

Министерство науки и высшего образования РФ  
Иркутский национальный исследовательский технический университет

Факультет среднего профессионального образования  
Машиностроительный колледж

С.Н.Макогон

**ОП. 02 Техническая механика**

Методические указания  
по выполнению практических, лабораторных и самостоятельных работ

Издательство  
Иркутского национального исследовательского технического университета  
2025

Рекомендовано к изданию Учебно-методической комиссией  
факультета среднего профессионального образования

**Автор**

Преподаватель машиностроительного колледжа факультета  
среднего-профессионального образования ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»  
**С.Н.Макогон**

**Макогон С.Н. ОП. 02 Техническая механика:** метод. указания по  
выполнению практических, лабораторных и самостоятельных работ. –  
Иркутск : Изд-во ИРНИТУ, 2025. – 177с.

Соответствуют требованиям ФГОС среднего профессионального  
образования по специальности 23.02. 07 «Техническое обслуживание и  
ремонт автотранспортных средств».

Предназначены для студентов машиностроительного колледжа,  
изучающих дисциплину «Техническая механика», в рамках подготовки  
специалистов среднего звена.

## Введение

Методические указания составлены на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования специальности 23.02.07 «Техническое обслуживание и ремонт автотранспортных средств».

Цель методических указаний состоит в оказании помощи студентам при проведении практических и самостоятельных занятий по изучению данной дисциплины, в формировании основных умений, знаний, обеспечении развития общих компетенций по специальности.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

- производить расчеты на растяжение и сжатие на срез, смятие, кручение и изгиб;
- выбирать детали и узлы на основе анализа их свойств для конкретного применения

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:

- основные понятия и аксиомы теоретической механики, законы равновесия и перемещения тел;
- методика выполнения основных расчетов по теоретической механике, сопротивлению материалов и деталям машин;
- основы проектирования деталей и сборочных единиц;
- основы конструирования

Результатом освоения дисциплины является определенный этап сформированности следующих общих и профессиональных компетенций :

### Перечень общих компетенций

Код	Наименование общих компетенций
ОК 01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
ОК 04.	Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде.
ОК 05.	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.
ОК 06.	Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных российских духовно-нравственных ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения.

### Перечень профессиональных компетенций

Код	Наименование профессиональных компетенций
ПК 1.3.	Проводить ремонт и устранение неисправностей автотранспортных средств

Общее количество часов на практические, лабораторные и самостоятельные работы по дисциплине Техническая механика составляет 52 часа.

## **Информационное обеспечение обучения**

Перечень основной и дополнительной литературы, электронных ресурсов

### **Основная литература**

1. Гребенкин В. З. Техническая механика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В. З. Гребенкин, Р. П. Заднепровский, В. А. Летягин ; под редакцией В. З. Гребенкина, Р. П. Заднепровского. – Москва : Юрайт, 2024. – 390 с. URL: <https://urait.ru/bcode/542081>
2. Зиомковский В. М. Техническая механика : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. М. Зиомковский, И. В. Троицкий ; под научной редакцией В. И. Вешкурцева. – Москва : Юрайт, 2024. – 288 с. URL: <https://urait.ru/bcode/542084>
3. Олофинская В. П. Детали машин. Краткий курс, практические занятия и тестовые задания : учебное пособие / В. П. Олофинская. – 4-е изд., испр. и доп. Москва : Форум : Инфра-М, 2023. – 232 с. URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1971051>
4. Олофинская В. П. Детали машин. Основы теории, расчета и конструирования : учебное пособие / В. П. Олофинская. – Москва : Форум : Инфра-М, 2022. – 72 с. URL: <https://znanium.com/catalog/product/1852236>
5. Техническая механика : учебник для среднего профессионального образования / В. В. Джамай [и др.]. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Юрайт, 2024. – 360 с. URL: <https://urait.ru/bcode/542082>
6. Хруничева Т. В. Детали машин: типовые расчеты на прочность : учебное пособие / Т. В. Хруничева. – Москва : Форум : Инфра-М, 2022. – 224 с. URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1832153>

### **Дополнительная литература**

1. Гулиа Н. В. Детали машин : учебник / Н. В. Гулиа, В. Г. Клоков, С. А. Юрков. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 416 с.
2. URL: <https://e.lanbook.com/book/211154>
3. Олофинская В. П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий : учебное пособие / В. П. Олофинская. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Инфра-М, 2022. – 132 с. URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1892225>
4. Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика : научный журнал. – Москва : Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова URL: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=8369>

### **Электронные ресурсы**

#### **Российские электронные ресурсы и базы данных**

1. Электронная библиотека ИРНИТУ: <http://elib.istu.edu/>
2. Электронно-библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>
3. ЭБС Юрайт: <https://urait.ru/>
4. Научные электронные журналы на платформе eLIBRARY.RU: <http://elibrary.ru/>
5. ЭБС PROFобразование: [www.profspo.ru/](http://www.profspo.ru/)
6. ЭБС Znaniy.com: <http://znanium.com/>

#### **Зарубежные электронные научные журналы и базы данных**

1. Springer Nature Experiments (ранее Springer Protocols): <https://experiments.springernature.com/>
2. experiments.springernature.com/
3. Wiley Online Library: <http://onlinelibrary.wiley.com/>

## Критерии оценки.

Оценка «5»: работа выполнена в срок, полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий:

- проводит работу в условиях, обеспечивающих получение правильных результатов и выводов;
- соблюдает правила техники безопасности;
- в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления;
- правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «4»: работа выполнена правильно с учетом 1-2 мелких погрешностей или 2-3 недочетов, исправленных самостоятельно по требованию преподавателя. На выполнение работы затрачено времени больше установленного по норме на 10%.

