы координат  $O_b x_1 x_2 x_3$  направим вдоль базовой оси, координатные оси  $O_b x_1$  и  $O_b x_2$  направим так, чтобы получилась правая тройка, полюс  $O_b$  поместим в середине оси базового (малого) цилиндра. Систему координат  $O_{y_1 y_2 y_3}$  поместим в середине нормируемой оси в её номинальном положении. Считаем, что введенные системы координат имеют одинаковую ориентацию (рис. 2.25).

В поле допуска соосности ось нормируемого цилиндра имеет четыре степени свободы: 1) линейные смещения нормируемой оси вдоль координатных осей  $O_{y_1}$  и  $O_{y_2}$ ; 2) повороты нормируемой оси вокруг этих осей.

Обозначим:  $\varphi^0$  – величину линейного смещения нормируемой оси вдоль оси с единичным вектором  $\bar{e} = \cos \gamma_1 \cdot \bar{i}_1 + \sin \gamma_1 \cdot \bar{i}_2$ , где  $\bar{i}_1, \bar{i}_2$  – координатные орты осей  $Ox_1, Ox_2$  соответственно;  $\varphi, \theta$  – величины углов поворота нормируемой оси вокруг оси с единичным вектором  $\bar{e} = \cos \gamma_1 \cdot \bar{i}_1 + \sin \gamma_1 \cdot \bar{i}_2$  и оси с единичным вектором  $\bar{l} = -\sin \gamma_1 \cdot \bar{i}_1 + \cos \gamma_1 \cdot \bar{i}_2$  соответственно;  $\gamma_1$  – угол, между векторами  $\bar{e}$  и  $\bar{i}_1$ .

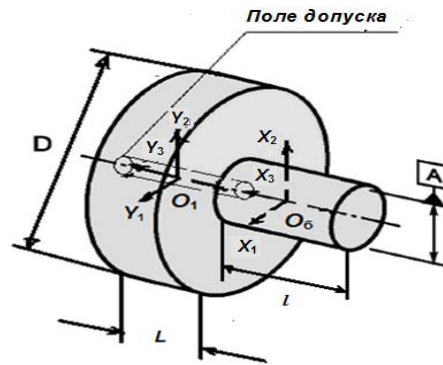


Рисунок 2.25 – Базовая система координат и система координат цилиндра, нормируемого допуском соосности

Из геометрических соображений получаем, что параметры  $\varphi^0, \varphi, \theta$ , удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{cases} |\varphi^0| + \frac{L}{2} \cdot |\sin \theta| = M, \\ (\varphi^0)^2 + \left( \frac{L}{2} \cdot \sin \varphi \right)^2 = M^2. \end{cases}$$

Здесь  $M = \frac{\Delta}{2}$ , а  $\Delta$  – допуск соосности оси.

Для угла  $\varphi = \varphi_0 \in (-\varphi^{\max}; \varphi^{\max})$  равенство  $|\varphi^0| = c$ , где  $c = \sqrt{(M)^2 - \left(\frac{L}{2} \cdot \sin \varphi_0\right)^2}$ , справедливо при любых значениях  $\gamma_1 \in [0; 2\pi)$ . В силу малости углов  $\varphi$  и  $\theta$  получаем соотношение, устанавливающее связь между этими углами в виде:

$$\theta \approx \frac{2 \cdot M}{L} - \sqrt{\left(\frac{2 \cdot M}{L}\right)^2 - \varphi^2}.$$

Эта зависимость представлена графически на рисунке 2.26.



Рисунок 2.26 – Зависимость угла  $\theta$  от угла  $\varphi$

Очевидно, что при максимальной величине угла  $\varphi = \varphi^{\max} = \arcsin \frac{2 \cdot M}{L} \approx \frac{2 \cdot M}{L}$  поворота оси величина её поступательного смещения вдоль оси с единичным вектором  $\bar{e}$  равна нулю, то есть  $\varphi^0 = 0$ , а при углах поворота оси равных 0, она принимает максимальное значение для всех точек оси, то есть  $\varphi^0 = \varphi_{\max}^0 = M$ . Если  $\varphi^0 = 0$ , то  $\varphi = \theta = \varphi^{\max}$ , а если  $\varphi^0 = \varphi_{\max}^0$ , то получаем  $\varphi = 0$  и  $\theta = 0$ .

Таким образом, положение оси, нормируемой допуском соосности, можно описать тремя параметрами:  $\varphi$ ,  $\varphi^0$ ,  $\gamma_1$ . В силу того, что угол  $\varphi$  поворота оси мал, мы можем считать  $\sin \varphi \approx \varphi$ . При любых  $\gamma_1 \in [0; 2\pi)$  параметры  $\varphi$  и  $\varphi^0$  подчиняются следующему условию:

$$\frac{(\varphi^0)^2}{(M)^2} + \frac{(\varphi)^2}{(\Phi)^2} = 1.$$

$$\text{Здесь } \Phi = \varphi_{\max} = \frac{2 \cdot M}{L}, \quad M = \varphi^0_{\max} = \frac{\Delta}{2}.$$

Следовательно, геометрическая интерпретация необходимого условия точности положения оси в зоне допуска соосности представляет собой эллипсоид, показанный на рисунке 2.27. Точка  $O$  соответствует номинальному положению нормируемой оси.

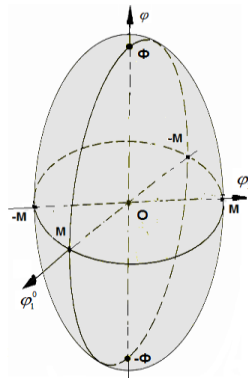
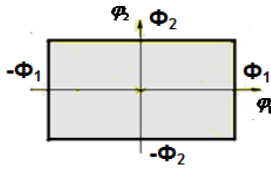
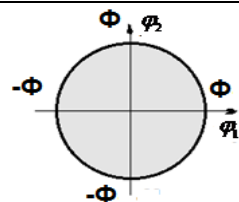
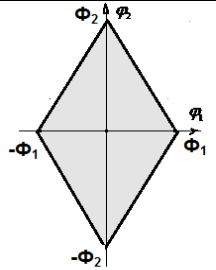
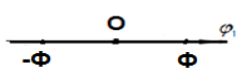


Рисунок 2.27 – Геометрическая интерпретация необходимого условия точности расположения оси в зоне допуска соосности

## **2.4 Классификация необходимых условий точности расположения в трёхмерном пространстве элементов деталей**

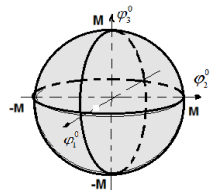
Технические требования к расположению геометрических элементов деталей, являются наиболее значимыми при решении задачи обеспечения точности критических размеров и ключевых геометрических характеристик расположения элементов изделия.

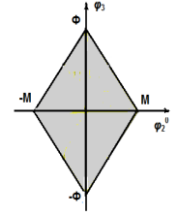
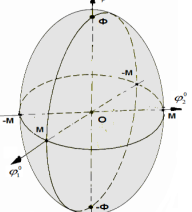
Таблица 2.1 – Необходимые условия точности ориентации геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве и их геометрическая интерпретация

Название геометрической характеристики	Характер технических требований	Необходимые условия точности	Геометрическая интерпретация
Параллельность, перпендикулярность, наклон	перпендикулярность линии (оси) относительно комплекта баз А и В (А, В – плоскости)	$\begin{cases}  \varphi_1  \leq \Phi_1, \\  \varphi_2  \leq \Phi_2, \\ \Phi_i = \frac{\Delta_i}{L} \end{cases}$	
	перпендикулярность линии (оси) относительно базовой плоскости	$\begin{cases} (\varphi_1)^2 + (\varphi_2)^2 \leq \Phi^2, \\ \Phi = \frac{\Delta}{L} \end{cases}$	
	параллельность плоскости относительно базовой плоскости	$a \cdot  \varphi_1  + b \cdot  \varphi_2  \leq \Delta$	
	точность угла между плоскостями	$\begin{cases}  \varphi_1  \leq \Phi, \\ \Phi = \frac{\Delta}{L} \end{cases}$	

В таблицах 2.1 и 2.2 приведены технические требования к расположению элементов деталей, а также соответствующие им необходимые условия точности в трёхмерном пространстве и их геометрическая интерпретация.

Таблица 2.2 – Необходимые условия точности месторасположения геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве

Название геометрической характеристики	Характер технических требований	Необходимые условия точности	Геометрическая интерпретация
Позиция, соосность	точность позиции точки (в диаметральной выражении) относительно комплекта баз А, В, С (А, В, С – плоскости)	$\begin{cases} (\varphi_1^0)^2 + (\varphi_2^0)^2 + (\varphi_3^0)^2 \leq M^2, \\ M = \frac{\Delta}{2} \end{cases}$	

	точность позиции линии относительно комплекта баз А, В (А, В – плоскости)	$(\varphi_1^0)^2 + (\varphi_2^0)^2 \leq \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2$	
	соосность оси относительно базовой оси	$4 \cdot (\varphi^0)^2 + L^2 \cdot \varphi^2 \leq \Delta^2,$ $\varphi^0 = \sqrt{(\varphi_1^0)^2 + (\varphi_2^0)^2},$ $\alpha \in [0; 2\pi)$	

### Выводы по главе 2

1. Определены точностные параметры, характеризующие расположение в трёхмерном пространстве элементов деталей, нормируемых геометрическими допусками расположения, в соответствии с техническими требованиями.
2. Разработаны необходимые (в аналитическом виде) условия точности расположения элементов деталей в трёхмерном пространстве для следующих технических требований: группа ориентации (перпендикулярность линии (оси) относительно комплекта баз А и В (А, В – плоскости); перпендикулярность линии (оси) относительно базовой плоскости; параллельность плоскости относительно базовой плоскости; точность угла между плоскостями; группа месторасположения (точность позиции точки (в диаметральном выражении) относительно комплекта баз А, В, С (А, В, С – плоскости); точность позиции линии относительно комплекта баз А, В (А, В – плоскости); соосность оси относительно базовой оси.
3. Дана геометрическая интерпретация необходимых условий точности расположения геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве. Для группы ориентации получено четыре вида областей: 1) прямоугольник; 2) круг; 3) ромб; 4) отрезок. Для группы месторасположения – 3 вида областей: 1) сфера; 2) эллипсоид; 3) круг.

### ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА КОНФИГУРАЦИОННОЙ МОДЕЛИ РАЗМЕРНОЙ ЦЕПИ СБОРКИ И ЕЁ РАСЧЁТ

Целью исследования, проводимого в этой главе, является разработка аналитической модели конфигурационной размерной цепи (КРЦ) сборки и её расчёта с использованием бикватернионов, а также интегральной оценки точности расположения.

#### 3.1 Бикватернионы: основные понятия

Бикватернионы были введены У. Клиффордом [128] в 1873 году как обобщение кватернионов Гамильтона [36] и использовались для описания геометрии движения. Идеи Клиффорда развил А.П. Котельников [37], разработав в 1895 году приложения к геометрии и механике.

Бикватернион можно представить в виде [38]:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{q} + \varepsilon \cdot \mathbf{q}^0.$$

$$\text{Здесь } \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \text{ — главный кватернион; } \mathbf{q}^0 = \begin{bmatrix} q_0^0 \\ q_1^0 \\ q_2^0 \\ q_3^0 \end{bmatrix} \text{ — моментный кватернион;}$$

$\varepsilon$  — единица Клиффорда,  $\varepsilon^2 = 0$ .

Бикватернион состоит из дуальной и винтовой частей. Дуальной частью бикватерниона является дуальное число

$$dual\mathbf{Q} = q_0 + \varepsilon \cdot q_0^0,$$

а винтовой частью является трёхмерный дуальный вектор (винт):

$$screw\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 + \varepsilon \cdot q_1^0 \\ q_2 + \varepsilon \cdot q_2^0 \\ q_3 + \varepsilon \cdot q_3^0 \end{bmatrix}.$$

Основные операции над бикватернионами:



1. бикватернионное сопряжение:  $\mathbf{Q}^* = \begin{bmatrix} q_0 + \varepsilon \cdot q_0^0 \\ -(q_1 + \varepsilon \cdot q_1^0) \\ -(q_2 + \varepsilon \cdot q_2^0) \\ -(q_3 + \varepsilon \cdot q_3^0) \end{bmatrix};$

2. сложение и вычитание бикватернионов:

$$\mathbf{P} \pm \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} (p_0 \pm q_0) + \varepsilon(p_0^0 \pm q_0^0) \\ (p_1 \pm q_1) + \varepsilon(p_1^0 \pm q_1^0) \\ (p_2 \pm q_2) + \varepsilon(p_2^0 \pm q_2^0) \\ (p_3 \pm q_3) + \varepsilon(p_3^0 \pm q_3^0) \end{bmatrix};$$

3. умножение бикватерниона на бикватернион:

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} \otimes \mathbf{Q} = \mathbf{p} \otimes \mathbf{q} + \varepsilon \cdot (\mathbf{p} \otimes \mathbf{q}^0 + \mathbf{p}^0 \otimes \mathbf{q}),$$

где  $\mathbf{Q} = \mathbf{q} + \varepsilon \cdot \mathbf{q}^0$ ,  $\mathbf{P} = \mathbf{p} + \varepsilon \cdot \mathbf{p}^0$ .

Бикватернионное умножение некоммутативно.

4. Вынесение за скобки главного кватерниона.

Если главный кватернион  $\mathbf{q}$  не является нулевым, то бикватернион

$\mathbf{Q} = \mathbf{q} + \varepsilon \mathbf{q}^0$  может быть представлен в виде:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{q} \otimes (\mathbf{I} + \varepsilon \cdot \mathbf{q}^{-1} \otimes \mathbf{q}^0) = (\mathbf{I} + \varepsilon \cdot \mathbf{q}^0 \otimes \mathbf{q}^{-1}) \otimes \mathbf{q},$$

где  $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 + \varepsilon \cdot 0 \\ 0 + \varepsilon \cdot 0 \\ 0 + \varepsilon \cdot 0 \\ 0 + \varepsilon \cdot 0 \end{bmatrix}$  – тождественный бикватернион.

Бикватернионы играют важную роль в решении задач механики твёрдого тела.

В соответствии с первой формулировкой теоремы Шаля [37] всякое конечное перемещение свободного твёрдого тела может быть получено в результате поступательного перемещения тела вместе с произвольно выбранным полюсом и поворота тела вокруг некоторой оси, проходящей через этот полюс.

Конечное перемещение свободного твёрдого тела может быть представлено собственным нормированным бикватернионом конечного перемещения  $\Lambda$  в виде [37]:

$$\Lambda = \mathbf{I} \cdot \cos \frac{\Phi}{2} + \mathbf{E} \cdot \sin \frac{\Phi}{2} = \exp \frac{\Psi}{2},$$

где  $\mathbf{I} = [1; 0; 0; 0]$  – тождественный бикватернион;  $\mathbf{E}$  – единичный винт оси винтового перемещения;  $\Phi$  – дуальный угол поворота тела;  $\Psi = \Phi \cdot \mathbf{E}$  – чисто винтовой бикватернион истинного эйлера перемещения  $\Psi$ .

В работах [37, 124] показано, что бикватернион  $\Lambda$  может быть представлен в виде:

$$\Lambda = \lambda \otimes \exp \left( \varepsilon \cdot \frac{{}_Y \mathbf{r}}{2} \right)$$

или

$$\Lambda = \exp \left( \varepsilon \cdot \frac{{}_X \mathbf{r}}{2} \right) \otimes \lambda,$$

где  ${}_Y \mathbf{r}$ ,  ${}_X \mathbf{r}$  – компоненты радиуса-вектора  $\mathbf{r}$ , проведённого из начала системы координат  $\mathbf{X}$  в начало системы координат  $\mathbf{Y}$ , представленные в системах координат  $\mathbf{Y}$  и  $\mathbf{X}$  соответственно;  $\lambda = \exp \frac{\Psi}{2}$  – половинный экспоненциальный кватернион эйлера поворота на угол  $\psi$ ;  $\Psi = Vect([\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3])$  – векторный кватернион истинного эйлера поворота,  $\mathbf{e} = [0; e_1; e_2; e_2]$  – ось поворота;  $\mathbf{i} = [1; 0; 0; 0]$  – тождественный кватернион.

Рассмотрим сложение перемещений. За начальное положение подвижного геометрического объекта (рассматриваем его как твёрдое тело) принимаем такое положение, при котором неподвижная  $\mathbf{X}$  и подвижная  $\mathbf{Y}$  системы координат совпадают.

Пусть вначале объект совершил конечное перемещение, определяемое собственным нормированным бикватернионом  ${}_X \mathbf{Q}_1$ , а затем перемещение, опреде-

ляемое собственным нормированным бикватернионом  ${}_x\mathbf{Q}_2$ , представленными в неподвижной системе координат  $\mathbf{X}$ .

Тогда бикватернион, характеризующий результирующее перемещение объекта, в этой системе координат определяется формулой [38]:

$${}_x\mathbf{Q} = {}_x\mathbf{Q}_2 \otimes_x \mathbf{Q}_1. \quad (3.0)$$

Компоненты результирующего бикватерниона будут получены в той же системе координат.

Если представить бикватернионы  ${}_y\mathbf{Q}_1$  и  ${}_y\mathbf{Q}_2$  в подвижной системе координат  $\mathbf{Y}$ , а результат – в неподвижной, то справедливо

$${}_x\mathbf{Q} = {}_y\mathbf{Q}_1 \otimes_y \mathbf{Q}_2.$$

Справедливы также следующие правила сложения, если результат необходимо представить в подвижной системе координат [38]:

$${}_y\mathbf{Q} = {}_y\mathbf{Q}_2 \otimes_y \mathbf{Q}_1,$$

$${}_y\mathbf{Q} = {}_x\mathbf{Q}_1 \otimes_x \mathbf{Q}_2.$$

Отметим, что правила сложения справедливы и для любого конечного числа последовательно выполненных перемещений.

С помощью собственного бикватерниона перемещения можно выполнять преобразование компонентов при переходе от подвижной системы координат к неподвижной и наоборот.

Если, например, известны компоненты чисто винтового бикватерниона  ${}_y\mathbf{R}$  в подвижной системе координат  $\mathbf{Y}$ , связанной с объектом, то компоненты этого бикватерниона в неподвижной системе координат  $\mathbf{X}$  можно определить по формуле:

$${}_x\mathbf{R} = \mathbf{Q} \otimes_y \mathbf{R} \otimes \mathbf{Q}^*,$$

где  $\mathbf{Q}$  – собственный нормированный бикватернион;  $\mathbf{Q}^*$  – бикватернион, сопряжённый бикватерниону  $\mathbf{Q}$ .

Преобразование винтового бикватерниона при переходе от неподвижной системы координат  $X$  к подвижной системе координат  $Y$ , определяется формулой:

$${}_Y\mathbf{R} = \mathbf{Q}^* \otimes_X \mathbf{R} \otimes \mathbf{Q}.$$

### 3.2 Классификация погрешностей сборки

Целью процесса сборки является соединение отдельных деталей в узлы и изделия таким образом, чтобы они имели заданное положение. Многочисленные погрешности обработки отдельных деталей, сочетаясь с погрешностями технологического процесса сборки, влияют на точность собранного изделия. Одной из основных проблем сборочного производства является нетехнологичность конструкции машин [109].

Причины получения брака при сборке заключаются в том, что детали и их геометрические элемент расположены неправильно, а поверхности отклоняются от заданной геометрической формы. Анализ многочисленных научных трудов [13, 14, 26, 49, 92, 93, 96, 104-106, 109, 112] по проблемам сборки показал, что погрешности являются одной из основных проблем, приводящих к «несобираемости» изделий.

Если изделие является новым, правильно спроектированным, то погрешности сборки зависят исключительно от неточностей изготовления деталей и других погрешностей производства. Причины таких погрешностей разнообразны: неточности основной схемы обработки; неточности оборудования; неточности инструмента и приспособлений; износ инструмента; температурные деформации; внутренние напряжения в изделии; некоторые свойства материала изделия; погрешности, зависящие от рабочего. Эти причины (назовем их производственные) приводят к отклонениям в макрогеометрии и микрогеометрии деталей:

- к отклонениям в диаметральных, линейных и угловых размерах деталей;
- отклонениям геометрической формы деталей;

- отклонениям в микрогеометрии поверхностей деталей;
- непараллельности, перпендикулярности, к отклонениям от заданных углов между линиями и плоскостями деталей и собранных узлов;
- отклонениям от заданных значений зазоров при сборке и т.д.

Эти погрешности имеют случайную природу, допуски позволяют их нормировать.

На рисунках 1.2 и 1.3 показано влияние производственных погрешностей деталей на расположение геометрических элементов сборочных единиц в двумерном и трёхмерном случаях соответственно.

Контактные погрешности являются следствием производственных погрешностей и приводят к небольшим смещениям соединяемых при сборке деталей. Эти погрешности зависят от типа контакта между сопрягаемыми элементами и подвижности контакта, но они не совпадают с кинематическими перемещениями в механизме. Они фактически представляют отличие каждой сборки от номинальной, поэтому они описывают изменения от одной сборки к другой сборке.

Таким образом, можно выделить две основные группы погрешностей сборки: 1) производственные (размерные и геометрические отклонения элементов); 2) контактные (кинематическими инфинитезимальными смещениями, возникающими в процессе сборки при соединении деталей).

Влияние производственных и контактных погрешностей отдельных деталей и их элементов на результаты сборки проявляются в ошибках замыкающих звеньев размерных цепей и ошибках положения конечных звеньев кинематических цепей.

Таким образом, для полноценного анализа пространственных размерно-точностных связей в узлах с целью обеспечения собираемости в анализе необходимо учитывать погрешности, вызванные как производственными факторами, так и контактными.

### 3.3 Конфигурационная модель размерной цепи изделия

Рассмотрим размерную цепь номинального изделия (рис.3.1). В качестве составляющих звеньев размерной цепи будем использовать векторы.

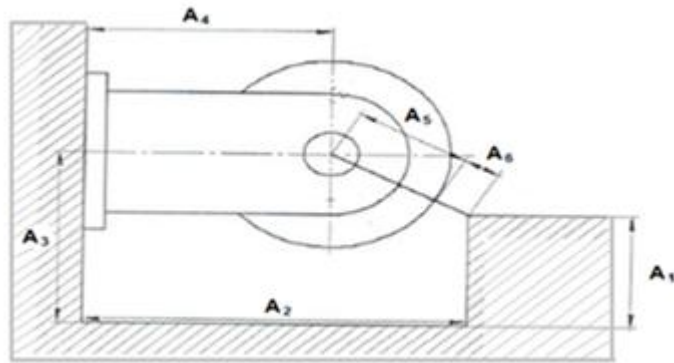


Рисунок 3.1 – Размерная цепь номинальной сборки в 2D

Погрешности, вызванные геометрическим несовершенством поверхностей соединяемых деталей, приводят к тому, что звенья размерной цепи меняют своё расположение в соответствии с изменением расположения геометрических элементов деталей, входящих в сборочную единицу (рис. 3.2). На рисунке 3.5 показан пример пространственной размерной цепи.

Такие модели размерных цепей изделия назовём конфигурационными размерными цепями (кратко КРЦ). Изменение расположения звеньев КРЦ обусловлено производственными и контактными погрешностями, приводящими к пространственным отклонениям геометрических элементов деталей, входящих в размерную цепь.

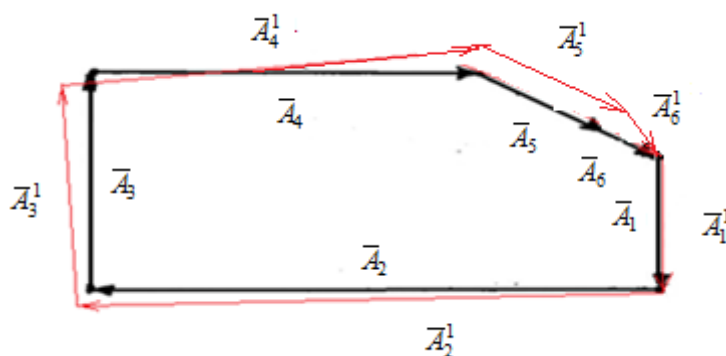


Рисунок 3.2 – Конфигурационная модель плоской размерной цепи

При построении конфигурационной модели размерной цепи следуем следующим правилам:

- 1) векторы, входящие в размерную цепь, представляют только те размеры, которые оказывают влияние на основную геометрическую характеристику изделия;
- 2) кинематические соединения учитываем в размерной цепи путем включения в неё векторов, входящих в соединение, и выходящих из него: векторы входят в соединение на одной из поверхностей сопрягаемых деталей и следуют до опорной точки (точка привязки системы координат) этой поверхности, затем векторы выходят из соединения на соседнюю деталь;
- 3) цепь содержит базовые опорные точки каждой детали, входящей в изделие, и опорные точки геометрических элементов детали, включенных в неё;
- 4) пространственные отклонения расположения геометрических элементов деталей, входящих в размерную цепь, а также соединения включаем в размерную цепь номинальной сборки как векторы.

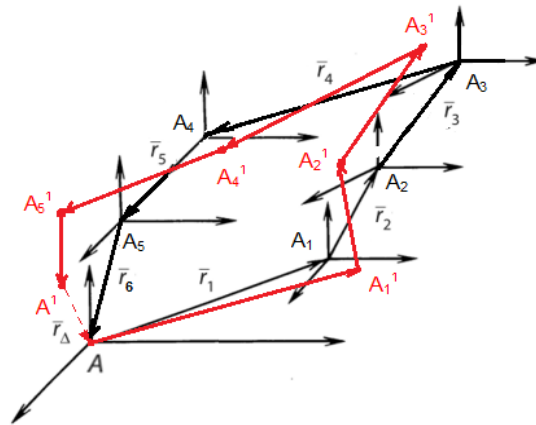


Рисунок 3.3 – Конфигурационная модель пространственной размерной цепи

Таким образом, конфигурационная модель размерной цепи представляет собой совокупность векторов-звеньев размеров элементов деталей сборочной единицы, входящих в цепь, векторов (входящих и выходящих) кинематических соединений, векторов пространственных отклонений геометрических элементов, а также контрольных точек (базовых опорных точек деталей и опорных точек их элементов).

Конечную точку КРЦ сборки назовём ключевой контрольной точкой.

### 3.4 Аналитическая модель конфигурационной размерной цепи

Рассмотрим размерную цепь номинальной сборки. Для построения аналитической модели размерной цепи номинальной сборки укажем опорные точки геометрических элементов деталей и базовые опорные точки деталей, входящих в размерную цепь и построим схему размерной цепи.

Для задания составляющих звеньев номинальной размерной цепи используем бикватернионы  $\mathbf{Q}_i$ , представленные в виде:

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{q}_i + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_i^0 = \mathbf{T}_i \otimes \lambda_i, \quad (3.1)$$

где  $\mathbf{T}_i = \mathbf{i} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{t}_i}{2}$  – бикватернион перемещения в направлении вектора  $\bar{t}_i$  в  $i$ -ом составляющем звене;  $\mathbf{i}$  – тождественный кватернион;  $\lambda_i = \lambda_{i3} \otimes \lambda_{i2} \otimes \lambda_{i1}$  – кватернион поворота  $i$ -ого составляющего звена;  $\lambda_{ik} = \cos \frac{\theta_{ik}}{2} + \bar{e}_{ij} \cdot \sin \frac{\theta_{ik}}{2}$  – собственный кватернион истинного эйлерова поворота;  $\bar{e}_{ik}$  – единичный вектор эйлеровой оси поворота;  $\theta_{ik}$  – угол поворота в  $i$ -ом составляющем звене вокруг  $k$ -ой оси ( $i = \overline{1, n}; k = \overline{1, 3}$ ).

Схему размерной цепи номинальной сборки представим совокупностью  $n$  составляющих звеньев – номинальных размеров, получающихся при последовательном переходе от одной опорной точки к другой.

Тогда аналитическая модель размерной цепи номинальной сборки имеет вид:

$$\mathbf{Q}_\Sigma \otimes \mathbf{A}_0 \otimes (\mathbf{Q}_\Sigma)^* = \mathbf{A}_N, \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{Q}_\Sigma = \mathbf{q}_\Sigma + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_\Sigma^0 = \mathbf{Q}_n \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_{C_j} \otimes \mathbf{Q}_{C_{j-1}} \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_i \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_1$  – бикватернион размерной цепи номинальной сборки (коротко: бикватернион номинальной сборки);  $\mathbf{Q}_{C_j}$ ,  $\mathbf{Q}_{C_{j+1}}$  – бикватернионы  $j$ -го кинематического соединения: входящего и выходящего из  $j$ -го соединения векторов-звеньев соответственно;  $\mathbf{Q}^*$  – бикватер-



нион, сопряженный бикватерниону  $\mathbf{Q}$ ;  $\mathbf{A}_0$  – начальная точка размерной цепи,  $\mathbf{A}_N$  – конечная точка цепи. При условии  $\mathbf{A}_N = \mathbf{A}_0$  размерная цепь представляет собой замкнутый контур.

Для учёта геометрических допусков расположения, назначенных на компоненты деталей узла, входящих в размерную цепь, включаем дополнительные составляющие звенья (назовём их звенья геометрических допустимых отклонений расположения), а в аналитическую модель размерной цепи номинальной сборки включаем соответствующие им бикватернионы. В размерной номинальной цепи эти звенья имеют нулевую длину.

Для рассматриваемого нами случая можно выделить два вида дополнительных составляющих звеньев геометрических допустимых отклонений расположения элементов деталей, входящих в изделие:

- звенья отклонений ориентации;
- звенья отклонений месторасположения.

Для аналитического представления конфигурационной размерной цепи получим бикватернион сборки путем перемножения бикватернионов всех составляющих звеньев цепи, то есть аналитическая модель конфигурационной размерной цепи 3D-сборки в бикватернионном представлении имеет вид:

$$\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}} \otimes \mathbf{A}_0 \otimes (\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}})^* = \mathbf{A}_N, \quad (3.3)$$

где  $\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}}$  – бикватернион конфигурационной размерной цепи сборки:

$$\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}_n^{\mathbf{K}} \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_{Cs+1}^{\mathbf{K}} \otimes \mathbf{Q}_{Cs}^{\mathbf{K}} \otimes \mathbf{Q}_{Cs-1}^{\mathbf{K}} \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_i \otimes \dots \otimes \dots \otimes \mathbf{Q}_1^{\mathbf{K}},$$

$\mathbf{Q}_i^{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}_i(K_i) = \mathbf{q}_i(K_{(\varphi)_i}) + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_i^0(K_{(\varphi^0)_i})$  – бикватернион  $i$ -ого составляющего звена цепи;  $K_i = \{\varphi_{1i}, \varphi_{2i}, \varphi_{3i}, \varphi_{1i}^0, \varphi_{2i}^0, \varphi_{3i}^0, \dots\}$  – точностные параметры  $i$ -ого составляющего звена;  $(\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}})^*$  – бикватернион, сопряженный бикватерниону  $\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\mathbf{K}}$ ;

$\mathbf{Q}_{Cs}^{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}_{Cs}(K_{Cs})$  – бикватернион  $s$ -ого кинематического соединения;  $K_{Cs}$  – точностные параметры  $s$ -ого соединения;  $\mathbf{Q}_{Cs-1}^{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}_{Cs-1}(K_{Cs-1})$ ,  $\mathbf{Q}_{Cs+1}^{\mathbf{K}} = \mathbf{Q}_{Cs+1}(K_{Cs+1})$  – биква-

тернионы входящего и выходящего из  $s$ -го соединения звеньев-векторов соответственно;  $\mathbf{A}_0$  – начальная точка размерной цепи,  $\mathbf{A}_N$  – конечная точка цепи.

При рассмотрении номинальной сборки все точностные параметры в уравнении (3.3) считаем равными нулю, то есть, получаем уравнение (3.2) размерной цепи номинальной сборки.

Верификацию назначенных размеров, входящих в номинальную размерную цепь геометрических элементов деталей, проведём на основе уравнения (3.2). Очевидно, что в случае правильно назначенных размеров должно быть справедливым соотношение:

$$\text{Vect}(\mathbf{Q}_\Sigma \otimes \mathbf{A}_0 \otimes (\mathbf{Q}_\Sigma)^*)_{\text{номин}}^{\text{прогноз}} - \text{Vect}(\mathbf{A}_N)_{\text{номин}}^{\text{проект}} = \text{Vect}(\mathbf{I}), \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{I}$  – тождественный бикватернион.

### 3.5 Расчётные формулы КРЦ сборки

Получим расчётные формулы КРЦ сборки. Расположение конечного звена РЦ номинальной сборки характеризует бикватернион  $\mathbf{Q}_\Sigma = \mathbf{q}_\Sigma + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_\Sigma^0$ , а расположение конечного звена РЦ с учётом пространственных допустимых отклонений – бикватернион  $\mathbf{Q}_\Sigma^K = (\mathbf{q}_\Sigma)^K + \varepsilon \cdot (\mathbf{q}_\Sigma^0)^K$ , тогда бикватернион  $\mathbf{Q}_{\Delta\Sigma} = \mathbf{q}_{\Delta\Sigma} + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_{\Delta\Sigma}^0$ , характеризующий ошибки расположения конечной точки КРЦ с учётом размерных и геометрических допусков, назначенных на геометрические элементы деталей, будет получен следующим образом:

$$\mathbf{Q}_{\Delta\Sigma} = \mathbf{Q}_\Sigma^K \otimes (\mathbf{Q}_\Sigma)^*. \quad (3.5)$$

Из формулы (3.5) получим бикватернион  $(\mathbf{Q}_\Sigma^K)_{\text{прогноз}} = (\mathbf{q}_\Sigma^K)_{\text{прогноз}} + \varepsilon \cdot ((\mathbf{q}_\Sigma^0)^K)_{\text{прогноз}}$  для прогнозирования месторасположения конечной точки КРЦ, при заданных допусках на размеры и пространственные отклонения звеньев цепи, в виде:

$$(\mathbf{Q}_\Sigma^K)_{\text{прогноз}} = \mathbf{Q}_{\Delta\Sigma} \otimes \mathbf{Q}_\Sigma, \quad (3.6)$$

где  $\mathbf{Q}_{\Delta\Sigma}$  – бикватернион ошибок расположения конечного звена КРЦ сборки;

$\mathbf{Q}_{\Sigma}$  – бикватернион номинальной сборки.

### 3.6 Интегральная оценка точности геометрических

#### характеристик расположения элементов изделия на основе КРЦ

Найдём компоненты вектора ошибок в расположении конечной точки КРЦ, используя бикватернион  $\mathbf{Q}_{\Delta\Sigma} = \mathbf{q}_{\Delta\Sigma} + \varepsilon \cdot (\mathbf{q}_{\Delta\Sigma}^0)$ , из следующих соотношений:

$$(\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma})^{\text{прогноз}} = 2 \cdot \text{Vect}(\mathbf{q}_{\Delta\Sigma}^0 \otimes (\mathbf{q}_{\Delta\Sigma})^*), \quad (3.7)$$

где  $(\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma})^{\text{прогноз}}$  – вектор действительных кумулятивных (накопленных) ошибок в месторасположении конечной точки КРЦ.

Вектор (3.7)  $\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma} = \text{Vect}[\psi_{0_{\Delta\Sigma}}, \psi_{1_{\Delta\Sigma}}, \psi_{2_{\Delta\Sigma}}, \psi_{3_{\Delta\Sigma}}]$  действительной кумулятивной (накопленной) ошибки месторасположения ключевой контрольной точки изделия, представим в виде:

$$\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma} = |\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}| \cdot \bar{e},$$

где  $|\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}|$  – модуль вектора ошибки расположения конечной точки КРЦ;

$\bar{e} = (e_1, e_2, e_3)$  – орт вектора перемещения конечной точки:

$$\bar{e} = \left( \frac{\psi_{1_{\Delta\Sigma}}}{|\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}|}, \frac{\psi_{2_{\Delta\Sigma}}}{|\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}|}, \frac{\psi_{3_{\Delta\Sigma}}}{|\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}|} \right).$$

Величину

$$\psi_{\Delta\Sigma} = \left| \bar{\Psi}_{\Delta\Sigma} \right| = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left( \psi_{\Delta\Sigma} \right)_j^2} \quad (3.8)$$

назовём кумулятивной (накопленной) ошибкой месторасположения конечной точки КРЦ, а вектор  $\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}$  – вектором кумулятивной ошибки расположения конечной точки КРЦ.

Расчётный угол кумулятивной ошибки эйлера поворота конечного звена КРЦ, обусловленного пространственными допустимыми отклонениями геометрических элементов деталей, включенных в размерную цепь, найдем следующим образом:

$$\left( \phi_{\Delta\Sigma} \right)^{\text{расч}} = 2 \cdot \arg(\lambda_{\Delta\Sigma}), \quad (3.9)$$

$\arg(\mathbf{q}_{\Delta\Sigma})$  – главное значение аргумента кватерниона  $\lambda_{\Delta\Sigma}$ ;  $\lambda_{\Delta\Sigma} = \lambda_{\Delta_1} \otimes \lambda_{\Delta_2} \otimes \dots \otimes \lambda_{\Delta_s}$ , где  $\lambda_{\Delta_m}$  – кватернион ошибки истинного эйлера поворота конечного звена, с учётом назначенных допусков.

Используя векторный кватернион кумулятивной ошибки ориентации  $\bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} = \text{Vect}(\lambda_{\Delta\Sigma}) = \left[ 0, \lambda_{1_{\Delta\Sigma}}, \lambda_{2_{\Delta\Sigma}}, \lambda_{3_{\Delta\Sigma}} \right]$  конечного звена КРЦ, найдем единичный вектор ошибки эйлера поворота следующим образом:

$$\bar{s} = \left( 0, \frac{\lambda_{1_{\Delta\Sigma}}}{\left| \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} \right|}, \frac{\lambda_{2_{\Delta\Sigma}}}{\left| \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} \right|}, \frac{\lambda_{3_{\Delta\Sigma}}}{\left| \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} \right|} \right), \quad (3.10)$$

$$\text{где } \left| \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} \right| = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \left( \lambda_{\Delta\Sigma} \right)_j^2}.$$

Вектор кумулятивной ошибки эйлера поворота конечного звена КРЦ, представим в виде:

$$\bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} = \phi_{\Delta\Sigma} \cdot \bar{s}. \quad (3.11)$$

Таким образом, точность пространственного расположения ключевого геометрического элемента изделия с учётом допусков можно охарактеризовать двумя векторами кумулятивных ошибок расположения  $\left[ \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma}, \bar{\Psi}_{\Delta\Sigma} \right]$  конечного звена КРЦ.

Номинальному расположению конечного звена соответствуют нулевые векторы ошибок, то есть:  $\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma} = \bar{0}, \bar{\Phi}_{\Delta\Sigma} = \bar{0}$ .

Геометрическая интерпретация оценки точности расположения конечного звена КРЦ с учётом пространственных допустимых отклонений составляющих звеньев представлена на рисунке 3.4.

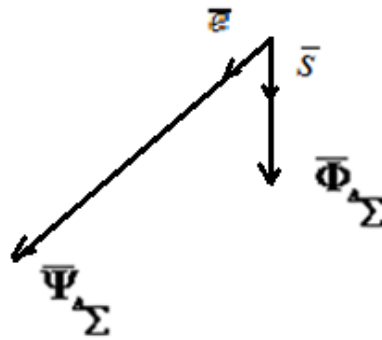


Рисунок 3.4 – Геометрическая интерпретация оценки точности расположения конечного звена КРЦ

Допуск расположения определяем максимальным значением параметров  $\psi_{\Delta\Sigma}$  и  $\phi_{\Delta\Sigma}$ , то есть

$$T_{\phi_{\Delta\Sigma}} = \max(|\bar{\Phi}_{\Delta\Sigma}|), \quad (3.12)$$

$$T_{\psi_{\Delta\Sigma}} = \max(|\bar{\Psi}_{\Delta\Sigma}|). \quad (3.13)$$

Проведём сравнительный анализ двух способов оценки угловых отклонений:

1) линеаризованной оценки

$$\Delta_1 = a \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.14)$$

2) нелинейной

$$\Delta_2 = a \cdot \sin \varphi, \quad (3.15)$$

где  $a$  – линейный размер;  $\Delta$  – угловое отклонение.

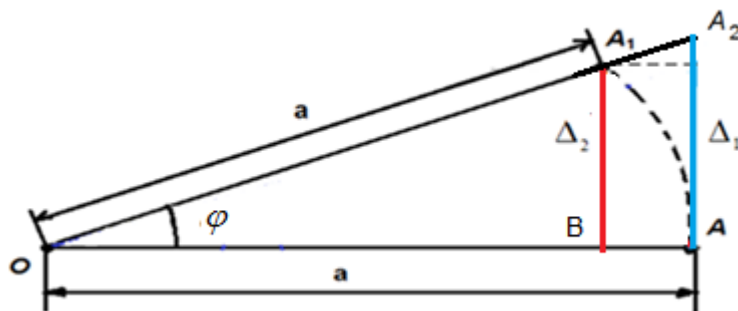


Рисунок 3.5 – Два способа оценивания угловых отклонений

На рисунке 3.5 показаны эти два варианта оценивания.

Таблица 3.1 – Абсолютная ошибка при оценивании угловых отклонений линейризованным способом

$\varphi$ (рад)	Абсолютная ошибка
0,009	0,00000
0,017	0,00000
0,035	0,00001
0,052	0,00002
0,087	0,00008
0,122	0,00023
0,157	0,00048
0,192	0,00088
0,227	0,00146
0,244	0,00182
0,262	0,00223
0,349	0,00528
0,524	0,01764

На рисунке 3.6 приведен график абсолютных ошибок при линейризованной оценке угловых отклонений для примера, приведённого в таблице 3.1.