Оценка «3»: работа выполнена правильно не менее чем наполовину, допущены 1-2 погрешности или одна грубая ошибка. На выполнение работы затрачено времени больше установленного по норме на 25%.

Оценка «2»: допущены две (и более) грубые ошибки в ходе работы, которые обучающийся не может исправить даже по требованию преподавателя. На выполнение работы затрачено времени против нормы больше чем на 25%.

Таблица – Перечень практических, лабораторных и самостоятельных работ

№	Тема	Вид, номер и название работы	Коды общих и профессиональных	Количество часов
Семестр 4				
1.	Тема 1.1. Плоская система сходящихся сил	Практическая работа №1 Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитически.	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2
2.	Тема 1.1. Плоская система сходящихся сил	Практическая работа №2 Решение задач на определение реакции связей графически	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2
3.	Тема 1.1. Плоская система сходящихся сил	Самостоятельная работа №1. Выполнение расчетно-графической работы по определению реакции связей плоской системы сходящихся сил аналитически и графически.	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2
4.	Тема 1.2. Плоская система произвольно расположенных сил	Практическая работа №3 Решение задач на определение реакций в шарнирах балочных систем.	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2
5.	Тема 1.2. Пространственная система сил	Практическая работа №4 Решение задач на определение реакций жестко защемленных	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2
6.	Тема 1.3. Трение	Практическая (лабораторная) работа №5 Решение задач на проверку законов трения.	OK 01; OK 04; OK 05; OK 06; ПК 1.3	2

7.	Тема 1.4. Пространственная система сил	Практическая работа №6 Решение задач на определение момента силы относительно пространственной системы произвольно расположенных осей	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
8.	Тема 1.5. Центр тяжести	Практическая (лабораторная) работа №7 Определение центра тяжести плоских фигур и сечений, составленных из стандартных прокатных профилей при растяжении (сжатии).	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
9.	Тема 1.6. Простейшие движения твердого тела	Практическая работа №8 Определение параметров движения точки для любого вида движения	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
10.	Тема 1.7. Работа и мощность. Общие теоремы динамики	Практическая работа №9 Решение задач по определению частоты вращения валов и вращающих моментов, мощности на валах по <small>запашой кинематической</small>	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
11.	Тема 2.1. Растяжение и сжатие	Практическая работа №10 Решение задач на построение эпюр нормальных сил, нормальных напряжений,	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
12.	Тема 2.1. Растяжение и сжатие	Практическая работа №11 Выполнение расчетно- графической работы по теме растяжение-сжатие	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
13.	Тема 2.2. Практические расчеты на срез и смятие. Геометрические характеристики	Практическая работа №12 Решение задач на определение главных центральных моментов инерции составных сечений, имеющих ось	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2

14.	Тема 2.3. Кручение	Практическая работа №13 Решение задач на построение эпюор крутящих моментов,	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
15.	Тема 2.3. Кручение	Практическая работа №14 Выполнение расчетов на прочность и жесткость при кручении	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
	Тема 2.3. Кручение	Практическая работа №15 Выполнение расчетно-графической работы по теме кручение	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
16	Тема 2.4. Изгиб	Практическая работа №16. Решение задач на построение эпюор поперечных сил и	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
17	Тема 2.4. Изгиб	Практическая работа №17. Выполнение расчетов на прочность и жесткость	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
18	Тема 2.4. Изгиб	Практическая работа №18. Выполнение расчетно-графической работы по теме «Изгиб»	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
19	Тема 2.5. Устойчивость сложных стержней	Практическая работа №19 Решение задач по расчету вала цилиндрического косозубого редуктора на совместную деформацию	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
20	Тема 2.5. Устойчивость сложных стержней	Практическая работа №20. Решение задач на определение критической силы для сжатого бруса	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
21	Тема 3.2. Фрикционные передачи, передача винт-гайка	Практическая работа №21 Решение задач по расчету винта на износостойкость, проверка винта на прочность и устойчивость	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2

22	Тема 3.3. Зубчатые передачи	Практическая (лабораторная) работа №22. Расчет параметров зубчатых передач.	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
23	Тема 3.3. Зубчатые передачи	Практическая работа №23. Расчет контактных напряжений и напряжений изгиба для проверки прочности	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
24	Тема 3.4. Червячные передачи	Практическая работа №24. Выполнение расчета параметров червячной передачи,	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
25	Тема 3.5. Ременные передачи	Практическая работа №25. Выполнение расчета параметров ременной передачи	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
26	Тема 3.5. Ременные передачи	Практическая работа №26. Выполнение расчета параметров цепной передачи	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	2
27	Тема 3.6. Валы и оси	Практическая (лабораторная) работа №27. Выполнение проектировочного расчета	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
28	Тема 3.7. Подшипники	Практическая (лабораторная) работа №28. Изучение конструкций узлов подшипников, их	ОК 01; ОК 04; ОК 05; ОК 06; ПК 1.3	1
Итого:				
52				

## Практическая работа №1

### Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил аналитически

**Количество часов** на выполнение работы: 2 час.

**Цель работы:** знать способы разложения силы на составляющие; изучить способы сложения сил, линии действия которых сходятся в одной точке; знать геометрический и аналитический способы определения равнодействующей силы и уметь ими пользоваться.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил геометрическим и аналитическим способами.

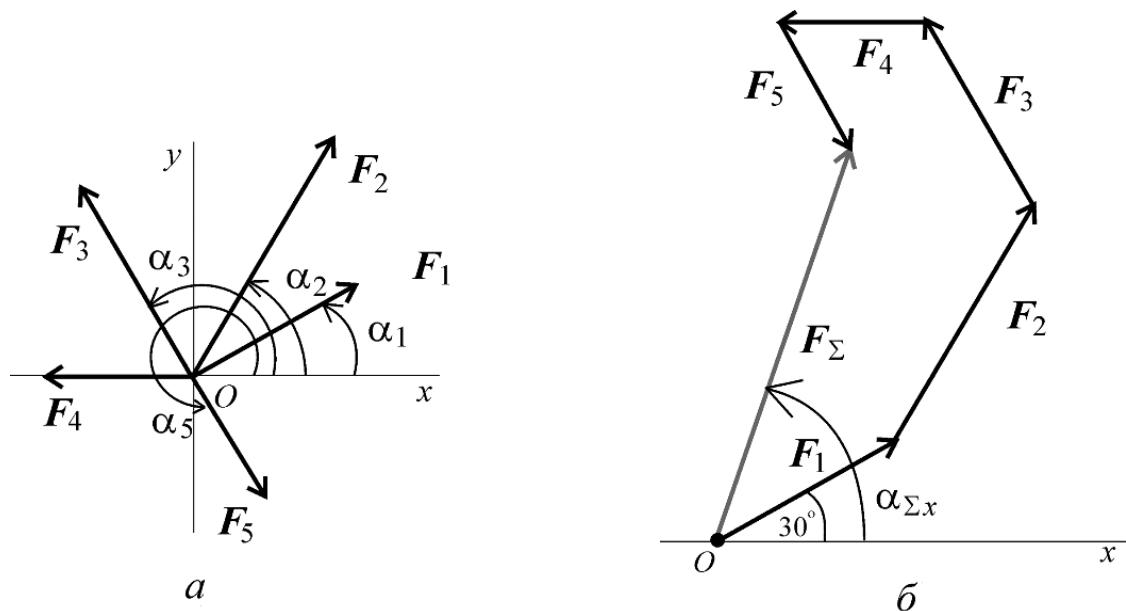
**Методика выполнения задания.** Краткие теоретические сведения:

1. Определение суммарного (главного) вектора системы сил аналитически.

Величина равнодействующей системы сил равна векторной сумме векторов сил.

Известно, проекция равнодействующей на ось равна алгебраической сумме проекций сил системы на ту же ось.

Выберем систему координат, определим проекции всех заданных векторов на оси  $O_x$  и  $O_y$  (рисунок 1.1, а).



**Рисунок 1.1**

Суммируем проекции всех векторов на оси координат. Модуль (величину) равнодействующей можно найти по известным суммам

проекций векторов на оси координат.

2. Геометрический способ определения равнодействующей.

Равнодействующую силу можно определить с помощью многоугольника сил геометрически.

Для этого в определенном масштабе все вектора сил вычерчивают в любом порядке один за другим.

Вектор равнодействующей силы соединит начало первого вектора с концом последнего и должен быть направлен ему навстречу (рисунок 1.1, б).

**Расчетные формулы. Равнодействующая системы сил**

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2};$$

$$F_{\Sigma x} = \sum_0^n F_{kx};$$

$$F_{\Sigma y} = \sum_0^n F_{ky},$$

где  $F_{\Sigma x}, F_{\Sigma y}$  - проекции равнодействующей на оси координат;  
 $F_{kx}, F_{ky}$  - проекции векторов-сил системы на оси координат.

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}},$$

где  $\alpha_{\Sigma x}$  - угол равнодействующей с осью  $O_x$ .

**Пример.** Определение равнодействующей системы сил

Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим и геометрическим способами. Задана система из пяти сходящихся сил (см. рисунок 1.1).