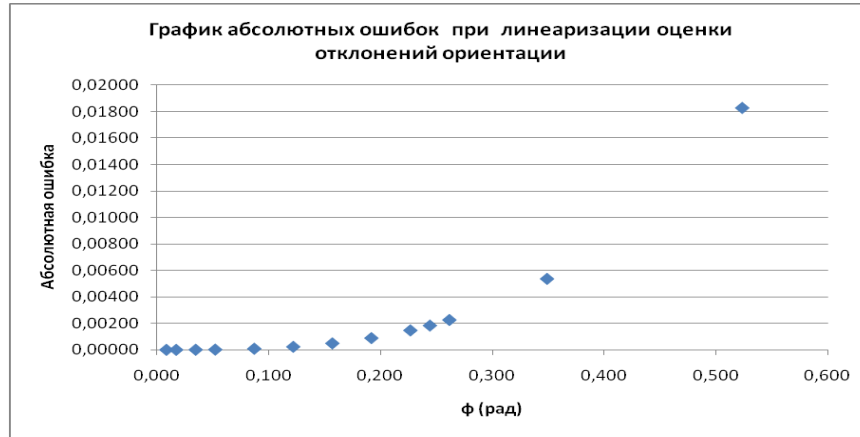


Рисунок 3.6 – График абсолютных ошибок при разных способах оценки угловых отклонений

Анализ абсолютных ошибок (рис. 3.6 и табл. 3.1) показывает, что различия в результатах при использовании линейризованного способа оценки появляются при  $\frac{\Delta}{a} > \frac{1}{100}$ , а при значениях  $\frac{\Delta}{a} < \frac{1}{100}$  они являются незначительными.

Учитывая тот факт, что отклонения в ориентации элементов деталей, входящих в изделие, накапливаются в основных геометрических характеристиках расположения критических элементов изделия, можно ожидать существенных ошибок в результатах анализа при использовании линейризованного способа оценки угловых отклонений в случае, когда сборка является «сильно нелинейной» (имеет большое число угловых отклонений), и при этом  $\frac{\Delta}{a} > \frac{1}{100}$ .

### 3.7 Оценка точности геометрических характеристик расположения на основе КРЦ методом «наихудшего случая»

Задавая наихудшие сочетания точностных параметров составляющих звеньев КРЦ, найдём расчётные максимальные и минимальные значения интегральной оценки точности расположения конечного звена КРЦ:  $(\psi_{\Delta\Sigma})^{\text{расчётн}}$ ,  $(\phi_{\Delta\Sigma})^{\text{расчётн}}$ , найдем расчётное значение  $(T_{\Delta\Sigma})^{\text{расчётн}}$  допуска расположения.

В предположении, что заданы проектные значения допусков расположения конечного звена КРЦ изделия, сравним их с расчётными значениями:

$$(T_{\phi_{\Delta\Sigma}})_{\text{расчётн}} \leq (T_{\phi_{\Delta\Sigma}})_{\text{проект}}, \quad (3.16)$$

$$(T_{\psi_{\Delta\Sigma}})_{\text{расчётн}} \leq (T_{\psi_{\Delta\Sigma}})_{\text{проект}} \quad (3.17)$$

Кроме этого необходимо проверить сонаправленность расчётного и проектного ортов эйлеровых осей (расчетной и проектной соответственно) ошибок поворотов анализируемого элемента изделия, а также сонаправленность соответствующих ортов осей перемещения конечной точки КРЦ: расчётного и проектного.

### 3.8 Сопоставление проектной и расчётной

#### зон допусков расположения

При изучении пространственных размерных связей в сборочных единицах имеет смысл сопоставить меры проектной и расчётной зон допусков [75]. Мерой трёхмерной зоны допуска является объём, а двумерной – площадь.

Сопоставим меры проектной и расчётной зон допуска расположения, полученных при расчёте методом «наихудшего случая».

Проектную зону допуска обозначим  $\Omega_{\text{проект}}$ , а прогнозируемую –  $\Omega_{\text{прогноз}}$ . Рассмотрим возможные варианты их взаимного расположения. Для простоты рассуждений предположим, что зона допуска является прямоугольником.

Рассмотрим случай, когда проектная зона допуска  $\Omega_{\text{проект}}$  содержит прогнозируемую  $\Omega_{\text{прогноз}}$ , то есть  $\Omega_{\text{прогноз}} \subset \Omega_{\text{проект}}$ . На рисунке 3.7 приведен пример такой ситуации.



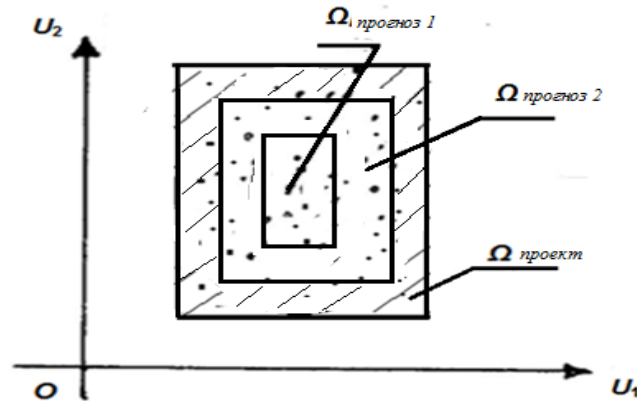


Рисунок 3.7 – Взаимное расположение проектной  $\Omega_{\text{проект}}$  и прогнозируемой  $\Omega_{\text{прогноз}}$  зон допуска расположения

Очевидно, что если в качестве прогнозируемой зоны допуска рассмотреть  $\Omega_{\text{прогноз1}}$ , то большое количество точек проектной зоны находится за пределами прогнозируемой (рис. 3.7). В этом случае можно считать, что конструкторская точность установлена с некоторым излишним запасом. Вследствие этого возникает ситуация, когда конструкторская точность будет обеспечена, но изготовление изделия потребует больших затрат. Точки, попавшие в заштрихованную область (рис. 3.7), то есть зону между внешней границей прогнозируемой зоны допуска и внешней границей проектной, удовлетворяют проектной зоне допуска (их координаты лежат внутри области  $\Omega_{\text{проект}}$ ), но не попадают в прогнозируемую, так как лежат за пределами области  $\Omega_{\text{прогноз}}$ . При этом, очевидно, справедливо соотношение:

$$\frac{V_{\text{прогноз}}}{V_{\text{проект}}} < 1,$$

где  $V_{\text{прогноз}}$ ,  $V_{\text{проект}}$  – объемы прогнозируемой и проектной зон допусков соответственно.

В результате производитель рискует понести затраты от излишне жестких требований к технологиям производства. Величина риска производителя равна мере заштрихованной области на рисунке 3.5.

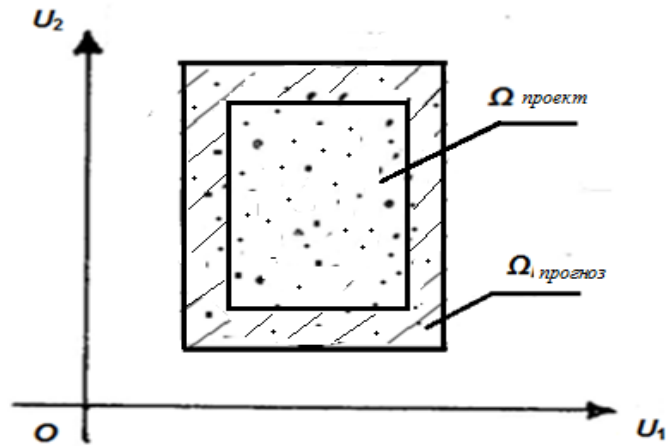


Рисунок 3.8 – Взаимное расположение прогнозируемой зоны допуска и проектной

Рассмотрим теперь другой вариант взаимного расположения проектной и прогнозируемой зон допуска:  $\Omega_{\text{проект}} \subset \Omega_{\text{прогноз}}$  (рис. 3.8). В таком случае может возникнуть ситуация, когда произведенное изделие признано бракованным (не соответствует точностным требованиям) из-за заниженных требований к технологическому процессу. Данная ситуация возникает при попадании точек в заштрихованную область на рисунке 3.8. Точки не принадлежат проектной зоне допуска, но принадлежат прогнозируемой. Имеем резерв конструкторской точности и справедливо неравенство

$$\frac{V_{\text{прогноз}}}{V_{\text{проект}}} > 1.$$

В этом случае возникает риск потребителя, величина которого характеризуется заштрихованной областью. Риск потребителя заключается в том, что он может получить бракованное изделие из-за установления технологической точности, несоответствующей значению конструкторской или потребительской точности, то есть из-за неправильного выбора технологического процесса. Риск потребителя не равен нулю, а риск производителя нулевой.

Возможна также ситуация, которая показана на рисунке 3.9. Тогда потребитель и производитель имеют ненулевые риски.

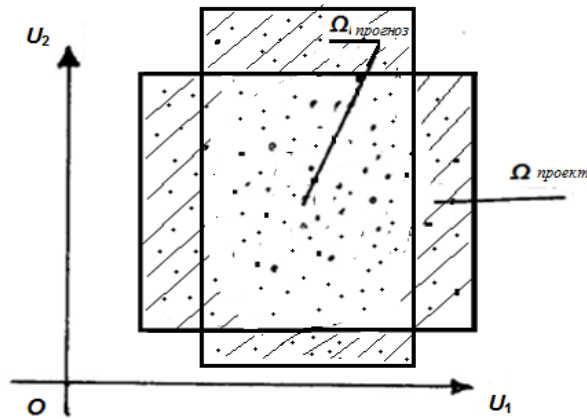


Рисунок 3.9 – Взаимное расположение проектной и прогнозируемой зон допуска

Из проведенных рассуждений, очевидно, что сопоставление мер проектной и прогнозируемой зон допусков является очень важной задачей при решении вопроса обеспечения технологического качества изделий машиностроения. Если полученная прогнозируемая зона допуска выйдет за установленные проектной зоной допуска границы, то необходимо обеспечить такой вариант обработки и сборки деталей, в соответствии с возможностями имеющегося оборудования, при котором справедливо включение  $\Omega_{\text{прогноз}} \subset \Omega_{\text{проект}}$ .

### 3.9 Некоторые аспекты в оценке точности расположения геометрических элементов изделия вероятностным методом

В первой главе показано, что анализ размерно-точностных пространственных связей сборки вероятностным (статистическим) методом представляет собой наилучший способ решения проблем, касающихся обеспечения более высокого качества изделий и более низких расходов в случае серийного производства, поскольку учитывает случайную природу отклонений компонентов сборки в основных геометрических характеристиках.

Точностные параметры геометрических характеристик элементов деталей, входящих КРЦ сборки, и аналитическая модель конфигурационной цепи сборки,

а также обеспечение точности расположения конечного звена методом «наихудшего случая» были определены в главе 2 и предыдущих параграфах главы 3.

### **3.9.1 Многомерное нормальное распределение сборки**

Дальнейшие рассуждения, ограничим предположением о нормальном законе распределения вероятностей точностных параметров, описывающих пространственное расположение геометрических элементов изделия.

Полагаем, что выходные точностные параметры подчиняются нормальному закону распределения вероятностей [27].

Если анализируемый точностной параметр один, то получаем одномерное нормальное распределение сборки с функцией плотности вероятностей, определяемой по формуле:

$$f(U) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(u-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right),$$

где  $U$  – выходная переменная сборки;  $\sigma^2$  – дисперсия  $U$ ;  $m$  – математическое ожидание  $U$ .

В случае нескольких сборочных выходных переменных введём в рассмотрение вектор  $\bar{U}$  сборочных выходных переменных, тогда имеем многомерное нормальное распределение сборки с функцией плотности

$$f(\bar{U}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^p \cdot |\text{cov}(\bar{U})|}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\bar{U} - \bar{M})^T \cdot (\text{cov}(\bar{U}))^{-1} \cdot (\bar{U} - \bar{M})\right\}, \quad (3.19)$$

где  $\bar{U} = (U_1, U_2, \dots, U_n)^T$  – вектор выходных переменных сборки;  $\bar{M} = (m_{U_1}, m_{U_2}, \dots, m_{U_n})^T$  – вектор математических ожиданий (средних значений);  $\text{cov}\bar{U} = \text{cov}(U_1, U_2, \dots, U_n)$  – ковариационная матрица;  $(\text{cov}\bar{U})^{-1}$  – матрица, обратная ковариационной матрице.

Предположим, что точность расположения конечного звена КРЦ сборки характеризуется двумя нормально распределёнными переменными, то есть рас-

смаатриваем случайный вектор сборочных выходных переменных  $\bar{U} = (U_1, U_2)$ , тогда в соответствии с (3.19) двумерную функцию плотности распределения вероятностей сборочных переменных запишем в виде:

$$f(\bar{U}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\text{cov}(\bar{U})|}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\bar{U} - \bar{M}_{\bar{U}})^T \cdot (\text{cov}(\bar{U}))^{-1} \cdot (\bar{U} - \bar{M}_{\bar{U}})\right\}.$$

Здесь  $\bar{M}_{\bar{U}} = (m_{U_1}, m_{U_2})^T$  – вектор математических ожиданий (средних значений);  $\text{cov}\bar{U} = \text{cov}(U_1, U_2)$  – ковариационная матрица.

### ***3.9.2 Прогнозирование доли годных сборок при расчёте вероятностным методом***

Результаты размерного анализа, проведённого вероятностным методом, представляют собой оценки среднего значения, дисперсии и других вероятностных параметров, описывающих вариации в основной геометрической характеристике сборки. Если на геометрические элементы деталей, входящих в изделие, назначены допуски, то по результатам точностного анализа сборки на основе КРЦ может быть получена количественная оценка процента бракованных сборок.

Предположим, что в соответствии с техническими требованиями к изделию нормируется одна ключевая геометрическая характеристика сборки. Ключевую геометрическую характеристику изделия будем считать «качественной», а сборку будем считать «успешной», если все выходные точностные параметры этой характеристики (назовём их критическими переменными), удовлетворяют заданным требованиям.

Качество (успешность) сборки определим долей сборок, признанных успешными на уровне значимости  $\alpha$ .

Предположим, что ключевая геометрическая характеристика изделия характеризуется  $n$  критическими переменными, то есть имеем вектор  $\bar{U} = (U_1, U_2, \dots, U_n)^T$  критических переменных изделия. На основе исследований, проведённых во второй главе, можем считать, что для одной геометрической характеристики расположения геометрического элемента количество  $n = 1, 2, 3$ .

Предположим также, что  $\bar{U} \sim N(\bar{M}_U; \text{cov}(\bar{U}))$  и значения критических сборочных переменных  $u_i \in \Omega$ , где  $\Omega$  – область допустимых значений  $u_i$ . Тогда общее качество сборки мы можем определить путём  $n$ -кратного интегрирования по области  $\Omega$  следующим образом:

$$\hat{P}_\Sigma = \underbrace{\int \int \dots \int}_n f(\bar{U}) du_1 \cdot du_2 \dots du_n, \quad (3.20)$$

где  $f(\bar{U})$  – функция плотности распределения вероятностей случайного вектора выходных сборочных переменных.

Процент брака определится по формуле:

$$Q_\Sigma^{\text{брак}} = (1 - \hat{P}_\Sigma) \cdot 100\%.$$

Предположим, что сборочная переменная  $U$  распределена по нормальному закону с параметрами:  $m_U$  и  $\sigma_U$ , то есть  $N(m_U; \sigma_U)$ .

Доля «успешных» сборок будет определяться по формуле (3.20) следующим образом:

$$\hat{P}_\Sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_U} \cdot \int_{-l}^l \exp\left(-\frac{(u - m_U)^2}{2 \cdot \sigma_U^2}\right) dy_M = \Phi\left(\frac{u - m_U}{\sigma_U}\right),$$

где  $m_U$  – математическое ожидание  $U$ ;  $\sigma_U$  – среднее квадратическое отклонение

$U$ ;  $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^z \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \cdot dt$  – функция Лапласа.

Рассмотрим, например, сборку, состоящую из четырёх однотипных блоков (рис. 3.10). Предположим, что на верхнюю плоскость каждого блока назначен допуск параллельности относительно нижней поверхности блока. Пусть ключевой геометрической характеристикой сборки является параллельность верхней поверхности четвертого блока относительно базовой плоскости – нижней поверхности первого блока. Зона допуска параллельности плоскости относительно базовой плоскости определяется двумя выходными конфигурационными параметрами:  $U_1, U_2$  – углами поворота верхней плоскости четвертого блока вокруг коор-

динатных плоскостей  $OX_1, OX_2$  соответственно, которые удовлетворяют условию:

$$a \cdot |U_1| + b \cdot |U_2| \leq \Delta.$$

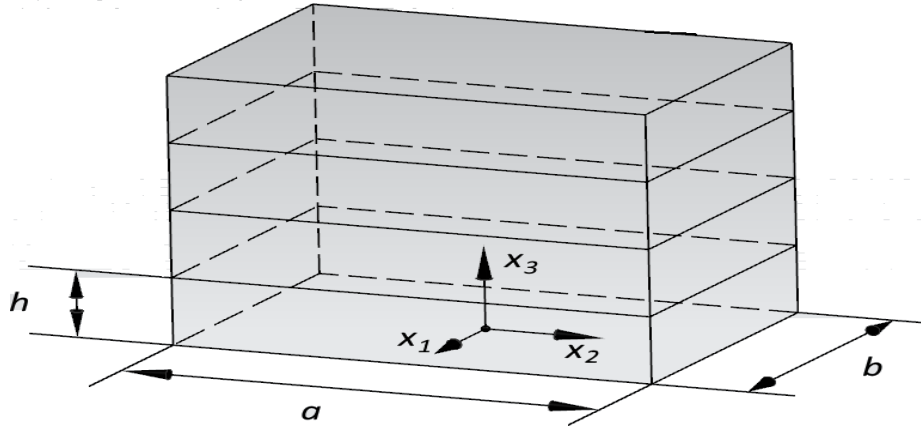


Рисунок 3.10 – Сборка из четырёх однотипных блоков

Доля «успешных» сборок, состоящих из четырёх однотипных блоков, будет получена из формулы:

$$\hat{P}_{\Sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{|\text{cov}(\bar{U})|}} \cdot \iint_{\Omega} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot (\bar{U} - \bar{M}_{\bar{U}})^T \cdot (\text{cov}(\bar{U}))^{-1} \cdot (\bar{U} - \bar{M}_{\bar{U}}) \right\} \cdot dU_1 \cdot dU_2, \quad (3.21)$$

где  $\bar{U} = (U_1, U_2)^T$  – вектор выходных переменных сборки;  $\bar{M}_{\bar{U}} = (m_{U_1}; m_{U_2})^T$  – вектор математических ожиданий выходных переменных сборки  $U_1$  и  $U_2$ ;  $\text{cov} \bar{U} = \text{cov}(U_1, U_2)$  – ковариационная матрица сборки;  $\Omega$  – область интегрирования:  $a \cdot |U_1| + b \cdot |U_2| \leq \Delta$ .

Если предположить, что все выходные переменные сборки независимы и  $-l_i \leq U_i \leq l_i$ , то долю «успешных» сборок можно определить по формуле:

$$P_{\Sigma} = \prod_{i=1}^n \left( \int_{-l_i}^{l_i} f(u_i) du_i \right) = \prod_{i=1}^n \left( \Phi \left( \frac{l_i - m_{U_i}}{\sigma_{U_i}} \right) \right), \quad (3.22)$$

где  $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^z \exp \left( -\frac{t^2}{2} \right) \cdot dt$  – функция Лапласа;  $m_{U_i}$  – математическое ожидание выходной сборочной переменной  $U_i$ ;  $\sigma_{U_i}$  – среднее квадратическое отклонение  $U_i$ .

В случае зависимых выходных сборочных переменных формула (3.22) даёт оценку качества сборки с некоторой ошибкой. В этом случае для получения более точной оценки «успешности» сборки необходимо выполнить  $n$ -кратное интегрирование по формуле (3.20).

### **3.9.3 Изучение влияния корреляции на точность прогнозирования доли годных сборок**

Ковариация, как правило, присутствует в многомерных распределениях.

Рассмотрим влияние ковариации выходных точностных параметров изделия на прогнозирование доли «успешных» сборок для случая двумерного распределения.

Ковариационную матрицу для двумерного распределения запишем в виде:

$$\text{cov}(U_1, U_2) = \begin{pmatrix} \sigma_{U_1}^2 & r \cdot \sigma_{U_1} \cdot \sigma_{U_2} \\ r \cdot \sigma_{U_1} \cdot \sigma_{U_2} & \sigma_{U_2}^2 \end{pmatrix},$$

где  $r$  – коэффициент корреляции;  $U_1, U_2$  – критические переменные сборки.