Дано:  $F_1 = 10$  кН;  $F_2 = 15$  кН;  $F_3 = 12$  кН;  $F_4 = 8$  кН;  $F_5 = 8$  кН;  
 $\cos \alpha_1 = 30^\circ$ ;  $\cos \alpha_2 = 60^\circ$ ;  $\cos \alpha_3 = 120^\circ$ ;  $\cos \alpha_4 = 180^\circ$ ;  $\cos \alpha_5 = 300^\circ$ .

**Решение**

1. Определить равнодействующую аналитическим способом.  
Заданные вектора сил спроектировать на оси координат, проекции сил на

оси координат суммировать (см. рисунок 1.1а):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 10 \cdot \cos 30^\circ = 8,66 \text{ кН;} \\ F_{2x} = 15 \cdot \cos 60^\circ = 7,5 \text{ кН;} \\ F_{3x} = -12 \cdot \cos 60^\circ = -6 \text{ кН;} \\ F_{4x} = -8 \text{ кН;} \\ F_{5x} = 8 \cdot \cos 60^\circ = 4 \text{ кН;} \end{array} \right\} \quad F_{\Sigma x} = \sum F_{kx};$$

$$F_{\Sigma x} = 6,16 \text{ кН.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1y} = 10 \cdot \cos 60^\circ = 5 \text{ кН;} \\ F_{2y} = 15 \cdot \cos 30^\circ = 12,99 \text{ кН;} \\ F_{3y} = 12 \cdot \cos 30^\circ = -10,4 \text{ кН;} \\ F_{4y} = 0 \text{ кН;} \\ F_{5y} = -8 \cdot \cos 30^\circ = -6,9 \text{ кН;} \end{array} \right\} \quad F_{\Sigma y} = \sum F_{ky};$$

$$F_{\Sigma y} = 21,49 \text{ кН.}$$

Равнодействующая:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2};$$

$$F_{\Sigma} = \sqrt{6,16^2 + 21,49^2} = 22,36 \text{ кН;}$$

Угол наклона:

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}};$$

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = 6,16 / 22,36 = 0,2755;$$

$$\alpha_{\Sigma x} = 74^\circ.$$

2. Определить равнодействующую графическим способом.

С помощью транспортира в масштабе 2мм = 1кН строим многоугольник сил (рисунок 1.1б). Измерением определяем модуль равнодействующей силы и угол наклона ее к оси  $O_x$ .

$$F_{\Sigma \text{grp}} \cong 22 \text{ кН;}$$

$$\alpha_{\Sigma x \text{grp}} \cong 73^\circ.$$

Результаты расчетов не должны отличаться более чем на 5%

$$\frac{F_{\Sigma} - F_{\Sigma\text{grp}}}{F_{\Sigma}} \cdot 100\% \leq 5\%.$$

**Задание.** Используя схему рисунок 1.1а, определить равнодействующую системы сил геометрическим и аналитическим способами по данным таблицы 1.1.

**Указания.** При выполнении работы использовать чертежные инструменты. Многогранник сил вычертить в масштабе. Сравнить результаты графического и аналитического решений. Расхождение не должно быть более 5 %.

**Таблица 1.1**

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	12	8	20	3	6	8	12	5	6	12
$F_2$ , кН	8	12	5	6	12	12	8	20	3	6
$F_3$ , кН	6	12	10	12	15	4	10	15	15	3
$F_4$ , кН	4	10	15	15	3	10	6	10	9	18
$F_5$ , кН	10	6	10	9	18	6	12	10	12	15
$\alpha_1$ , град	30	0	0	15	0	30	30	0	30	30
$\alpha_2$ , град	45	45	60	45	15	60	45	45	60	60
$\alpha_3$ , град	0	75	75	60	45	90	0	75	90	120
$\alpha_4$ , град	60	30	150	120	150	120	60	30	120	180
$\alpha_5$ , град	300	270	210	270	300	240	300	270	240	300

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

Форма контроля: анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

Ссылки на источники: [1], [2].

## Практическая работа №2

### Решение задач на определение реакции связей графически

**Количество часов** на выполнение работы: 2 час.

**Цель:** знать геометрический и аналитический способы определения равнодействующей силы и уметь ими пользоваться. Знать условия равновесия плоской системы сходящихся сил. Уметь записывать уравнения равновесия и использовать их для определения неизвестных сил системы.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Груз подвешен на стержнях и канатах и находится в равновесии, определить усилия в стержнях графически и аналитически.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

Выберем систему координат, определим проекции всех заданных векторов на оси  $X$  и  $Y$ . Складываем проекции всех векторов на оси координат. Модуль (величину) равнодействующей можно найти по известным суммам проекций векторов на оси координат.

*При равновесии системы сил равнодействующая равна нулю.*

Приравняв суммы проекций векторов на оси координат нулю, получим два уравнения равновесия системы сил. Следовательно, можно определить две неизвестные силы - реакции, возникающие в стержнях.

При графическом решении необходимо построить многоугольник сил. *При равновесии многоугольник сил должен быть замкнут.* Далее неизвестные силы определяют с помощью геометрических вычислений.

**Расчетные формулы. Равнодействующая системы сил**

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2};$$

$$F_{\Sigma x} = \sum_0^n F_{kx};$$

$$F_{\Sigma y} = \sum_0^n F_{ky},$$

где  $F_{\Sigma x}, F_{\Sigma y}$  - проекции равнодействующей на оси координат;  
 $F_{kx}, F_{ky}$  - проекции векторов-сил системы на оси координат.

$$\cos \alpha_{\Sigma x} = \frac{F_{\Sigma x}}{F_{\Sigma}},$$

где  $\alpha_{\Sigma x}$  - угол равнодействующей с осью  $O_x$ .

*Условие равновесия*

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0. \end{cases}$$

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил должен быть замкнут.

### Пример решения задачи.

Определить усилия в стержнях кронштейна от приложенной внешней силы.

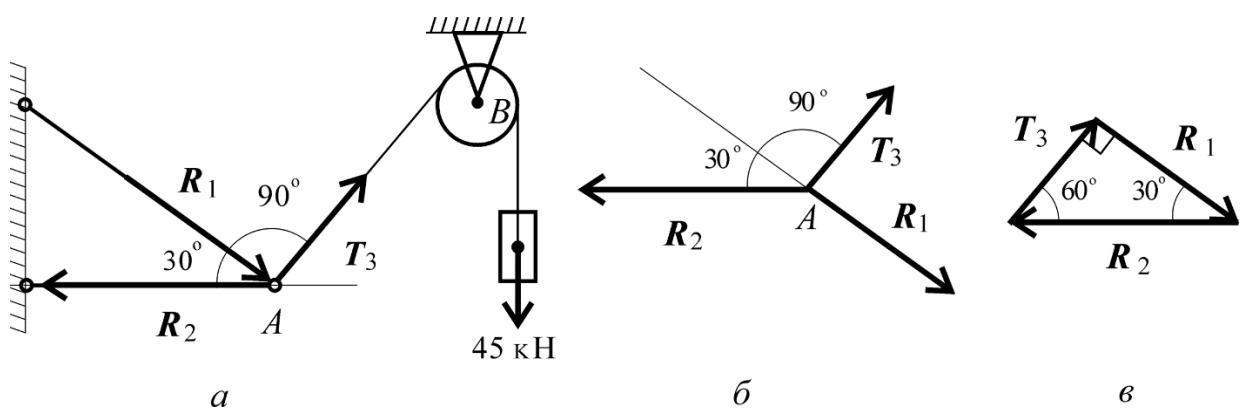
*Замечание:* задачу можно решить двумя способами: геометрическим (с помощью построения треугольника сил) и аналитически (с помощью составления уравнений равновесия). При выборе системы координат необходимо учесть, что решение упрощается при совпадении одной из неизвестных сил с осью координат.

1. Построить расчетную схему. Реакция жесткого стержня направлена вдоль стержня (рисунок 2.1, а).

Направление реакции можно определить, мысленно убрав стержень и рассмотрев возможные перемещения системы стержней.

Освободиться от связей (стержней) и вычертить схему действующих сил (рисунок 2.1, б).

При решении задачи геометрическим способом строим треугольник сил, начиная с известной силы (рисунок 2.1, в).



*Рисунок 2.1*

#### a) Решение задачи геометрическим способом

1. Нанесем на схему возможные направления усилий, приложенных в точке А. Реакции стержней - вдоль стержней, усилие от каната - вдоль каната от точки А к точке В.

2. Груз находится в равновесии, следовательно, в равновесии

находится точка  $A$ , в которой пересекаются три силы.

Освободим точку  $A$  от связей и рассмотрим ее равновесие.

*Замечание.* Рассмотрим только силы, приложенные к точке  $A$ . Груз растягивает канат силой 45 кН по всей длине, поэтому усилие от каната известно:  $T_3 = 45$  кН.

3. Строим треугольник для сил, приложенных в точке  $A$ , начиная с известной силы  $T_3$ . Стороны треугольника параллельны предполагаемым направлениям сил, приложенных в точке  $A$ .

4. Неизвестные реакции стержней можно определить из соотношений в прямоугольном треугольнике:

$$T_3 = 45 \text{ кН}; R_2 = \frac{T_3}{\sin 30^\circ}; R_2 = 90 \text{ кН};$$

$$R_1 = R_2 \sin 60^\circ; R_1 = 90 \cdot 0,866 \cong 78 \text{ кН}.$$

*Замечание.* При равновесии векторы сил в многоугольнике направлены один за другим (обходим треугольник по часовой стрелке). Сравнить направления сил в треугольнике с принятыми направлениями в начале расчета. Если направления сил в принятой схеме и треугольнике совпали, направления реакций стержней определены, верно.

*б) Решение задачи аналитическим способом*

Используем рисунок 2.1, а и б.

Выбираем систему координат. Ось  $X$  провести через реакцию  $R_1$ .