Для двумерного нормально распределённого случайного вектора выходных точностных переменных  $\bar{U} = (U_1, U_2)$  с параметрами  $N(\bar{0}; \text{cov}(\bar{U}))$  совместную функцию плотности распределения вероятностей запишем в виде:

$$f(u_1, u_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-r^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sqrt{1-r^2}} \cdot \left[\frac{u_1^2}{\sigma_1^2} - \frac{2r \cdot u_1 \cdot u_2}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{u_2^2}{\sigma_2^2}\right]\right\}.$$

Здесь  $\sigma_1 = \sigma_{U_1}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_{U_2}$  – средние квадратические отклонения критических сборочных переменных  $U_1$  и  $U_2$  соответственно.

Предположим, что  $r=0$  и  $U_1 \in [-3\sigma_1; 3\sigma_1]$ ,  $U_2 \in [-3\sigma_2; 3\sigma_2]$ , тогда долю «успешных» сборок найдем с использованием формулы (4.11) в виде:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \int_{-3\sigma_1}^{3\sigma_1} \exp\left(-\frac{u_1^2}{2 \cdot \sigma_{U_1}^2}\right) du_1 \cdot \int_{-3\sigma_2}^{3\sigma_2} \exp\left(-\frac{u_2^2}{2 \cdot \sigma_{U_2}^2}\right) du_2 = [\Phi(3)]^2 = 0,99461.$$

Рассчитаем долю «успешных» сборок путем двукратного интегрирования по формуле (3.20):



$$\hat{P}_{\Sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \iint_{\Omega} \exp\left\{-\left(\frac{u_1^2}{2 \cdot \sigma_1^2} + \frac{u_2^2}{2 \cdot \sigma_2^2}\right)\right\} \cdot du_1 \cdot du_2,$$

где область интегрирования  $\Omega$ :  $\begin{cases} -3\sigma_1 \leq u_1 \leq 3\sigma_1, \\ -3\sigma_2 \leq u_2 \leq 3\sigma_2. \end{cases}$

Получим  $\hat{P}_{\Sigma} = 0,99461$ .

Сравнивая  $P_{\Sigma}$  и  $\hat{P}_{\Sigma}$ , видим, что результаты расчётов совпадают.

Пусть коэффициент корреляции  $r = \pm 0,25$ . Тогда, игнорируя корреляцию, по формуле (3.18) получим  $P_{\Sigma} = 0,99461$ . Бракованными будут признаны 0,539% сборок.

При двукратном интегрировании функции плотности распределения вероятностей  $f(u_1, u_2)$  по формуле (3.20) с использованием квадратурной формулы Гаусса [155] (количество узловых точек 32) получаем долю успешных сборок, равную 0,99464. Брак составит 0,536%.



Рисунок 3.11 – Относительная ошибка при прогнозировании доли брака (двумерное нормальное распределение)

Рассчитаем относительную погрешность, получаемую в расчёте доли брака по формуле (3.22), при наличии коррелированности точностных переменных узла следующим образом:

$$\delta = \frac{|P_{\Sigma} - \hat{P}_{\Sigma}|}{1 - \hat{P}_{\Sigma}} \cdot 100\%. \quad (3.23)$$

Для рассмотренного случая при  $r = \pm 0,25$  получим  $\delta = 0,6\%$ .

В таблице 3.2 приведены результаты расчетов доли «успешных» сборок по формуле (3.22) и с учетом корреляции по формуле (3.20), а также относительные погрешности при определении доли бракованных узлов, полученные при различных значениях коэффициента корреляции.

Таблица 3.2 – Влияние корреляции на оценку качества сборки в случае двумерного распределения ( $U_i \in [-3\sigma_i; 3\sigma_i]$ )

№ п/п	Значения коэффициента корреляции, $r$	$P_{\Sigma}$	$\hat{P}_{\Sigma}$	$\delta$
1	$r = 0$	0,99461	0,99461	0%
2	$r = \pm 0,25$	0,99461	0,99464	0,6%
3	$r = \pm 0,5$	0,99461	0,99477	3,1%
4	$r = \pm 0,75$	0,99461	0,99529	14,4%
5	$r = \pm 0,95$	0,99461	0,99623	43%

Рассмотрим расчёт доли «успешных» сборок по формулам (3.20) и (3.22), когда  $r = 0$  и  $U_1 \in [-4\sigma_1; 4\sigma_1]$ ,  $U_2 \in [-4\sigma_2; 4\sigma_2]$ . Получим:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \int_{-4\sigma}^{4\sigma} \exp\left(-\frac{u_1^2}{2 \cdot \sigma_{u_1}^2}\right) du_1 \cdot \int_{-4\sigma}^{4\sigma} \exp\left(-\frac{u_2^2}{2 \cdot \sigma_{u_2}^2}\right) du_2 = [\Phi(4)]^2 = 0,9998,$$

$$\hat{P}_{\Sigma} = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \iint_D \exp\left\{-\left(\frac{u_1^2}{2 \cdot \sigma_1^2} + \frac{u_2^2}{2 \cdot \sigma_2^2}\right)\right\} \cdot du_1 \cdot du_2 = 0,9998,$$

где область интегрирования  $D$ :  $\begin{cases} -4\sigma_1 \leq u_1 \leq 4\sigma_1, \\ -4\sigma_2 \leq u_2 \leq 4\sigma_2. \end{cases}$

Если коэффициент корреляции  $r = \pm 0,25$ , то, игнорируя корреляцию, по формуле (3.22) и с учётом корреляции по формуле (3.20) получим  $\hat{P}_{\Sigma} = P_{\Sigma} = 0,99980$ . Процент брака составит 0,02%.

В таблице 3.3 приведены результаты расчетов доли годных по формуле (3.22) и с учетом корреляции по формуле (3.20) для различных значений коэффициента корреляции, а также относительная погрешность доли бракованных сборок, рассчитанная по формуле (3.19) для рассматриваемого случая.

Таблица 3.3 – Влияние корреляции на оценку качества сборки в случае двумерного распределения ( $U_i \in [-4\sigma_i; 4\sigma_i]$ )

№ п/п	Значения коэффициента корреляции, $r$	$P_{\Sigma}$	$\hat{P}_{\Sigma}$	$\delta$
1	$r = 0$	0,99980	0,99980	0,0%
2	$r = \pm 0,25$	0,99980	0,99980	0,0%
3	$r = \pm 0,5$	0,99980	0,999799	0,5%
4	$r = \pm 0,75$	0,99980	0,99979	4,8%
5	$r = \pm 0,95$	0,99980	0,99970	33,3%

На основании проведенного исследования влияния ковариации при прогнозировании доли «успешных» сборок при заданных диапазонах изменения точностных переменных  $U_i$  ( $i = \overline{1,2}$ ) узла в отрезках  $[-k\sigma_i; k\sigma_i]$ , где  $k = 3; 4$ , можно сделать следующие выводы:

1) при увеличении абсолютного значения коэффициента корреляции наблюдается рост относительной ошибки при прогнозировании доли бракованных сборок без учёта ковариации сборочных переменных, причём, чем ближе  $|r|$  к единице, тем значительнее становится ошибка (рис. 3.11);

2) если абсолютное значение коэффициента корреляции близко к нулю и пределы интегрирования независимые, то формула (3.22) достаточно хорошо оценивает долю «успешных» сборок;

3) при увеличении коэффициента  $k$  влияние корреляции на оценку доли «успешных» сборок снижается (табл.3.2 и табл. 3.3).

На рисунке 3.11 относительные погрешности при оценке качества сборки для значений  $k = 3;4$  представлены графически.

Аналогичные выводы можно получить и для случая  $p = 3$ , где  $p$  – порядок распределения.

### **3.10 КРЦ и оптимизация конструкторско-технологической подготовки производства изделий**

Существующая в настоящее время организация и применяемые методы проектирования и разработки новых изделий не соответствуют требованиям скоростного создания высокотехнологичных конструкций. Это объясняется совокупностью многих факторов:

- производимая продукция перестала носить массовый характер и стала ориентироваться на удовлетворение запросов различных групп потребителей;
- товары перестали быть локальными, их производство может быть организовано во многих точках мира; появились новые формы кооперации в виде виртуальных предприятий, когда каждый этап производства выполняется в той стране и на том предприятии, где это наиболее выгодно;
- резко возросла роль информационных технологий в сфере проектирования, производства и реализации продукции.

Возросшая конкуренция среди производителей требуют перехода к быстрым и высокоэкономичным методам конструирования изделий и планированию их технологических характеристик уже на стадии концептуального проектирования. Такой подход позволяет при небольших затратах и в короткие сроки обеспечить изготовление качественных изделий.

Вопросы технологии сборки изделий очень тесно связаны с вопросами конструирования деталей, узлов и изделия в целом. Конструктор, разрабатывая конструкцию узла (изделия), должен одновременно учитывать процессы его сборки.

Пренебрежение же требованиями технологии приводит к серьёзным погрешностям, проявляющимися в процессе сборки. С другой стороны, сборочные операции непосредственно зависят от конструктивных особенностей изделия, поскольку общая схема сборочного процесса предопределяется конструктором при разработке конструкции. Характер посадок, осуществляемых при сборке, также устанавливается конструктором.

Значительное повышение технологичности деталей достигается путём рационального выбора баз, задания размеров и допусков. Известно, что при правильном выборе конструктивных баз, обеспечивающих одновременно полноценное использование их в качестве технологических и метрологических баз, значительно снижаются требования к точности изготовления деталей по сравнению с теми случаями, когда это требование не выполняется, что ведёт к возрастанию объёма доделочных работ на сборке.

На сегодняшний день в машиностроительном производстве действует схема последовательного проектирования.

Конструкторская подготовка производства включает:

- разработку проектного задания, эскизного проекта;
- изготовление и испытание опытного образца;
- разработку технического проекта, рабочего проекта;
- изготовление и испытание изделий опытных партий;
- доводку конструкции по результатам испытаний;
- уточнение рабочего проекта и его оформление;
- передачу рабочего проекта органам технологической подготовки производства.

ства.

Задачей ТПП является обеспечение полной технологической готовности предприятия к производству изделий с заданными технико-экономическими показателями (высоким техническим уровнем, качеством изготовления, а также с минимальными трудовыми и материальными издержками при конкретном техническом уровне предприятия и планируемых объемах производства).

Основными этапами разработки технологического процесса сборки являются:

- анализ исходных данных;
- определение типа производства и организационной формы сборки
- отработка конструкции на технологичность;
- выбор баз и рациональных методов сборки;
- разработка технологической схемы и маршрута сборки;
- формирование технологических операций;
- оценка экономической эффективности вариантов технологического процесса сборки.

В задачи, решаемые конструктором, входят: выбор материала деталей, определение их размеров и точности, выбор параметров качества поверхностного слоя, обеспечивающие эксплуатационные свойства изделия при функционировании и т.д. Задачей технолога является технологическое обеспечение точности размеров, параметров качества поверхностного слоя деталей и т.д., назначенных конструктором. Таким, образом, требования к изделию, указанные конструктором, должен оптимизировать технолог с учётом условий конкретного предприятия, на котором изготавливается изделие.

Как показывает отечественный опыт, 50-70% имеющихся дефектов в готовой машиностроительной продукции вызваны ошибками в конструкторских решениях, 20-30% - недостатками технологии изготовления, 5-15% - возникают по вине рабочих. Устранение первой и второй групп дефектов можно осуществить за счет совмещенного проектирования составляющих технологической системы - "изделие-технология-оборудование" и "раннего" учета возникающих при этом ограничений.

Повышение требований к скорости и качеству проектирования неизбежно приводит к необходимости реинжиниринга конструкторско-технологической подготовки производства изделий путём реализации принципа параллельного выпол-

нения задач, то есть возможности создания уже на стадии концептуального проектирования технологического качества изделий, которое обеспечит:

- наименьшую трудоёмкость и наиболее короткий производственный цикл;
- широкую возможность применения наиболее простых и рациональных операций при изготовлении конструкций при наименьшем количестве материалов и оборудования;
- простую собираемость всех деталей и узлов, без пригонок и доделок, без селективной подготовки, обеспеченную экономически приемлемыми допусками на компоненты деталей и узлов;
- возможность параллельной сборки с наиболее короткими производственными циклами;
- обеспечение оптимальной последовательности сборки (без дополнительной разборки и повторной сборки).

КРЦ изделия может служить единой платформой, которая позволит учесть интересы конструкторов и технологов уже на стадии концептуального проектирования изделия, что создаст предпосылки для принципиально нового, интегрированного подхода к разработке изделий – С-технологии, в основе которой лежит идея совмещенного проектирования изделия, а также процессов его изготовления и сопровождения. Использование подобной организации проектирования изделий, позволяет экономить не только время (время от идеи до рынка сокращается на 25-50%), но и средства за счет повышения качества изделий, сокращения изменений (в 2-3 раза), вносимых в конструкцию на стадии изготовления.

### Выводы по главе 3

1. Выделено две основные группы погрешностей в расположении геометрических элементов изделия: производственные и контактные (кинематические инфинитезимальные). Установлено, что контактные погрешности имеют случайную природу и порождаются производственными погрешностями.
2. Введены понятия: конфигурационная модель размерной цепи изделия, ключевые контрольные точки сборки, вектор кумулятивных ошибок эйлера поворота конечного звена КРЦ (ключевого геометрического элемента изделия), вектор кумулятивных ошибок перемещения конечной точки КРЦ (ключевой контрольной точки).
3. Для обеспечения возможности взаимодействия конструкторов и технологов на одной платформе при отработке изделия на технологичность созданы следующие инструменты: конфигурационная геометрическая модель размерной цепи изделия, аналитическая модель КРЦ, расчётные формулы КРЦ, интегральная оценка точности расположения ключевого геометрического элемента сборки и «метод наихудшего случая» для оценки результатов анализа. Установлена возможность использования для анализа вероятностного (статистического) метода.
4. Величина допуска расположения ключевого геометрического элемента сборки определена максимальными значениями параметров, описывающих точность расположения конечного звена КРЦ сборки.
5. Геометрически допуск расположения ключевого элемента сборки определен двумя векторами кумулятивных ошибок расположения конечного звена КРЦ: вектором кумулятивных ошибок эйлера поворота конечного звена КРЦ и вектором кумулятивных ошибок перемещения конечной точки КРЦ.
6. Теоретически и практически обоснована необходимость учитывать различные способы оценок (нелинейная, линеаризованная) угловых отклонений в анализе. Показано, что, если отношение абсолютной величины углового от-



клонения геометрического к его линейному размеру превышает 0,01, и сборка имеет большое количество угловых отклонений, то предпочтительнее использовать нелинейную оценку угловых отклонений для получения более точных результатов анализа.

7. Теоретически и практически обоснована необходимость учёта коррелированности выходных точностных параметров изделия при оценке доли годных сборок на основе линейной модели в предположении нормального закона распределения. Установлено, что: а) при увеличении абсолютного значения коэффициента корреляции наблюдается рост относительной ошибки при прогнозировании доли бракованных сборок без учёта ковариации сборочных переменных, причём, чем ближе линейный коэффициент корреляции к единице, тем значительно становится ошибка; б) при расширении поля рассеивания влияние корреляции на оценку доли «успешных» сборок снижается.

## **ГЛАВА 4. ОЦЕНКА СОБИРАЕМОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ НА ОСНОВЕ КРЦ. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ**

В этой главе рассматривается практическая реализация разработанного подхода к анализу пространственных размерных связей с учётом допусков расположения для оценки собираемости изделий.

### **4.1 Технология анализа пространственных размерных связей изделий с учётом допусков расположения**

*Технология анализа пространственных размерных связей с учётом допусков расположения на основе КРЦ для оценки собираемости изделий:*

- 1) в соответствии с функциональным назначением изделия сформулировать технические требования к изделию и его геометрическим элементам, выявить ключевую геометрическую характеристику изделия, задать допуски.
- 2) построить граф взаимосвязей компонентов сборки (конструкторско-технологический граф), отражающий производственные связи компонентов сборки (граф строится на основе графа сборки);
- 3) указать базовые опорные точки деталей, опорные точки геометрических элементов деталей, а также ключевые контрольные точки;
- 4) выявить составляющие звенья, построить схему размерной цепи номинального изделия;
- 5) получить аналитическую модель размерной цепи номинальной сборки и произвести её расчёт и верификацию;
- 6) идентифицировать точностные параметры отклонений в составляющих звеньях с учётом назначенных допусков и получить необходимые условия точности расположения каждого составляющего звена цепи;
- 7) получить аналитическую модель КРЦ и произвести её расчёт;

- 8) получить расчётные значения параметров  $\psi_{\Delta\Sigma}$  и  $\phi_{\Delta\Sigma}$ , характеризующих точность расположения конечного звена КРЦ;
- 9) провести интегральную оценку точности ключевой геометрической характеристики изделия;
- 10) в предположении нормального закона распределения точностных параметров основной геометрической характеристики сборки спрогнозировать долю бракованных сборок;
- 11) сделать выводы.

#### 4.2 Оценка собираемости изделия, состоящего из шести однотипных пластин

Изделия, имеющие в своем составе пластинчатые детали (например, пластинчатые фильтры, трансформаторы, наборные роторы электродвигателей и т.д.) имеют широкое распространение в приборостроении и электронной промышленности.

Рассмотрим изделие, состоящее из шести однотипных пластин размеров  $a \times b \times h$  каждая, схема которой приведена на рисунке 4.1. Прямоугольные пластины уложены одна на другую.

Нас будет интересовать общая высота изделия, а также ошибки месторасположения граничных точек верхней плоскости шестого блока с учётом назначенных допусков. Предположим, что проектное значение общей высоты сборки равно  $h_{\Sigma}^{проект} = 270_0^{+0,05}$  мм.

Рассмотрим размерную цепь номинальной сборки, состоящую из шести составляющих звеньев  $\bar{A}_j = \overline{A_{j-1}A_j}$  ( $j = \overline{1,6}$ ) (рис. 4.1). Точка  $A_6$  – ключевая контрольная точка сборки.

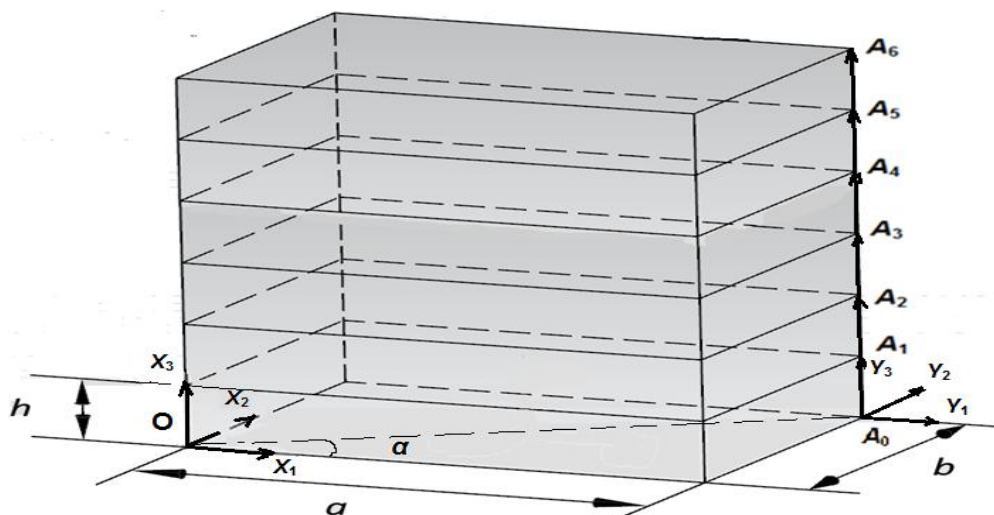


Рисунок 4.1 – Размерная цепь номинальной сборки

На рисунке 4.2 показан допуск параллельности, назначенный на верхнюю поверхность (плоскость) относительно нижней поверхности (плоскости) прямоугольной пластины.

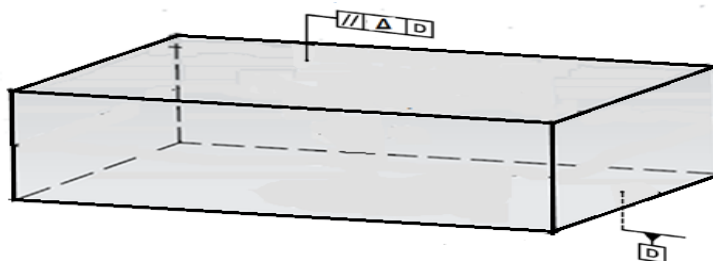


Рисунок 4.2 – Допуск параллельности плоскости относительно базовой плоскости

В таблице 4.1 представлены номинальные значения и допуски.

Таблица 4.1 – Исходные данные

Исходные данные	Номинальный размер	Допустимые отклонения
$h_i$ (высота $i$ -й пластины)	34,5 мм	-
$a_i$ (длина $i$ -й пластины)	50,0 мм	-
$b_i$ (ширина $i$ -й пластины)	40,0 мм	-
$\Delta_i$ (отклонение от параллельности верхней плоскости относительно нижней плоскости $i$ -й пластины)	0	0,01мм

Учитывая тип соединения деталей («плоскость+плоскость») и то, что пространственное отклонение от параллельности верхней поверхности каждой пластины относительно базовой поверхности (нижней плоскости пластины) определяется двумя параметрами:  $\varphi_{1i}$  и  $\varphi_{2i}$  - углами поворота верхней плоскости каждой пластины вокруг соответствующих координатных осей  $OX_{1i}$  и  $OX_{2i}$ , имеем следующие диапазоны варьирования параметров  $\varphi_{1i} \in [0; 0,0002]$  и  $\varphi_{2i} \in [0; 0,00025]$ ,  $i = \overline{1,6}$ .

Основной геометрической характеристикой сборки считаем параллельность верхней плоскости шестой пластины относительно базовой плоскости – нижней плоскости первой пластины, а критическим размером сборки является общая высота  $h_{\Sigma}$  изделия.

Схема размерной цепи номинальной сборки показана на рисунке 4.2. В качестве анализируемой точки возьмём точку  $A_6$ .

Получим бикватернионы звеньев конфигурационной размерной цепи сборки (таб. 4.2).

Таблица 4.2 – Бикватернионы перемещений контрольных точек звеньев КРЦ

Звенья	Бикватернионы
$\bar{A}_1^K$	$\mathbf{Q}_1^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_1}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_0}{2} + \bar{l}_1 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_0}{2} \right)$
$\bar{A}_2^K$	$\mathbf{Q}_2^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_2}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_1}{2} + \bar{l}_2 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_1}{2} \right)$
$\bar{A}_3^K$	$\mathbf{Q}_3^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_3}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_2}{2} + \bar{l}_3 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_2}{2} \right)$
$\bar{A}_4^K$	$\mathbf{Q}_4^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_4}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_3}{2} + \bar{l}_4 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_3}{2} \right)$
$\bar{A}_5^K$	$\mathbf{Q}_5^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_5}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_4}{2} + \bar{l}_5 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_4}{2} \right)$

$\bar{A}_6^K$	$\mathbf{Q}_6^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_6}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_5}{2} + \bar{l}_6 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_5}{2} \right)$
$\bar{A}_7$	$\mathbf{Q}_7^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{\bar{H}_7}{2} \right) \otimes \left( \cos \frac{\tilde{\varphi}_6}{2} + \bar{l}_7 \cdot \sin \frac{\tilde{\varphi}_6}{2} \right)$

Здесь  $\bar{H}_i = (h_i + \Delta_i) \cdot \bar{s}_i$ ,  $\bar{s}_i = \bar{k}_i$  – единичные векторы осей линейных перемещений в звеньях цепи;  $\bar{l}_i = \sin \alpha_i \cdot \bar{i}_i - \cos \alpha_i \cdot \bar{j}_i$  – единичный вектор оси поворота в  $i$ -ом звене  $p = \bar{1}, \bar{7}$ ;  $\Delta_i$  – отклонение от параллельности верхней плоскости  $i$ -ой пластины относительно нижней её плоскости;  $\varphi_{1i}, \varphi_{2i}$  – точностные параметры;  $\tilde{\varphi}_i = \arcsin \frac{\Delta_i}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  – угол поворота вокруг оси  $\bar{l}_{i+1}$ ;  $\tilde{\varphi}_0 = 0^0$ ;  $\Delta_i = a \cdot |\varphi_{1i}| + b \cdot |\varphi_{2i}|$ ;  $i = \bar{1}, \bar{7}$ .

Получим бикватернион номинальной сборки, используя формулы (3.2):  $\mathbf{Q}_\Sigma = \mathbf{q}_\Sigma + \varepsilon \cdot \mathbf{q}_\Sigma^0 = \mathbf{Q}_7 \otimes \mathbf{Q}_6 \otimes \mathbf{Q}_5 \otimes \mathbf{Q}_4 \otimes \mathbf{Q}_3 \otimes \mathbf{Q}_2 \otimes \mathbf{Q}_1$  где  $\mathbf{Q}_i = 1 + \varepsilon \cdot \frac{\bar{h}_i}{2}$  – бикватернион  $i$ -го составляющего звена,  $\bar{h}_i = h \cdot \bar{s}_i$ . Если рассматривать замкнутую размерную цепь, то  $\text{Vect}(\mathbf{q}_\Sigma^0) = \bar{0}$ . Верификацию номинальной цепи проведём, используя (3.4): номинальную позиции точки  $A_6$  цепи и углы, характеризующие ориентацию радиуса-вектора точки  $A_6$  при заданных номинальных значениях размеров составляющих звеньев цепи получим из соотношений:

$$H_{3\Sigma} = 6 \cdot h - h_7 = 0,$$

$$H_{2\Sigma} = 0,$$

$$H_{1\Sigma} = 0,$$

$$\theta_{3\Sigma} = 0^0,$$

$$\theta_{2\Sigma} = \theta_{1\Sigma} = 90^0.$$

Определяем номинальное значение критического размера сборки – общую высоту  $H_{\Sigma}^{номин}$  номинальной сборки. Получим  $\bar{H}_{\Sigma}^{ном} = 207,0 \cdot \bar{k}$ . Очевидно, что

$$H_{\Sigma}^{ном} = H_{\Sigma}^{проект} = 207,0 \text{ мм.}$$

Используя таблицу 4.2, получим бикватернион  $\mathbf{Q}_{\Sigma}^{\text{к}} = \mathbf{Q}_7^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_6^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_5^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_4^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_3^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_2^{\text{к}} \otimes \mathbf{Q}_1^{\text{к}}$  конфигурационной размерной цепи сборки с учётом назначенных допусков на компоненты и найдём прогнозируемый вектор кумулятивной ошибки месторасположения конечной точки  $A_6$  цепи с учётом назначенных допусков в виде:

$$\bar{H}_{\Delta\Sigma} = \left( \sum_{i=1}^6 H_i \cdot \cos \phi_{i-1} - \sum_{i=1}^6 h_i \right) \cdot \bar{k} - \sum_{i=1}^6 H_i \cdot \sin \phi_{i-1} \cdot \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \bar{i} + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \bar{j} \right),$$

где  $H_i = h_i + \Delta_i$ ,  $\phi_{i-1} = \sum_{m=1}^i \tilde{\varphi}_{m-1}$ ,  $i = \overline{1,6}$ .

Представим этот вектор в виде:

$$\left( \bar{H}_{\Delta\Sigma} \right)^{\text{прогноз}} = \left| \bar{H}_{\Delta\Sigma} \right|^{\text{прогноз}} \cdot \bar{e},$$

где  $\left| \left( \bar{H}_{\Delta\Sigma} \right)^{\text{прогноз}} \right| = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^6 H_i \cdot \sin \phi_{i-1} \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^6 H_i \cdot \cos \phi_{i-1} - \sum_{i=1}^6 h_i \right)^2}$  – расчётное значение кумулятивной ошибки позиции конечной точки цепи;  $\bar{e} = (e_1, e_2, e_3)$  – орт прогнозируемого вектора ошибки позиции.

Методом «наихудшего случая» найдём отклонения от номинальной позиции верхней плоскости шестого блока.

Номинальное значение высоты каждого блока  $h_i = 34,5$  мм,  $\Delta_i = a \cdot |\varphi_{1i}| + b \cdot |\varphi_{2i}|$  для каждого значения  $i = \overline{1,6}$ . Учитывая, что  $(\varphi_{1i})_{\max} = 0,0002$ ,  $(\varphi_{2i})_{\min} = 0$ ,  $(\varphi_{1i})_{\min} = 0$ ,  $(\varphi_{2i})_{\max} = 0,00025$  получим максимальное значение кумулятивной ошибки позиции точки  $A_6$  верхней плоскости шестого блока:

$$\left| \left( \bar{H}_{\Delta\Sigma} \right)^{\text{прогноз}} \right|_{\max} = 0,17625 \text{ мм} = 176,25 \text{ мкм},$$

и максимальные значения компонент этого вектора:

$$\begin{aligned} \left( H_{\Delta 1 \Sigma} \right)_{\max}^{\text{прогноз}} &= -0,10353 \text{ мм} = -103,53 \text{ мкм}, \\ \left( H_{\Delta 2 \Sigma} \right)_{\max}^{\text{прогноз}} &= -0,12941 \text{ мм} = -129,41 \text{ мкм}, \\ \left( H_{\Delta 3 \Sigma} \right)_{\max}^{\text{прогноз}} &= 0,05998 \text{ мм} = 59,98 \text{ мкм}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Минимальную общую ошибку позиции получим, если  $(\varphi_{1i})_{\min} = 0$ ,  $(\varphi_{2i})_{\min} = 0$ , то есть  $\left| \left( \bar{H}_{\Delta \Sigma} \right)_{\min}^{\text{прогноз}} \right| = 0,0 \text{ мкм}$ .

Максимальное отклонение от номинальной ориентации верхней плоскости шестого блока составит 0,001 рад, а минимальное - 0 рад.

Геометрическая интерпретация интегральной оценки точности расположения конечной точки  $A_6$  верхней плоскости шестой пластины с учётом допусков параллельности, назначенных на верхние плоскости пластин, методом «наихудшего случая» показана на рисунке 4.3.

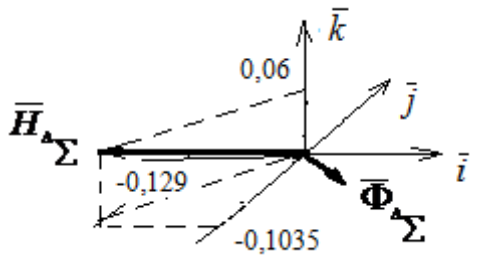


Рисунок 4.3 – Геометрическая интерпретация оценки точности сборки, состоящей из шести пластин методом «наихудшего случая»

Поскольку нас интересует общая высота сборки с учётом назначенных допусков параллельности на верхние поверхности пластин, то с учётом (4.1) получим максимальное расчётное отклонение общей высоты:

$$\left( \Delta_{H \Sigma} \right)_{\max}^{\text{прогноз}} = 0,06 \text{ мм} = 60 \text{ мкм}.$$



Минимальная расчётная ошибка общей высоты сборки методом «наихудшего случая» составит  $(\Delta_{H\Sigma})_{\min}^{\text{прогноз}} = 0$  мкм. Следовательно, расчётный допуск на общую высоту сборки равен  $T_{H\Sigma}^{\text{расч}} = 60$  мкм.

Сравнивая расчётное значение допуска на общую высоту сборки  $T_{H\Sigma}^{\text{расч}} = 60$  мкм и прогнозное значение  $T_{H\Sigma}^{\text{проект}} = 50$  мкм получаем

$$T_{H\Sigma}^{\text{проект}} < T_{H\Sigma}^{\text{расч}},$$

что не соответствует техническим требованиям, предъявляемым к изделию.

Прогнозируемые значения общей высоты сборки, состоящей из шести пластин, при назначенных допусках на параллельность верхней плоскости каждой пластины относительно её нижней плоскости, найдем, используя формулу (3.10). При расчёте методом «наихудшего случая» получим, что общая высота равна  $H_{\Sigma}^{\text{расч}} = 270_0^{+0.06}$  мм, то есть будет принимать значения из промежутка  $[207; 207,06]$ .

Отметим, что поскольку при назначенных номинальных размерах высот пластин и допустимых отклонений от параллельности верхней плоскости каждой пластины относительно нижней плоскости имеем  $\frac{\Delta_i}{\sqrt{a^2 + b^2}} \approx 0,0002 \ll \frac{1}{100}$ , то, следовательно, при оценке отклонений ориентации по формулам (3.13) и (3.14) различия в результатах практически незначимы. В этом можно убедиться, проведя расчёты.

Геометрическое условие собираемости шести рассматриваемых пластин при назначенных допусках в условиях рассматриваемой задачи имеет вид:

$$T_{H\Sigma}^{\text{расч}} \leq T_{H\Sigma}^{\text{проект}},$$

где  $T_{H\Sigma}^{расч} = a \cdot |\varphi_{1\Sigma}| + b \cdot |\varphi_{2\Sigma}|$  - расчётный позиционный допуск ключевой контрольной точки сборки;  $T_{H\Sigma}^{проект}$  - проектное допускаемое смещение ключевой контрольной точки сборки.

### 4.3 Оценка собираемости узла типа «вал-втулка» в изделии «Каретка»

#### 4.3.1 Анализ условий собираемости узла «вал-втулка»

Собираемость узла «вал-втулка» зависит от многих факторов, среди которых немаловажным является положение вала при прохождении через две потенциально опасные зоны: 1) в начале соединения (одноточечный контакт); 2) в зоне двухточечного контакта.

В первой зоне (начало соединения) боковые и угловые погрешности могут быть настолько большими, что детали не могут соединиться даже при имеющихся фасках (или по диаметрам при отсутствии фасок). Такой случай показан на рисунке 4.4.

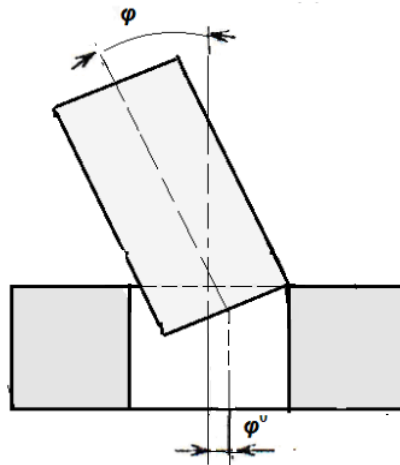


Рисунок 4.4 – Одноточечный контакт вала и втулки при сопряжении

Во второй зоне есть две причины, когда собираемость вала и втулки не будет обеспечена. В первом случае контактные силы между валом и втулкой могут создавать сжимающие силы внутри вала, которые приведут к заклиниванию вала в отверстии. Чтобы избежать этого необходимо, чтобы суммарная угловая по-

грешность между валом и втулкой в момент начала двухточечного контакта была достаточно малой. Этого можно добиться обеспечением совпадения фасок, а также малых начальных боковых и угловых ошибок ещё до первого контакта вала и втулки. Второй причиной является «заедание» вала в отверстии. Это вызвано тем, что вал не может продвигаться по отверстию, так как вектор усилий вставки направлен слишком далеко от оси отверстия (рис. 4.5). Чтобы избежать «заедания», необходимо вал располагать так, чтобы силы реакции, создаваемые двумя точками контакта, могли повернуть вал параллельно оси отверстия.

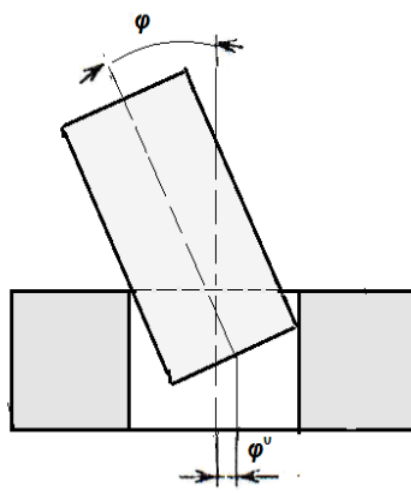


Рисунок 4.5 – «Заедание» вала в отверстии

Анализ исследований по проблемам обеспечения собираемости деталей с гладкими цилиндрическими поверхностями показывает, что одним из условий обеспечения собираемости изделий является наличие относительной подвижности собираемых деталей в плоскости, перпендикулярной направлению сборки, что возможно при наличии гарантированного зазора между сопрягаемыми поверхностями.

При наличии зазора и вертикальном базировании вал в отверстии может располагаться в любом месте и примыкать к стенке базирующего отверстия в любой точке, деталь может перекашиваться в поле зазора; внутреннее осевое отверстие базирваемой детали может иметь смещение относительно оси наружной детали (рис. 4.6).

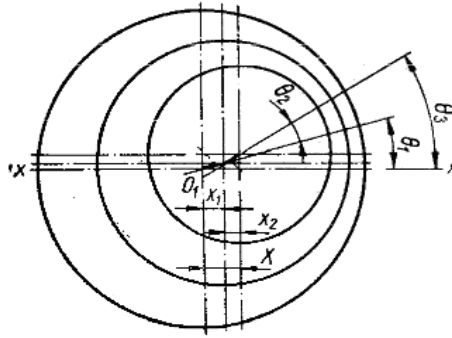


Рисунок 4.6 – Схема образования погрешностей при вертикальном расположении осей втулки и вала

Суммарная погрешность  $\Delta_{\Sigma}$  базирования цилиндрической детали в отверстии зависит от допуска на диаметр базового отверстия; допуска на геометрические размеры базируемой детали; отклонения оси наружной поверхности детали относительно оси базирующего отверстия; эксцентриситета оси центрального отверстия базируемой детали; отклонения формы поверхности детали от цилиндрической и т.д. Она может быть определена как сумма погрешности расположения оси отверстия втулки при базировании и погрешности от перекоса вала в базирующем отверстии.

Возможный перекос вала в отверстии втулки показан для случая 2D-сборки на рисунке 4.7. Погрешность базирования вала в отверстии выражается смещением оси вала относительно оси базирующего отверстия. Погрешность, вызванная перекосом детали, может быть найдена по формуле:

$$\Delta_{\phi} = L \cdot \sin \varphi ,$$

где  $L$  – расчётная длина вала;  $\varphi$  – угол возможного перекоса осей деталей в отверстии.

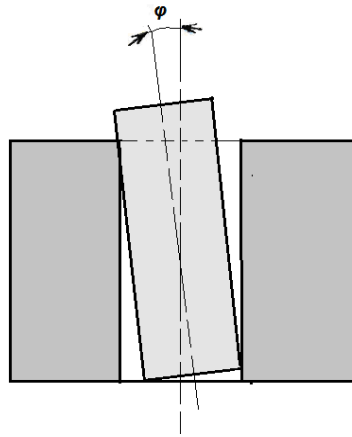


Рисунок 4.7 – Схема образования угла перекоса вала в отверстии в двумерном пространстве

Сопряжение деталей по цилиндрическим поверхностям в трёхмерном пространстве, предполагает выполнение следующих общих условий собираемости [111]:

- условие совмещения сопрягаемых поверхностей: суммарное действительное значение относительного смещения осей сопрягаемых поверхностей собираемых деталей не должно превышать суммарного допустимого значения относительного смещения этих осей в плоскости, перпендикулярной их оси сопряжения (сборки);
- условие относительного углового положения деталей в сечении перпендикулярном к оси: суммарные действительные значения углов относительного перекоса осей сопрягаемых поверхностей собираемых деталей не должно превышать допустимых значений углов перекоса сопрягаемых поверхностей этих деталей;
- условие относительного положения детали вдоль оси сопряжения: суммарная действительная погрешность относительного смещения положения сопрягаемых поверхностей собираемых деталей вдоль оси их сопряжения не превышает суммарной допустимой погрешности относительного смещения этих поверхностей вдоль оси их сопряжения;
- условие относительного углового положения деталей вокруг оси сопряжения: суммарные действительные значения углов относительного поворота сопрягаемых поверхностей собираемых деталей вокруг оси их сопряжения не превы-

шают суммарных допустимых значений углов относительного поворота этих поверхностей вокруг этой оси.

При невыполнении этих условий обеспечение собираемости невозможно.

#### ***4.3.2 Анализ размерных связей узла типа «вал-втулка» изделия «Каретка» на основе КРЦ***

Рассмотрим одну из многих проблем, возникающих при обеспечении функционирования изделия «Каретка» (рис. 4.8).

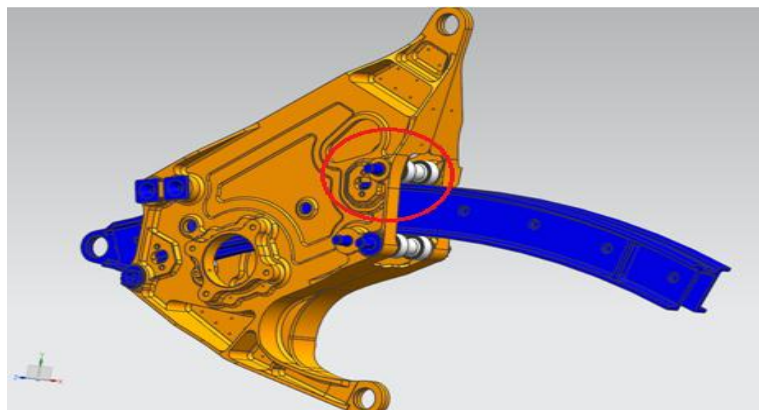


Рисунок 4.8 – Изделие «Каретка»

«Каретка» используется при механизации крыла самолёта. Функциональное назначение каретки предполагает её движение по рельсу. При движении возможно заклинивание.