Система уравнений равновесия:

- сумма проекций на ось X:

$$R_1 - R_2 \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

$$R_1 = R_2 \cdot \cos 30^\circ;$$

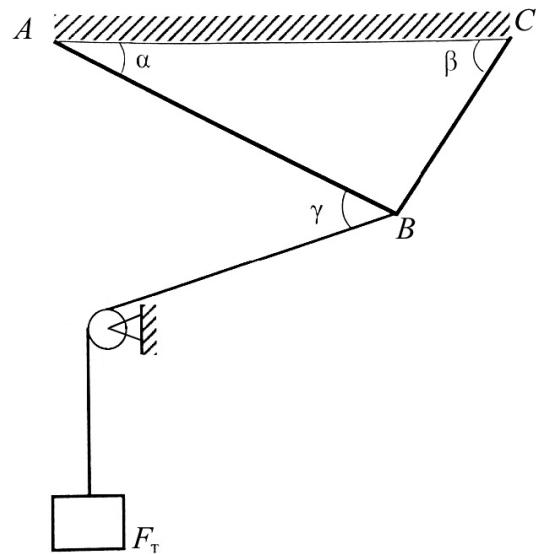
- сумма проекций на ось Y:

$$T_3 - R_2 \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$R_2 = T_3 / \cos 60^\circ.$$

$$R_2 = 45 / 0,5 = 90 \text{ кН}; R_1 = 90 \cdot 0,866 = 78 \text{ кН}.$$

**Задание.** Определить усилия в стержнях кронштейна от приложенной внешней силы. Трением в блоке пренебречь. Данные для своего варианта взять из таблицы 2.1.



*Рисунок 2.2*

*Указание.* Перед началом расчета вычертить схему согласно заданным в варианте углам наклона стержней.

**Таблица 2.1**

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$ , град	30	15	45	30	115	60	30	45	15	45
$\beta$ , град	60	60	60	45	45	45	60	60	45	30
$\gamma$ , град	45	90	60	30	15	60	30	90	90	90
$F_t$ , кН	50	55	67	65	70	75	80	85	90	95

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Самостоятельная работа №1**

### **Выполнение расчетно-графической работы по определению реакции связей плоской системы сходящихся сил аналитически и графически**

Количество часов на выполнение: 2 час

Цель работы: знать геометрический и аналитический способы определения равнодействующей силы и уметь ими пользоваться. Знать условия равновесия плоской системы сходящихся сил. Уметь записывать уравнения равновесия и использовать их для определения неизвестных сходящихся сил системы.

Задание:

Определить опорные реакции простых балок и рамы. Данные выбрать согласно своего варианта.

Методика выполнения задания

Последовательность решения.

1. Освобождаются от опор и заменяют их действие на балку опорными реакциями. В шарнирно-неподвижной опоре в общем случае действия нагрузки возникают две реакции : горизонтальная  $H_A$  и вертикальная  $V_A$ . В шарнирно-подвижной опоре при любой нагрузке возникает одна реакция –по направлению опорного стержня  $V_B$ , то есть реакция перпендикулярна опорной плоскости.

2. Определяют плечо силы, не перпендикулярной оси балки. Плечо силы определяется относительно обеих опор. Для этого из каждой точки опоры опускают на силу или линию ее действия перпендикуляры – они являются плечами силы относительно левой и правой опоры. Рассматривая прямоугольный треугольник, образованный осью балки, линией действия силы и перпендикуляром, находят величину каждого плеча.

3. Составляют уравнения равновесия:

$$\sum M_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum X = 0$$

Решая уравнения, находят неизвестные реакции  $V_A$ ,  $H_A$ ,  $V_B$ .