Каретка состоит из двух частей (левой и правой) (рис. 4.9).

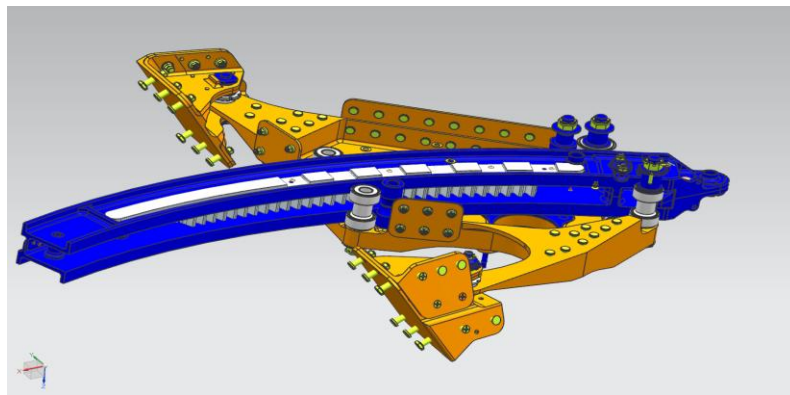


Рисунок 4.9 – Правая часть каретки и рельс

Размеры для левой и правой частей каретки показаны на рисунках 4.10 и 4.11.

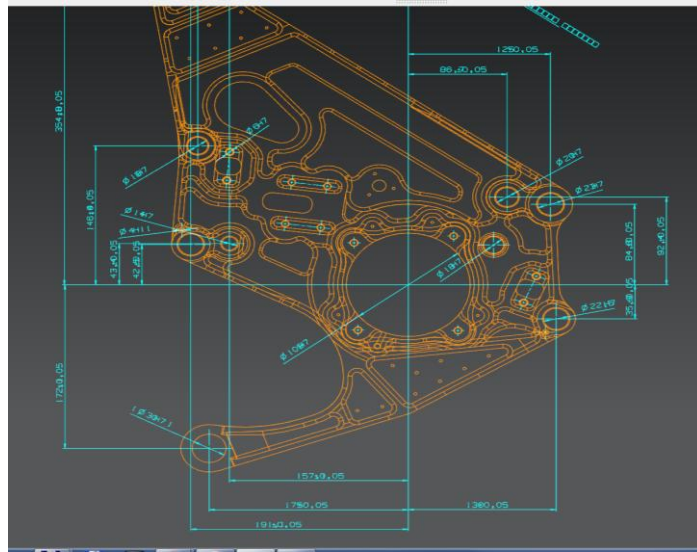


Рисунок 4.10 – Размерная схема каретки (левая часть)

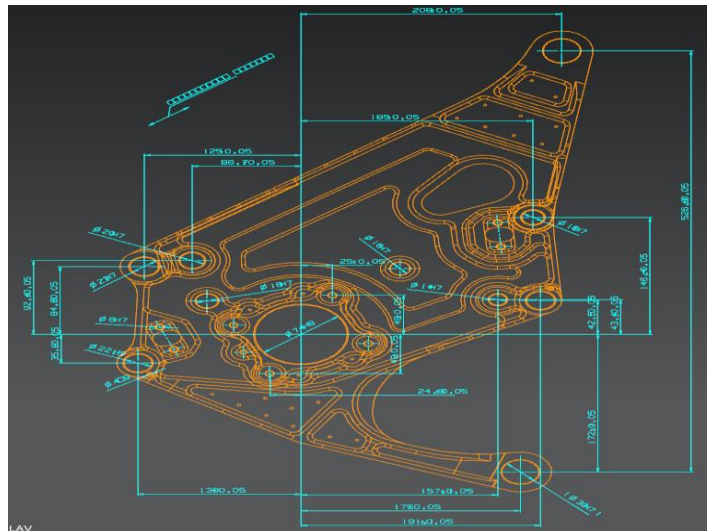
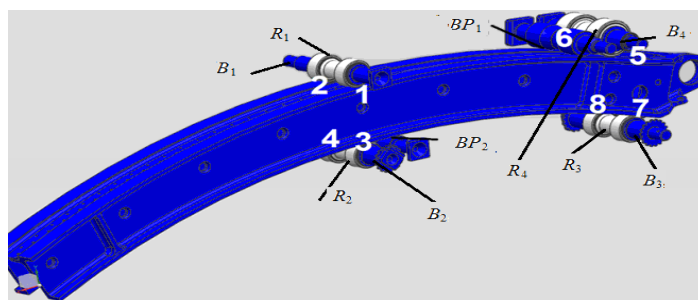


Рисунок 4.11 – Размерная схема каретки (правая часть)

Рисунок 4.12 – Рельс, ролики  $R_j$ , распорные втулки ( $BP_1, BP_2$ ), валики  $B_j$ 

Также компонентами изделия «Каретка» являются две распорные втулки ( $BP_1, BP_2$ ), восемь втулок в отверстиях каретки:  $BT_1(O_{1np})$ ,  $BT_2(O_{1л})$ ,  $BT_3(O_{2np})$ ,  $BT_4$

( $O_{2л}$ ),  $BT_5(O_{3пр})$ ,  $BT_6(O_{3л})$ ,  $BT_7(O_{4пр})$ ,  $BT_8(O_{4л})$ , и четыре вала ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ), на которые насажены ролики  $R_j$  (рис. 4.12).

В «каретке» (левая и правая части) также имеется несколько отверстий: отверстия для распорных втулок, отверстия для втулок  $BT_i$ , (рис.4.13).

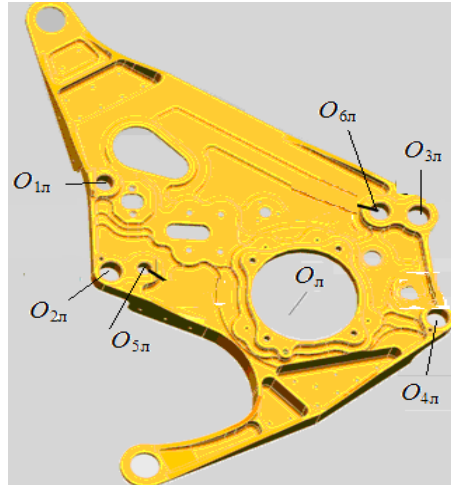


Рисунок 4.13 – Отверстия каретки (левая часть)

Сборка изделия «Каретка» производится в следующей последовательности:

- 1) в отверстия левой  $O_{ил}$  и правой  $O_{ипр}$  частей каретки вставляются втулки  $BT_i$ ;
- 2) в отверстия  $O_i$  втулок  $BT_i$  в правой части каретки вставляются соответствующие им валики  $B_j$ ;
- 3) на валики  $B_j$  насаживаются соответствующие им ролики  $R_j$ ;
- 4) отверстия  $O_j$  втулок левой части каретки базируются при сборке каретки относительно соответствующих им валов в правой части каретки.

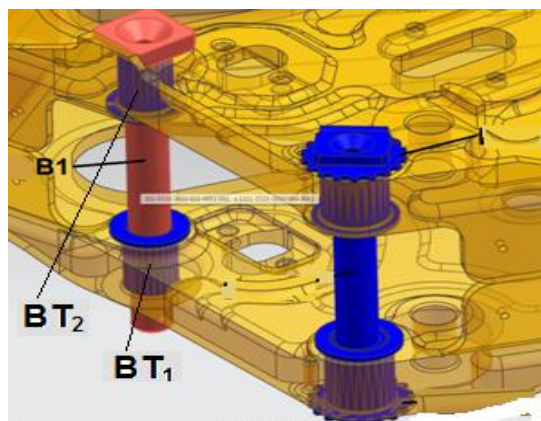


Рисунок 4.14 – Втулки  $BT_1, BT_2$  и вал  $B_1$



Для обеспечения функционирования каретки, одной из важных задач является обеспечение точности сборки узлов типа «вал-втулка». Для этого необходимо обеспечить присоединение левой части каретки так, чтобы валы входили в отверстия без помех, при назначенных допусках на компоненты деталей, входящих в изделие.

Ограничимся рассмотрением узла каретки «отверстие  $O_{1пр}$  + втулка  $BT_1$  + вал  $B_1$  + отверстие  $O_1$ » (рис. 4.14). Отверстие  $O_1$ , соответствующие вал и втулки, показаны на рисунках 4.12, 4.13 и 4.15. На рисунке 4.8 рассматриваемый узел каретки выделен красным кружком.

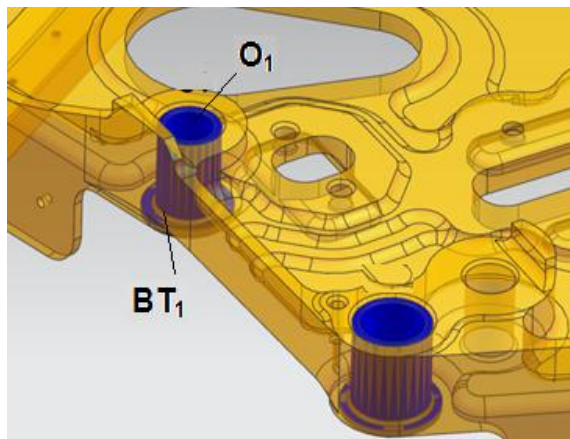


Рисунок 4.15 – Втулка  $BT_2$  в отверстии  $O_{1л}$  каретки и отверстие  $O_1$  (левая часть каретки)

Номинальные размеры и допустимые отклонения деталей и их элементов указаны в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Исходные данные

Название компонента узла		Номинальный размер, мм	Допустимые отклонения (мм)
Втулка $BT_1$ , втулка $BT_2$	Внешний диаметр	18,00	$\pm 0,006$
	Внутренний диаметр	14,00	$\pm 0,009$
Вал $B_1$	Диаметр	14,00	$\pm 0,006$
Отверстие $O_1$	Диаметр	18,00	$\pm 0,009$
	Позиционное отклонение оси	-	0,05
	Отклонение оси от перпендикулярности относительно базовой плоскости $A$	-	0,02

Посадки, используемые в рассматриваемых парах «отверстие + втулка» и «втулка + вал» приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Исходные данные

Название пары соединяемых элементов	Посадка
Отверстие $O_{1пр}$ + Втулка $BT_1$ , Отверстие $O_{1л}$ + Втулка $BT_2$	H7/p6
Втулка $BT_1$ + Вал $B_1$ , Втулка $BT_2$ + Вал $B_1$	H7/h6

Из таблиц 4.3 и 4.4 видно, что посадка «отверстие + втулка» задана с гарантированным натягом (легкопрессовая посадка), а посадка «вал + отверстие» – с зазором (скользящая посадка). Максимальное значение зазора равно 0,029 мм. Считаем, что посадка роликов на валах с натягом.

Нас будет интересовать максимальный возможный зазор между валом  $B_1$  и соответствующим ему отверстием  $O_1$  с учётом назначенных допусков на компоненты рассматриваемого узла. Величина этого зазора обеспечивает плавное передвижение вала в отверстии.

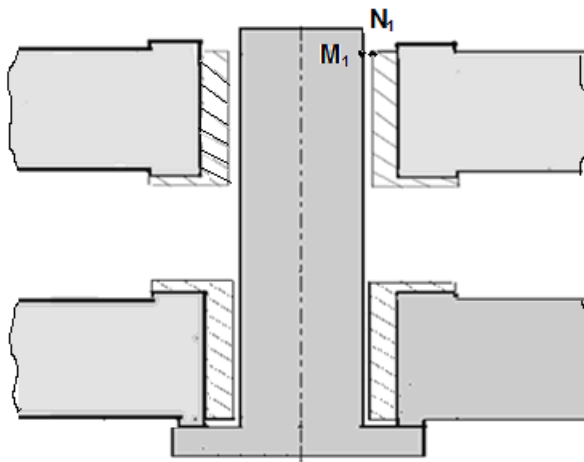


Рисунок 4.16 – Схема узла «отверстие  $O_1$  + вал  $B_1$ »

Следовательно, критическим размером узла «отверстие  $O_1$  + вал  $B_1$ » считаем зазор между валом и отверстием, а основными геометрическими характери-

стиками – соосность осей вала  $B_1$  и отверстия  $O_1$ , а также расположение точек  $M_1$  и  $N_1$  вала  $B_1$  и отверстия  $O_1$  соответственно (рис. 4.16).

Для решения поставленной задачи построим для рассматриваемого узла две размерные цепи  $\mathcal{C}_1$  и  $\mathcal{C}_2$ .

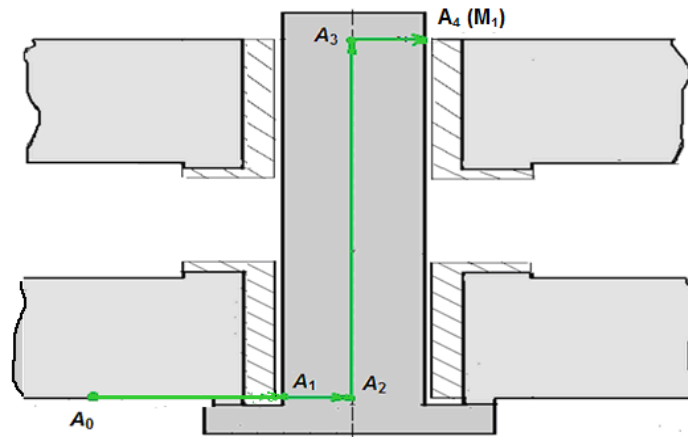


Рисунок 4.17 - Размерная цепь  $\mathcal{C}_1$  для узла «отверстие  $O_1$  + вал  $B_1$ »

Размерная цепь  $\mathcal{C}_1$  состоит из четырёх звеньев и показана на рисунке 4.17. Точка  $A_4$  является конечной точкой цепи (ключевой контрольной точкой отверстия) и совпадает с точкой  $M_1$ .

Таблица 4.5 – Бикватернионы перемещения контрольных точек и кватернионы поворотов звеньев конфигурационной размерной цепи  $\mathcal{C}_1^K$

Звенья	Бикватернионы
$\bar{A}_1$	$\mathbf{T}_1^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \left( \frac{44,50275 + t_{22} + t_1}{2} \cdot \bar{j} + \frac{t_{21}}{2} \cdot \bar{i} \right) \right); \lambda_1^K = (\cos 0^0 + \bar{i} \cdot \sin 0^0)$
$\bar{A}_2$	$\mathbf{T}_2^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{6,99725}{2} \cdot \bar{j} \right); \lambda_2^K = (\cos 0^0 + \bar{i} \cdot \sin 0^0)$
$\bar{A}_3$	$\mathbf{T}_3^K = (\mathbf{1} + \varepsilon \cdot 6 \cdot \bar{j}); \lambda_3^K = (\cos 45^0 + \bar{i} \cdot \sin 45^0)$
$\bar{A}_4$	$\mathbf{T}_4^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{6,99725 + t_3}{2} \cdot \bar{j} \right); \lambda_4^K = (\cos 45^0 - \bar{i} \cdot \sin 45^0)$

В опорных точках  $A_i$  размещаем декартовые системы координат  $O_i X_{1i} X_{3i}$   $X_{2i}$  ( $i = \overline{0,4}$ ). Для определенности считаем, что плоскость анализа –  $X_{2i}O_i X_{3i}$ , при

этом оси  $O_i X_{3i}$  направлены вверх, а оси  $O_i X_{2i}$  – вправо, и  $O_i X_{1i} X_{3i} X_{2i}$  образуют правую тройку. Подвижные системы координат  $O_i Y_{1i} Y_{3i} Y_{2i}$  ( $i = \overline{0,4}$ ) и неподвижные системы координат  $O_i X_{1i} X_{3i} X_{2i}$  ( $i = \overline{0,4}$ ) одинаково ориентированы в номинальном состоянии узла.

С учётом назначенных размеров и допусков получим бикватернионы конфигурационной размерной цепи  $\Pi_1^K$  (таблица 4.5).

Здесь точностные параметры  $t_{21} \in [-0,0145; +0,0145]$ ,  $t_{22} \in [-0,0145; +0,0145]$ ,  $t_3 \in [-0,00275; +0,00275]$ ,  $t_1 \in [-0,00275; +0,00275]$ .

Бикватернион конфигурационной размерной цепи  $\Pi_1^K$  получим в виде:

$$\mathbf{Q}_{1\Sigma}^K = \mathbf{q}_{1\Sigma}^K \otimes \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \left( \frac{t_{21}}{2} \cdot \bar{i} + \frac{58,49725 + t_{22} + t_1 + t_3}{2} \cdot \bar{j} + 6 \cdot \bar{k} \right) \right).$$

Верификацию номинальной размерной цепи  $\Pi_1$  проведём, считая значения конфигурационных параметров равными нулю. Получаем номинальное положение точки  $M_1$  (0; 58,49725; 12). Расчетный вектор номинальной позиции точки  $M_1$  получаем в виде:

$$(\bar{\mathbf{t}}_{\Sigma})_{\text{номин}}^{\text{расчет}} = 59,7154 \cdot \bar{s},$$

где  $\bar{s} = (0; 0,9796; 0,201)$ .

Бикватернион ошибок расположения точки  $M_1$  для цепи  $\Pi_1^K$  получим в виде:

$$\mathbf{Q}_{\Delta 1\Sigma} = q_{\Delta 1\Sigma} \otimes \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \left( \frac{t_{21}}{2} \cdot \bar{i} + \frac{t_1 + t_{22} + t_3}{2} \cdot \bar{j} \right) \right).$$

Отсюда получаем вектор общей ошибки расположения точки  $M_1$  следующим образом:

$$\bar{\Psi}_{\Delta M_1\Sigma} = t_{21} \cdot \bar{i} + (t_1 + t_{22} + t_3) \cdot \bar{j}$$

Рассчитаем максимальную величину суммарной ошибки в расположении точки  $M_1$  с учётом назначенных допусков методом «наихудшего случая» и получим:

$$\left| \bar{\Psi}_{\Delta M_1 \Sigma} \right|_{\max}^{\text{расчет}} = 29,34 \text{ мкм.}$$

При этом прогнозируемые отклонения точки  $M_1$  по оси  $OX_2$  составят  $\Delta_{M_1}^{OX_2} = \pm 0,02$ , и соответственно этому получаем расчётные положения точки  $M_1$  в плоскости  $OX_2X_3$  следующие:  $M_1(\Delta = 0,02) = (58,51725; 12)$ ,  $M_1(\Delta = -0,02) = (58,47725; 12)$ .

Таблица 4.6 – Бикватернионы перемещений контрольных точек и кватернионы поворота звеньев конфигурационной размерной цепи  $Ц_2^K$

Звенья	Бикватернионы
$\bar{B}_1$	$\mathbf{S}_1^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \left( \frac{\xi_{11}}{2} \cdot \bar{i} + \frac{44,50275 + \xi_{10} + \xi_{12}}{2} \cdot \bar{j} \right) \right); \mu_1^K = (\cos 0^0 + \bar{i} \cdot \sin 0^0)$
$\bar{B}_2$	$\mathbf{S}_2^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{7,0045 + \xi_2}{2} \cdot \bar{j} \right); \mu_2^K = (\cos 0^0 + \bar{i} \cdot \sin 0^0)$
$\bar{B}_3$	$\mathbf{S}_3^K = (\mathbf{1} + \varepsilon \cdot 6 \cdot \bar{j}); \mu_3^K = (\cos 45^0 + \bar{i} \cdot \sin 45^0) \otimes \left( \cos \frac{\varphi}{2} + \bar{i} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \right)$
$\bar{B}_4$	$\mathbf{S}_4^K = \left( \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{7,0045 + \xi_3}{2} \cdot \bar{j} \right); \mu_4^K = (\cos 45^0 - \bar{i} \cdot \sin 45^0)$

Размерная цепь  $Ц_2$  состоит из четырёх звеньев и показана на рисунке 4.13. Точка  $B_4$  совпадает с точкой  $N_1$ , точка  $B_0$  – с точкой  $A_0$ .

Здесь точностные параметры  $\xi_{10} \in [-0,00525; +0,00525]$ ,  $\xi_{11} \in [-0,015; +0,015]$ ,  $\xi_{12} \in [-0,015; +0,015]$ ,  $\xi_2 \in [-0,00275; +0,00275]$ ,  $\xi_3 \in [-0,00083; +0,00083]$ .

Бикватернион конфигурационной размерной цепи  $Ц_2^K$  получим в виде:

$$\mathbf{Q}_{2\Sigma}^K = \mathbf{q}_{2\Sigma}^K \otimes \mathbf{T}_{2\Sigma}^K,$$

где  $\mathbf{T}_{2\Sigma}^K = \mathbf{1} + \varepsilon \cdot \frac{1}{2} (\xi_{11} \cdot \bar{i} + (58,51175 + \xi_{10} + \xi_{12} + \xi_2 + \xi_3 + 12 \cdot \sin \varphi) \cdot \bar{j} + 12 \cdot \cos \varphi) \cdot \bar{k}$

Номинальное положение точки будет  $N_1 (0; 58,51175; 12)$ , а вектор номинальной позиции точки  $N_1$ :

$$(\bar{\mathbf{t}}_{N_1 \Sigma})_{\text{номин}}^{\text{расчет}} = 59,729598 \cdot \bar{s},$$

где  $\bar{s} = (0; 0,97961; 0,2009)$ .

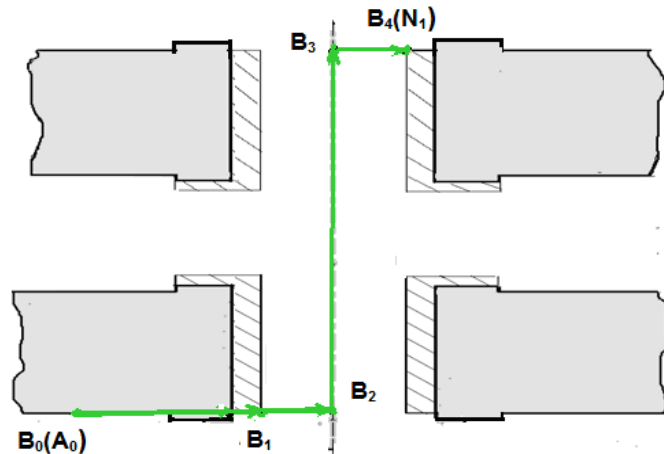


Рисунок 4.18 – Размерная цепь  $U_2$  для узла «отверстие  $O_1$  + вал  $B_1$ »

Бикватернион отклонений от номинального расположения точки  $N_1$  отверстия при назначенных допусках получим в виде:

$$\mathbf{Q}_{\Delta 2 \Sigma} = \mathbf{q}_{\Delta 2 \Sigma} \otimes (\mathbf{1} + \varepsilon \cdot (\frac{\xi_{11}}{2} \cdot \bar{i} + \frac{\xi_{10} + \xi_{12} + \xi_2 + \xi_3 + 12 \cdot \sin \varphi}{2} \cdot \bar{j} - 12 \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \bar{k})).$$

Прогнозируемая максимальная величина суммарной ошибки в расположении точки  $N_1$  отверстия с учётом назначенных допусков методом «наихудшего случая» получится:

$$\left| \bar{\Psi}_{\Delta N_1 \Sigma} \right|_{\text{max}}^{\text{расчёт}} = 37,01 \text{ мкм.}$$

Прогнозируемые положения точки  $N_1$  в плоскости  $OX_2X_3$  с учётом назначенных допусков при расчёте методом «наихудшего случая» получаем следующие:  $N_1 = (58,54558; 11,999996)$ ,  $N_1 = (58,47792; 11,999996)$ .

Нас интересуют отклонения точек  $M_1$  и  $N_1$  по оси  $OX_2$ , тогда получаем:

$$\pm \left| \bar{\Psi}_{\Delta N_1 \Sigma} \right|_{OX_2}^{\text{расчет}} = \pm 33,83 \text{ мкм,}$$

$$\pm \left| \overline{\Psi}_{\Delta M_1 \Sigma} \right|_{OX_2}^{\text{расчет}} = \pm 20 \text{ мкм.}$$

Таким образом, расчётное отклонение от номинального положения точки  $M_1$  вала по оси  $OX_2$  с учётом допустимых отклонений, рассчитанный методом «наихудшего случая», составляет 40 мкм, а прогнозируемый допуск позиции точки  $N_1$  равен 67,66 мкм. Максимальный расчётный зазор между валом и отверстием при этом составит 0,068 мм, а минимальный зазор равен -0,039 мм. Поскольку получено как положительное, так и отрицательное значения зазора, то, следовательно, при сборке в рассматриваемом узле, возможно получение, как зазоров, так и натягов. Следовательно, возможно «врезание» вала во втулку, и назначенные допуски на компоненты сборки не обеспечат выполнение технических требований конструктора к узлу. Прогнозируемая ситуация при расчёте методом «наихудшего случая» показана на рисунке 4.19. Номинальные положения точек  $M_1$  и  $N_1$  обозначены  $M_1^{\text{НОМ}}$  и  $N_1^{\text{НОМ}}$  соответственно.

Возможны две зоны «помех» при сопряжении «вал-втулка» на начальном этапе сборки. Области возможных «помех», возникающих при сборке выделены на рисунке красным и синим цветами. Ширина зоны помех ( $N_1(Ei) - M_1^{\text{НОМ}}$ ) по оси  $OX_2$  составляет 19,33 мкм, а ширина зоны помех ( $M_1(es) - N_1^{\text{НОМ}}$ ) равна 5,5 мкм.

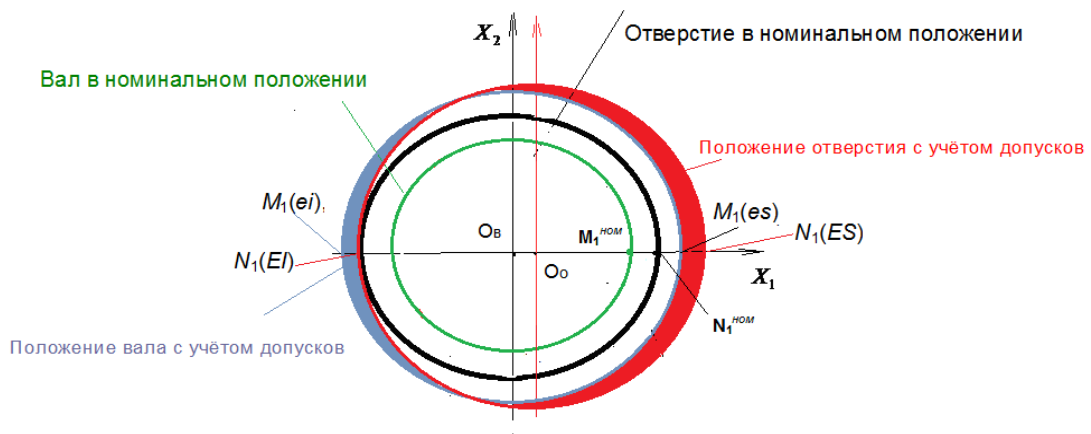


Рисунок 4.19 – Возможные «помехи» при сопряжении вала  $B_1$  и отверстия  $O_1$  с учётом допусков, назначенных на компоненты узла (вид сверху)

Области возможного натяга выделены на рисунке красным цветом. Ширина зоны  $(N_1(Ei)-M_1^{\text{НОМ}})$  составляет 19,33 мкм, а ширина зоны  $(M_1(es)-N_1^{\text{НОМ}})$  равна 5,5 мкм.

#### **Выводы по главе 4**

1. Разработана методика пространственного анализа пространственных связей в изделиях с учётом допусков расположения на основе КРЦ с целью повышения собираемости изделий машиностроения.
2. Проведена практическая реализация разработанной методики анализа для двух примеров: а) изделие, состоящее из шести однотипных пластин; б) узел «вал-втулка» детали «Каретка».



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований получены следующие результаты и выводы.

1. Проанализировано современное состояние проблемы обеспечения собираемости. Получены следующие выводы:

а) собираемость изделия обеспечивается точностью его выходных геометрических характеристик и прежде всего характеристик расположения;

б) полноценный анализ пространственных размерных связей в сборочных единицах, комплексно учитывающий допустимые отклонения расположения компонентов, является ключевым условием по обеспечению высокого качества проектирования и планирования технологических процессов сборки, а также основой для обеспечения взаимозаменяемости деталей и создания высокотехнологичных конструкций с минимальными затратами материальных и энергетических ресурсов;

с) на сегодняшний день достижение геометрической точности сборки проводится с использованием линейных размерных цепей, аппарата матриц и методов, разработанных для них; расчёт конструкторских и технологических размеров, отклонений расположения выполняется отдельно, без учёта взаимного влияния размерных и геометрических отклонений.

2. Выделено две основные группы погрешностей сборки: 1) технологические (производственные); 2) контактные. Установлено, что производственные погрешности связаны с технологическим процессом изготовления деталей и узлов, а также с используемыми при этом материалами. Эти вариации имеют случайную природу и являются независимыми, допуски позволяют их нормировать. Контактные погрешности возникают при соединении деталей во время сборки. Эти погрешности приводят к малым смещениям (кинематическим инфинитезимальным) точек сопрягаемых поверхностей из-за отклонений в геометрии и размерах поверхностей, вызванных действием производственных погрешностей. Отклонения в геометрических характеристиках сборки, обусловленные контактными по-

грешностями, имеют случайную природу, их величина меняется от сборки к сборке, и они не могут быть заранее определены конструктором, а, следовательно, и нормированы.

3. Теоретически обосновано, что для полноценного пространственного анализа изделия в трёхмерном пространстве необходимо комплексно учитывать пространственную взаимосвязь размерных и угловых отклонений геометрических элементов, входящих в сборочную единицу, а также кумулятивный эффект этих отклонений в ключевых геометрических характеристиках изделия.

4. Для анализа точности ключевых геометрических характеристик расположения элементов изделий в трёхмерном пространстве, а также для комплексного учёта погрешностей сборки и отклонений в расположении элементов деталей, вызванных ими, введено понятие конфигурационной модели размерной цепи (кратко КРЦ), получены её аналитические уравнения и расчётные формулы с использованием бикватернионов.

5. Для оценки точности расположения ключевой контрольной сборки с учётом допусков компонентов на основе КРЦ предложено использовать два параметра: величину кумулятивной допустимой ошибки перемещения конечной точки КРЦ (ключевой контрольной точки сборки) и величину кумулятивной допустимой ошибки эйлера (конечного) поворота конечного звена КРЦ (ключевого геометрического элемента сборки).

6. Геометрически допуск расположения геометрического элемента определен двумя векторами: вектором допустимой величины кумулятивной ошибки перемещения конечной точки КРЦ и вектором допустимой кумулятивной ошибки эйлера поворота конечного звена.

7. Разработаны необходимые (аналитические) условия для обеспечения точности расположения геометрических элементов изделий в трёхмерном пространстве с учётом технических требований, предъявляемых к ним: группа ориентации (перпендикулярность линии относительно комплекта баз; перпендикулярность линии относительно базовой плоскости; параллельность плоскости относительно

базовой плоскости; точность угла между плоскостями); группа месторасположения (точность позиции точки относительно комплекта баз; точность позиции линии относительно комплекта баз; соосность оси относительно базовой оси).

8. Дана геометрическая интерпретация необходимых условий точности расположения геометрических элементов деталей в трёхмерном пространстве с учётом предъявляемых технических требований. Для группы ориентации получено четыре вида областей: 1) прямоугольник; 2) круг; 3) ромб; 4) отрезок. Для группы месторасположения – 3 вида областей: 1) сфера; 2) эллипсоид; 3) круг.

9. Разработаны формулы расчёта КРЦ и интегральной оценки точности расположения ключевого геометрического элемента изделия в трёхмерном пространстве на основе КРЦ, позволяющие дать общую оценку влияния отклонений компонентов изделия. Дана геометрическая интерпретация интегральной оценки точности.

10. Исследовано влияние коррелированности выходных точностных параметров расположения на прогнозирование доли успешных сборок. Установлено, что при увеличении абсолютного значения коэффициента корреляции наблюдается рост ошибки прогноза, а при расширении допустимого поля рассеивания снижается.

11. Теоретически и практически обоснована целесообразность использования различных подходов к оценке (нелинейная, линеаризованная) отклонений угловых в анализе для получения достоверных результатов анализа. Сравнительный анализ двух подходов (линеаризованного, нелинейного) к оценке угловых отклонений элементов показал, что целесообразно использовать линеаризованную оценку угловых отклонений, когда отношение абсолютной величины отклонения ориентации геометрического элемента к нормируемому размеру не превышает 0,01. В противном случае рекомендуется использовать нелинейную оценку.

12. Для повышения собираемости изделий разработана методика анализа точности расположения критического элемента изделия с учётом допусков в трёхмерном пространстве на основе КРЦ.

**Рекомендации:**

1) для обеспечения высокого качества проектирования изделия машиностроения и планирования технологического процесса сборки рекомендовано уже на начальной стадии ЖЦИ учитывать пространственные допустимые отклонения расположения геометрических элементов деталей, а также взаимное влияние размерных и угловых отклонений, используя необходимые (аналитические) условия точности геометрических характеристик расположения, КРЦ сборки, интегральную оценку точности и технологию анализа на основе КРЦ;

2) для получения более точных результатов анализа на основе КРЦ для сборок с достаточно большим количеством угловых отклонений компонентов предпочтительнее использовать нелинейную оценку угловых отклонений в случае, если отношение абсолютной величины углового отклонения к линейному размеру геометрического элемента изделия превышает 0,01;

3) в целях получения более точных результатов при прогнозировании доли «успешных» сборок на основе КРЦ необходимо учитывать коррелированность выходных точностных параметров;

4) для достижения эффективности расчётов и геометрической наглядности результатов пространственного размерно-точностного анализа сборки с учётом допусков расположения компонентов на основе КРЦ использовать аппарат бикватернионов и геометрическую интерпретацию оценки точности ключевой геометрической характеристики изделия.

**Перспективные направления развития темы исследования:** разработка и совершенствование методов анализа точности ключевых геометрических характеристик элементов изделия на основе КРЦ; разработка методов оптимизации допусков критических геометрических элементов сборки на основе КРЦ; решение задач пространственного анализа точности ключевых геометрических характеристик критических элементов с учётом допусков для сборочных единиц с маложёсткими компонентами; решение задач повышения собираемости на основе КРЦ в приборостроении, автомобилестроении, авиастроении, двигателестроении и т.д.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамов, К. Н. К вопросу использования методов вероятностного моделирования при расчете размерных цепей / К. Н. Абрамов // Сборка в машиностроении, приборостроении.- 2008. - № 7. - С. 6-8.
2. Абрамов, К. Н. Вопросы обеспечения точности изделий вспомогательного производства на основе анализа сборочных размерных цепей / К. Н. Абрамов // Сборка в машиностроении, приборостроении. - 2008. - №5.- С. 7-9.
3. Аввакумов, В.Д. Расчет сборочных размерных цепей на ЭВМ/ В.Д. Аввакумов // Сборка в машиностроении, приборостроении. -2006. - № 10. - С. 9-13.
4. Алексеев, Е.Р. Scilab: Решение инженерных и математических задач / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова, Е.А. Рудченко.- М.: ALT Linux: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 260 с.
5. Анкин, А. В. Разработка программного обеспечения для расчета пространственной размерной цепи / А. В. Анкин, Д. Л. Кузьминский // Известия МГТУ «МАМИ»: раздел 2: Технология машиностроения и материалы.- 2011.- Т.12, № 2.- С. 106-110.
6. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: учебное пособие для вузов/И.И. Артоболевский. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. - 1988. – 640 с.
7. Ашихмин, В.Н. Выявление и расчёт размерных цепей при размерном анализе технологических процессов [Электронный ресурс]/ В.Н. Ашихмин // Екатеринбург: ФГАОУ ВПО «УрФУ». - 2010. - 57с.- Режим доступа:  
<http://study.urfu.ru/Aid/ViewFiles/9560>.
8. Базров, Б.М. Основы технологии машиностроения: учебник для вузов / Б.М. Базров. – М.: Машиностроение, 2005. – 736 с.
9. Базров, Б.М. Расчет точности машин на ЭВМ/ Б.М. Базров. - М.: Машиностроение, 1984.-256 с.

10. Балакшин, Б.С. Теория и практика технологии машиностроения: в 2 кн. / Б.С. Балакшин. - М.: Машиностроение, 1982 – Кн. 1: Технология станкостроения. - Б.м.: Б.и., 1982. - 239 с.
11. Балакшин, Б.С. Теория и практика технологии машиностроения: в 2 кн. / Б.С. Балакшин. - М.: Машиностроение, 1982 – Кн. 2: Основы технологии машиностроения. - Б.м.: Б.и., 1982. - 367 с.
12. Бартоломей, В. А. Методика расчёта линейных технологических размеров на основе размерных и точностных данных о заготовке / В.А. Бартоломей, В. Б. Масыгин // Омский научный вестник. Серия Приборы, машины и технологии. 2011. - № 1(97). - С. 41-45.
13. Безъязычный, Б. Ф. Обеспечение качества при изготовлении деталей и сборке машин / В. Ф. Безъязычный // Справочник. Инженерный журнал. Приложение. 2008. - № 4. - С. 13-19.
14. Безъязычный, Б. Ф. Некоторые проблемы современного сборочного производства и перспективы их преодоления / В. Ф. Безъязычный, В. В. Непомилуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. - 2009.- № 8.- С. 18-25.
15. Безъязычный, В.Ф. Основы технологии машиностроения: учебник для вузов/ В.Ф. Безъязычный. – М.: Машиностроение, 2013. – 568 с.
16. Безъязычный В.Ф. Расчётное определение прочности характеристик сборочных соединений с натягом с учётом технологических условий обработки сопрягаемых поверхностей / В.Ф. Безъязычный, М.А. Прокофьев, Ф.Р. Жирнова // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2021. - №1. – С. 30-34.
17. Березин, С.Я. Групповые методы в анализе схем базирования крепежных резьбовых деталей при автоматической сборке / С.Я. Березин // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2018. - №12. – С. 565-569.
18. Божко, А.Н. Моделирование механических связей изделия. Условия стягиваемости [Электронный ресурс] /А.Н. Божко // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. - 2011.- №5. -Режим доступа: <http://engineering-science.ru/doc/182518.html>.

19. Божко, А.Н. Структурные модели собираемости изделий/ А.Н. Божко // Наука и образование. – 2013. – № 10. – с. 325-339.
20. Божко, А. Н., Бетин Е. А. Анализ стягиваемости гиперграфов/ А.Н. Божко, Е.А. Бетин // Информационные технологии. – 2005. – №5 – с. 6-12.
21. Бородачев, Н.А. Анализ качества и точности производства/ Н.А. Бородачев. - М.: Изд-во машиностр. лит-ры, 1946. - 249с.
22. Бородачев, Н.А. Обоснования методики расчета допусков и ошибок размерных и кинематических цепей. Ч. 2. Векторные ошибки. Связанные ошибки. Влияние регулировок/ Н.А. Бородачев. - М.: Издательство АН СССР, 1946. - 224с.
23. Бородачев, Н.А. Основные вопросы теории точности производства/ Н.А. Бородачев. - М.: Изд-во АН СССР, 1950. - 412с.
24. Бранец, В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твёрдого тела/ В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1973, - 320с.
25. Бурский, В.М. Технология машиностроения. В 2-х т. Т.1. Основы технологии машиностроения: учебник для вузов / В.М. Бурский, А.М. Дальский и др.; под общ. ред. А.М.Дальского. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. – 564 с.
26. Вартанов, М.В. Сборочное производство: проблемы и решения / М.В. Вартанов, Чан Чунг Та // Станкоинструмент. Наука. Проектирование. Производство. – 2020. – №2 (019). – С. 22-29.
27. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения/ Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров Л. А. – 2-е изд. – М.: Высшая школа, 2000. — 480 с.
28. Вержбицкий, В.М. Основы численного анализа / В.М. Вержбицкий – М.: Высшая школа, 2001. – 840 с.
29. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: учебник для вузов / А.И. Якушев, Л.Н. Воронцов, Н.М. Федотов. — 6-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение, 1986. — 352 с.

30. Гаер, М.А. Конфигурационные пространства поверхностей деталей и сборок / М.А. Гаер, Д.А. Журавлёв, О.В. Яценко // Вестник ИрГТУ. – 2011. - №10. – С. 32-36.
31. Гаер, М.А. Конфигурационная геометрическая модель координатного позиционирования базовых точек элементов сборки с учётом их пространственных допустимых отклонений / М.А. Гаер, Д.А. Журавлёв, Л.Ф. Хвощевская // Вестник ИрГТУ. – 2006. - № 4. - с. 10-18.
32. Гаер, М.А. Дифференциально-геометрический подход для анализа трёхмерных размерных цепей / М.А. Гаер, Л.Ф. Хвощевская // Вестник ИрГТУ. – 2014. - №10. – с. 32-38.
33. Гаер, М.А. Моделирование трёхмерных допусков при автоматизированном представлении сборок с помощью кватернионов / М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2004. – №4. – С. 62-64.
34. Гаер, М.А. Разработка и исследование геометрических моделей пространственных допусков сборок с использованием кватернионов: дис. ... канд. тех. наук: 05.02.08/ Гаер Максим Александрович. – Иркутск, 2005. – 148 с.
35. Гаер, М.А. Описание пространственных допустимых отклонений с помощью коэффициентов квадратичных форм/ М.А. Гаер, А.В. Шабалин, П.Л. Плонский// Известия МГТУ «МАМИ». – 2008. – Т.6, №2. – С.355-361.
36. Гамильтон, У. Р. О кватернионах, или о новой системе мнимых величин в алгебре /У. Р. Гамильтон // Избранные труды. Оптика. Динамика. Кватернионы. – М.: Наука, 1994. – С. 345 – 391.
37. Гордеев, В.Н. Кватернионы и бикватернионы с приложениями в геометрии и механике / В.Н. Гордеев. – Киев: Издательство «Сталь», 2016. – 316 с.
38. ГОСТ 53090-2008 Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Требование максимума материала, минимума материала и взаимодействия. – М.: Стандартинформ, 2009. – 27 с.