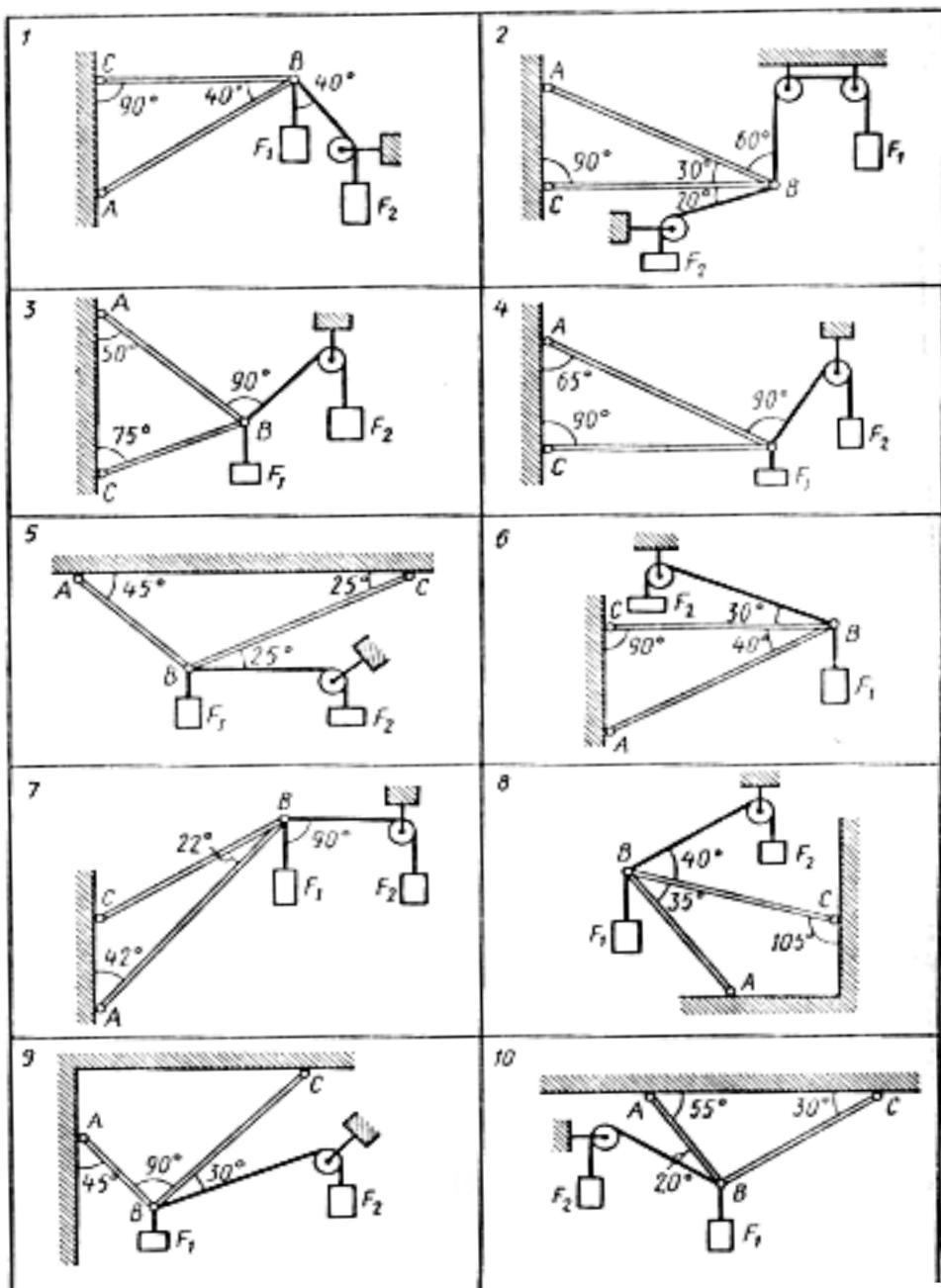
4. Выполняют проверку решения по уравнению

$$\sum Y = 0$$

Задание к расчетно-графической работе №2: Определить опорные реакции простых балок и рамы. Данные выбрать согласно своего варианта.

№ задачи и схемы из рис. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$F_1$	$F_2$
Варианты										кН	
00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	0,4	0,5
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	0,3	0,8
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	0,6	0,4
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	0,2	0,5
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	0,5	0,8
50	48	57	56	55	54	53	52	51	50	0,8	0,4
60	60	63	61	66	64	67	65	69	68	0,4	0,2
70	75	71	76	72	77	73	78	74	79	1,2	0,8
80	85	81	86	82	87	83	88	84	89	0,8	1,0
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	0,9	0,6



**Требования к оформлению отчетного материала:**

Формат выполненной работы: рабочая тетрадь. Тема задания, исходные данные из таблицы, чертеж, решение, вывод.

Форма контроля: обоснованность и четкость выполнения работы.

Контроль выполнения: сдача работы.

Ссылки на источник: [1]

Критерии оценки: предоставление отчета о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом (отчет выполняется в соответствии с требованиями к выполнению самостоятельного задания).

### **Практическая работа №3**

#### **Решение задач на определение реакций в шарнирах балочных систем**

**Количество часов на выполнение работы:** 2 час.

**Цель:** в результате выполнения работы студент должен иметь представление о видах опор балочных систем и возникающих в них реакциях. Знать формы уравнений равновесия плоской системы произвольно расположенных сил и уметь их использовать для определения реакций для балки с шарнирными опорами.

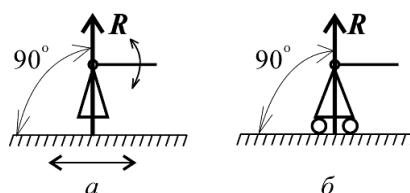
**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить величины реакций в шарнирах двух опорной балки.

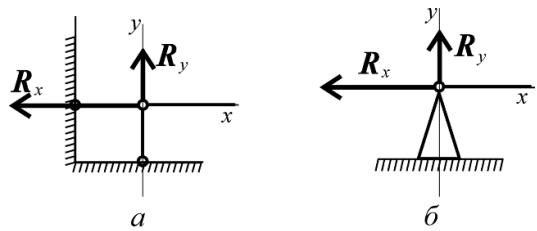
**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Рассматривается балка на двух шарнирных опорах. Шарнир допускает поворот вокруг точки закрепления.

Стержень, закрепленный на подвижном шарнире, может поворачиваться вокруг точки закрепления и перемещаться вдоль направляющей (рисунок 3.1). Реакция подвижного шарнира направлена перпендикулярно опорной поверхности.