39. ГОСТ 16320-80 Цепи размерные. Расчет плоских цепей. – М.: Изд-во стандартов, 1982. – 25 с.
40. ГОСТ 21495-76 Базирование и базы в машиностроении. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 37 с.
41. ГОСТ 31254-2004 Основные нормы взаимозаменяемости. Геометрические элементы. Общие термины и определения. – М.: Стандартиформ, 2005. – 8 с.
42. ГОСТ Р 53442-2015 Основные нормы взаимозаменяемости. Установление геометрических допусков. Допуски формы, ориентации, месторасположения и биения. – М.: Стандартиформ, 2016. – 90 с.
43. ГОСТ Р 53089-2008 Основные нормы взаимозаменяемости. Характеристики изделий геометрические. Установление позиционных допусков. – М.: Стандартиформ, 2009. – 12с.
44. ГОСТ 25346-89 Основные нормы взаимозаменяемости. ЕСДП. Общие положения, ряды допусков и основных отклонений. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2001. – 26 с.
45. Гусева Р.И. Модуль автоматизированной системы менеджмента качества для автоматизированной системы управления и учета отказов комплектующих изделий вертолёта/ Р.И. Гусева, Ж.И. Гусева //Ученые записки КнГАУ. 2021. - №5(53). – С. 4-10.
46. Гвоздев, В.Д. Основы взаимозаменяемости: размерные и геометрические допуски: учебное пособие / В.Д. Гвоздев. - М.: РУТ (МИИТ), 2017. – 88 с.
47. Дальский, А.М. Справочник технолога машиностроителя. Том 1 / А.М. Дальский, С. А. Григорьевич, А.Г. Косилова и др. — М.: Машиностроение, 2001. – 910с.
48. Дальский, А.М. Справочник технолога машиностроителя. Том 2 / А.М. Дальский, С. А. Григорьевич, А.Г. Косилова и др. М.: Машиностроение, 2001. – 910 с.
49. Дальский, А.М. Сборка высокоточных соединений в машиностроении/ А.М. Дальский, З.Г. Кулешова.- М.: Машиностроение, 1988. - 304 с.

50. Диментберг, Ф.М. Теория пространственных механизмов /Ф.М. Диментберг. – М.: Наука, 1982. – 336 с.
51. Допуски и посадки: Справочник. Часть 1/ М.А. Палей, А.Б. Романов, В.А. Брагинский. - СПб.: Политехника, 2009. - 530 с.
52. Допуски и посадки: Справочник. Часть 2/ М.А. Палей, А.Б. Романов, В.А. Брагинский. - СПб.: Политехника, 2009. - 629 с.
53. Дунаев, П.Ф. Расчет допусков размеров / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов. - М.: Машиностроение, 1981. -189 с.
54. Дунаев, П.Ф. Размерные цепи/ П.Ф. Дунаев. – М.: Государственное научно-техническое изд-во машиностроительной литературы, 1963. – 307 с.
55. Дунаев, П.Ф. Допуски и посадки. Обоснование выбора: учебное пособие/ П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов, Л.П. Варламов.- М.: Высшая школа, 1984. - 117 с.
56. Емельянов, С.Г. Размерный анализ в машиностроении: учебное пособие / С.Г. Емельянов, А.М. Рудской [и др.]; под общ. ред. проф., д.т.н., С.Г. Емельянова. – Курск: Курский гос. техн. ун-т. – Старый Оскол: ТНТ, 2012. – 332 с.
57. Жабин, А.И. Сборка изделий в единичном и мелкосерийном производстве/ А.И. Жабин, А.П. Мартынов. – М.: Машиностроение, 1983. – 184 с.
58. Жабин, А.И. Повышение собираемости крупных изделий в тяжелом машиностроении/ А.И. Жабин // Вестник машиностроения. – 1973. – № 9. – С. 48-52.
59. Журавлёв, Д.А. Пространственная геометрическая характеристика допусков / Д.А. Журавлёв, М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2005. – №1. – С.116-125.
60. Журавлёв, Д.А. О новых дифференциально-геометрических подходах к автоматизированному проектированию сборок с учётом допусков/ Д.А. Журавлёв, П.Я. Грушко, О.В. Яценко // Вестник ИрГТУ. – 2002. – №12. – С. 82-92.
61. Журавлёв, Д.А. О возможности моделирования деталей и сборок с учетом допустимых 3D отклонений в САПР/ Д.А. Журавлёв, М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2011. – №1. – С. 24-26.

62. Журавлёв, Д.А. Анализ собираемости изделия при моделировании деталей посредством квадратичных форм / Д.А. Журавлёв, А.С. Калашников, М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2007. – №2, Т1. – С. 99-102.
63. Журавлёв, Д.А. Геометрическое моделирование деталей и сборок в САПР нового поколения / Д.А. Журавлёв, А.С. Калашников, М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2006. - №4. – С. 17-23.
64. Журавлёв, Д.А. Методика пространственного размерного анализа в системе ГеПАРД / Д.А. Журавлёв, А.В. Шабалин // Вестник ИрГТУ. – 2015. – №8. – С. 58-65.
65. Журавлёв, Д.А. Допуски, связанные с изгибанием поверхности / Д.А. Журавлёв, М.А. Гаер // Вестник ИрГТУ. – 2006. – Т. 28, №4. – С.12-15.
66. Замятин, А.В. Совершенствование технологии автоматизированной сборки деталей приборов типа «вал-втулка» на основе комплексного выбора параметров сборочного процесса: дис. ... канд. техн. наук: 05.11.14 / Замятин Антон Валерьевич. – М., 2012. – 172 с.
67. Задорина Н.А. Обеспечение качества сборки высокоточных изделий на основе метода индивидуального подбора деталей / Н.А. Задорина, В.В. Непомилуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2020. - №4. – С. 152-157.
68. Исаев, С.В. Методика оценки линейной модели пространственной размерной цепи для обеспечения взаимозаменяемости объектов производства при сборке: дис. ... канд. техн. наук: 05.11.15 / Исаев Сергей Вячеславович. – М., 2007. – 19 с.
69. Исаев, С. В. Методика экспериментальной оценки линейной модели пространственной размерной цепи / С. В. Исаев // Измерительная техника. – 2006. – № 11. – С. 17–20.
70. Казимиров, Д.Ю. Обеспечение точности при проектировании и изготовлении подвижных сопряжений с использованием функции потери качества: дис. канд. техн. наук: 05.02.08 / Казимиров Денис Юрьевич. – Иркутск, 2004. – 166 с.

71. Калашников, А.С. Размерный анализ сборок с пространственными допусками при автоматизированном проектировании: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08 / Калашников Александр Сергеевич. – Иркутск, 2008. – 175 с.
72. Калачев, О.Н. Интерактивное моделирование размерных изменений заготовки при проектировании технологического процесса механической обработки / О.Н. Калачёв // Информационные технологии. — 2001. — № 2. — С. 10-14.
73. Калиткин, Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. - М.: Питер, 2001. – 504 с.
74. Карепин, П.А. Обеспечение качества сельскохозяйственной техники при изготовлении и ремонте моделированием размерных связей в сборочных узлах: дис. д-ра. техн. наук: 05.20.03 / Карепин Петр Алексеевич. – М.: 2002. – 451с.
75. Карепин, П.А. Категории планируемой и реализованной точности и особенности их применения / П.А. Карепин // Методы менеджмента качества.-1999.- №8.
76. Карепин, П.А. Создание необходимой точности сборочных узлов путем назначения полей допусков предпочтительного применения/ П.А. Карепин // Вестник машиностроения. – 1993. – №8. – С. 30-34.
77. Карепин, П.А. Проблема установления допусков в многомерных размерных цепях / П.А. Карепин //Машиностроительные технологии. – 1998. – С. 187-188.
78. Кашуба, Л. А. Алгоритм моделирования реальной геометрии детали / Л. А. Кашуба // Системный анализ в науке и образовании: электронный научный журнал. – Дубна. – 2011.– № 3.
79. Климов, А.Г. Технология машиностроения: лаб. практикум. / А.Г. Климов, В.И. Колчков, И.Е. Парфеньева; под ред. В.И. Колчкова. - М.: МАМИ, 2012. - 390 с.
80. Колчков, В.И. Взаимозаменяемость и нормирование точности: учебное пособие / В.И. Колчков В.И. – М.: Изд-во «ФОРУМ», 2015. – 625 с.
81. Корсаков, В.С. Основы технологии машиностроения / В.С. Корсаков. – М.: Высшая школа, 1974. – 336 с.

82. Котельников, А. П. Винтовое счисление и некоторые приложения его к геометрии и механике / А. П. Котельников. – М.: КомКнига, 2006. – 224 с.
83. Лебедев, В. А. Технология машиностроения: проектирование технологии сборки изделий: учебное пособие / В.А. Лебедев – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. – 361 с.
84. Лебедевский, М.С. Автоматизация сборочных работ / М.С. Лебедевский, А.И. Федотов: под общей ред. Г.В. Попова. - Ленинград: Лениздат, 1970. – 448 с.
85. Майорова, Е.А. Исследование возможностей повышения качества сборки путём индивидуального подбора деталей / Е. А. Майорова, В.В. Непомилуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2006. – №10. – С. 34-38.
86. Малкина, И.Б. Повышение качества сборки машин и агрегатов / И.Б. Малкина // Современные проблемы теории машин. - 2015. - №3. – с. 273-275.
87. Масыгин, В.Б. Методы автоматизации размерного анализа технологических процессов в России / В.Б. Масыгин, А.В. Мухолзоев, С.Б. Шаимова // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 6-1. – С. 44-49.
88. Масыгин, В.Б. Размерный анализ технологических процессов деталей типа тел вращения с учётом отклонений расположения на основе применения кромочной модели деталей / В.Б. Масыгин // Справочник. Инженерный журнал. – 2009. – №2. – С. 20-25.
89. Масыгин, В.Б. Совершенствование теории размерного анализа на основе кромочной модели деталей типа тел вращения: автореф. дис. ... д-ра. техн. наук: 05.02.08 / Масыгин Василий Борисович. – Омск. – 2012. – 275 с.
90. Масыгин, В. Б. Исследование особенностей размерного анализа технологических процессов изготовления изделий, имеющих угловые элементы, с учётом погрешностей угла наклона / В. Б. Масыгин, А.В. Мухолзоев // Вестник машиностроения. - 2017. - № 1. - С. 20-23.
91. Машиностроение. Энциклопедия / ред. совет: К.В. Фролов (пред.) и др. М.: Машиностроение. Технология сборки в машиностроении. Т III-5/ А.А. Гусев, В.В. Павлов, А.Г. Андреев и др.: под общ. ред. Ю.М. Соломенцева, 2011. – 640 с.

92. Медарь, А. В. Точностной анализ в технологическом проектировании сборочных процессов / А. В. Медарь // Сборка в машиностроении, приборостроении. - 2009. - № 1. - С. 37-42.
93. Морозов, И.М. Основы технологии сборки в машиностроении: учебное пособие/ И.М. Морозов, В.Ю. Шамин – 2- е изд., перераб. и доп. – Челябинск: ЮУГГУ, 2006. – 72 с.
94. Назаров, Н.Г. Методика экспериментальной оценки линейной модели пространственной размерной цепи / Н.Г. Назаров, С.В. Исаев // Техника и технология. – 2005. – №11 – С. 32-39.
95. Научные технологии в машиностроении / А.Г. Суслов, Б.М. Базров, В.Ф. Безъязычный и др.; под ред. А.Г. Сулова. – М.: Машиностроение, 2012. – 528 с.
96. Непомилуев, В.В. Перспективные направления совершенствования качества сборки изделий машиностроения / В.В. Непомилуев, А.Н. Семенов // Известия ТулГТУ. Технические науки. – 2016. – Вып. 8. Ч.2. – с. 71-78.
97. Непомилуев, В. В. Исследование возможностей повышения качества сборки путем использования индивидуального подбора деталей / В.В. Непомилуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2006. – № 10. – С. 34-38.
98. Непомилуев, В. В. Вероятностно-статистическая модель процесса индивидуального подбора деталей / В.В. Непомилуев, Е.В. Олейникова, Н.И. Гусарова // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2015. – № 1. – С. 8–13.
99. Польский, Е.А. Обеспечение точности сборочных соединений на основе оптимизации размерных цепей / Е.А. Польский, Д.М. Филькин // Материалы 58- й науч. конф. профессорско-преподавательского состава; под ред. С.П. Сазонова, И.В. Говорова. – Брянск: БГТУ, 2008. – С. 72-74.
100. Проников, А.С. Надёжность машин / А.С. Проников. – М.: Машиностроение, 1978. – 592 с.
101. Размерный анализ конструкций узла с применением компьютерного моделирования // Молодежный научный форум: Технические и математические науки: электр. сб. ст. по материалам XII студ. междунар. заочной науч.-практ. конф. —

М.: «МЦНО». — 2014 — № 5(12) / [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: [https://nauchforum.ru/archive/MNF\\_tech/5\(12\).pdf](https://nauchforum.ru/archive/MNF_tech/5(12).pdf).

102. Расторгуев, Г. А. Расчет и анализ сборочной размерной цепи / Г. А. Расторгуев // Сборка в машиностроении, приборостроении. -2008. -№ 11.-С. 43-46.

103. Сандалски, Б. П. Решение пространственной задачи размерно-точностного анализа сборочных единиц / Б.П. Сандалски, А.С. Стоев // Вестник машиностроения. М.: Машиностроение –1992. – №4. – С. 39 - 42.

104. Саранча Г.А. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: учебник / Г.А. Саранча. М.: Издательство стандартов, 1982. 264 с.

105. Сборка и монтаж изделий машиностроения: справочник. В 2-х т./ Ред. совет: В.С. Корсаков (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1983. – Т.1. Сборка изделий машиностроения / под. ред. В.С. Корсакова, В.К. Замятина, 1983. — 480 с.

106. Сборка и монтаж изделий машиностроения: справочник. В 2-х т./ Ред. совет: В.С. Корсаков (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1983. – Т.2. Сборка изделий машиностроения / под. ред. В.С. Корсакова, В.К. Замятина, 1983. — 360 с.

107. Скворцов, А. В. Статистическое моделирование векторных и скалярно-векторных размерных цепей / А. В. Скворцов, Д. А. Скворцова, Д. А. Чмырь // Известия Вузов. Машиностроение. - 2007. - № 7. - С. 41-48.

108. Скворцов, В.Ф. Основы технологии машиностроения: учебное пособие / Скворцов В.Ф. – Томск: Издательство Томского политехнического института, 2012. – 352 с.

109. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А.С. Васильева, А.А. Кутина. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Инновационное машиностроение, 2018. – 818 с.

110. Солнышкин, И.П. Технологические процессы в машиностроении / И.П. Солнышкин, А.Б. Чижевский, С.И. Дмитриев — Санкт-Петербург: СПбГТУ, 2001. — 344 с.

111. Сорокин, М.Н. Анализ собираемости изделий типа «вал-штулка» при селективной сборке / М.Н. Сорокин, Ю.Н. Ануров // Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2012. – №1. – С. 23–26.
112. Суслов, А.Г. Научные основы технологии машиностроения / А.Г. Суслов, А.М. Дальский – М.: Машиностроение, 2002. – 684 с.
113. Технология машиностроения: учебник для вузов в 2-х т. / [В.М. Бурцев и др.]; под ред. А.М. Дальского, А.И. Кондакова. – 3-е изд. испр. и перераб. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
114. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин: курс лекций / Г.А. Тимофеев. – М.: ИД Юрайт, 2010. – 351 с.
115. Тарабасов, Н.Д. Проектирование деталей и узлов машиностроительных конструкций: справочник / Н.Д. Тарабасов, П.Н. Учаев. М.: Машиностроение, 1983. – 239 с.
116. Филькин, Д.М. Совершенствование размерно-точностного анализа при проектировании и изготовлении машин / Д.М. Филькин // Исследования и разработки в области машиностроения, энергетики и управления: материалы VII междунар. межвуз. науч.-техн. конф. студентов, магистров и аспирантов, 3- 4 мая 2007 г. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2007. – С. 32-33.
117. Фещенко, В.Н. Справочник конструктора. Книга 2. Проектирование машин и их деталей: учебн.-практ. пособие / В.Н. Фещенко. – М.: Инфра-Инженерия, 2016. – 400 с.
118. Филькин, Д.М. Система автоматизированных расчетов пространственных размерных цепей / Д.М. Филькин // Состояние, проблемы и перспективы автоматизации технической подготовки производства на промышленных предприятиях: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. (16-18 ноября.2009 г. г. Брянск) /под ред. В.И. Аверченкова. – Брянск: БГТУ, 2009. – С. 62-63.
119. Хвощевская, Л.Ф. О проблемах пространственного размерного анализа на современном этапе развития машиностроения // Материалы X Международной



научно-технической конференции «Авиамашиностроение и транспорт Сибири», Иркутск 21-26 мая 2018. – с. 241-247.

120. Хващевская, Л.Ф. Статистический анализ точности сборки с учётом пространственных допустимых отклонений расположения/ Л.Ф. Хващевская// Вестник ИрГТУ. – 2015. – Т. 106, № 11. – С. 40 – 43.

121. Хващевская, Л.Ф. Моделирование пространственных допустимых отклонений сборочных единиц с помощью бикватернионов /Л.Ф. Хващевская Л.Ф., Д.А. Журавлёв // Вестник ИрГТУ. – 2018. – № 11(22). – С. 71-88.

122. Хващевская, Л.Ф. К проблеме обеспечения точности в изделиях машиностроения / Л.Ф. Хващевская, А.В. Шабалин // Вестник ИрГТУ – 2014. – № 1. – с. 25 – 29.

123. Хващевская, Л.Ф. Анализ точности изделий машиностроения для случая параллельно связанных линейных размерных цепей / Л.Ф. Хващевская // Системы. Методы. Технологии. – 2022. – №1(53). – С. 48-57.

124. Челноков, Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения / Ю. Н. Челноков. – М.: Физматлит, 2006. – 512 с.

125. Шабалин, А.В. Конфигурационные пространства для оценки собираемости изделий машиностроения с пространственными допустимыми отклонениями: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.08 / Шабалин Антон Владимирович. – Иркутск, 2011. – 170 с.

126. Шамин, В.Ю. Теория и практика решения конструкторских и технологических размерных цепей: Компьютерная версия учебного пособия / В.Ю. Шамин. – 4-е изд., перер. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ. 2005 – 530 с.

127. Zhuravlev, D. Ensuring the collection of mechanical engineering products, taking into account the tolerances for computer-aided design in "GePARD.3D"/ D. Zhuravlev, L. Khvashevskaya, A. Shabalin, M. Gaer// IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. III International Scientific Conference: Modernization, Innovations, Progress: Advanced Technologies in Material Science, Mechanical and Auto-

- mation Engineering (MIP – III, 29<sup>th</sup>-30<sup>th</sup> April 2021). Krasnoyarsk. - V. 1155. – p. 12043.
128. Clifford, W. Preliminary Scetch of Biquaternions / W. Clifford // Proc. of London Math. Soc. – 1873. – V. IV. – P. 381–393.
129. Ghie, W., Laperriere, L., Desrochers, A. Re-design of mechanical assemblies using the Jacobian-Torsor model. Models for Computer aided tolerance in design and manufacturing. - 2006. - P. 95-104.
130. Mohan, P., Haghghi, P., Vemulapalli, P., Kalish, N., Shah, J. J., and Davidson, J. K. Toward Automatic Tolerancing of Mechanical Assemblies: Assembly Analyses,” Journal of Computing and Information Science in Engineering – 2014. - №14(4). - p. 41009.
131. Chase, K. W., Gao, J. and Magleby, S. P., 1994, “Generalized 2-D Assembly Tolerance Analysis Method with Small Kinematic Adjustments,” Submitted for publication.
132. Gao, J., Chase, K. W. and Magleby, S. P., 1994, “Generalized 3-D Assembly Tolerance Analysis Method with Small Kinematic Adjustments,” Submitted for publication.
133. Kosec P., Škec S., Miler D. A comparison of the tolerance analysis methods in the open-loop assembly// Advances in Production Engineering & Management. – 2020. – Vol. 15, № 1. – P. 44-56.
134. Shen, W., Pang, K., Liu, C., Ge, M., Zhang, Y., and Wang, X. The Quality Control Method for Remanufacturing Assembly Based on the Jacobian-Torsor Model. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015 – 81(1–4) – P. 253–261.