**Рисунок 3.1**



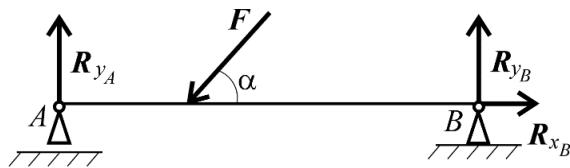
**Рисунок 3.2**

На другой опоре используется неподвижный шарнир. Здесь точка крепления перемещаться не может (рисунок 3.2). Реакция такого шарнира проходит через центр крепления, но неизвестна по направлению.

Представляем реакцию в виде двух проекций силы на оси  $X$  и  $Y$ .

## 2. Основные формулы и предпосылки расчета.

Для определения трех неизвестных реакций в опорах необходимо использовать три уравнения равновесия. Четвертое уравнение используют для проверки правильности решения.



**Рисунок 3.3**

Главный момент:

$$M_{\text{гло}} = \sum_0^n m_{k0}.$$

Условие равновесия 1:

$$\left. \begin{aligned} \sum_0^n F_{kx} &= 0 \\ \sum_0^n F_{ky} &= 0 \\ \sum_0^n m_{kA} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Проверка:

$$\sum_0^n m_{kB} = 0$$

Условие равновесия 2

$$\left. \begin{array}{l} \sum_0^n F_{kx} = 0 \\ \sum_0^n m_{kA} = 0 \\ \sum_0^n m_{kB} = 0 \end{array} \right\}$$

Проверка:

$$\sum_0^n F_{ky} = 0$$

Используем уравнения равновесия пункта 2.

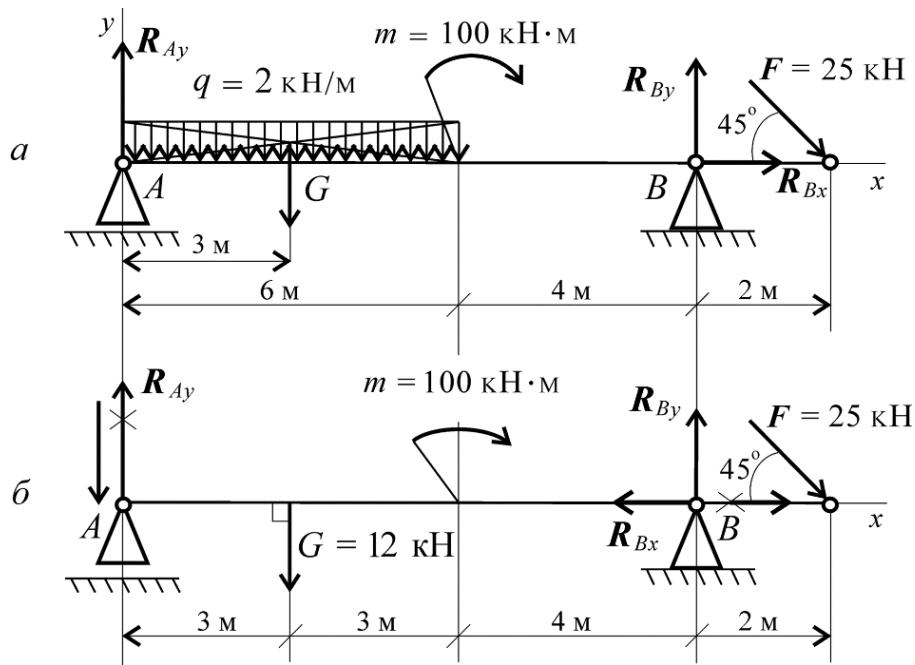
### Пример решения задачи

Двух опорная балка (рисунок 3.4) с шарнирными опорами нагружена сосредоточенной силой  $F$ , распределенной нагрузкой с интенсивностью  $q$  и парой сил с моментом  $m$ . Определить реакции в опорах  $A$  и  $B$ .

#### Решение

1. Левая опора (точка  $A$ ) - подвижный шарнир, здесь реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности.

Правая опора (точка  $B$ ) - неподвижный шарнир, здесь наносим две составляющие реакции вдоль осей координат. Ось  $O_x$  совмещаем с продольной осью балки.



*Рисунок 3.4*

2. Поскольку на схеме возникнут две неизвестные вертикальные реакции, использовать первую форму уравнений равновесия нецелесообразно.

3. Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной:

$$G = q \cdot l;$$

$$G = 2 \cdot 6 = 12 \text{ кН}.$$

Помещаем суммарную силу в середине пролета.

4. Наносим возможные реакции в опорах (направление произвольное).

5. Для решения выбираем уравнение равновесия в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^n m_{kA} = 0; \\ \sum_{k=0}^n m_{kB} = 0; \\ \sum_{k=0}^n F_{kx} = 0. \end{array} \right.$$

Проверка:

$$\sum_{k=0}^n F_{ky} = 0.$$

6. Составляем уравнения моментов относительно точек крепления:

$$\sum_0^n m_{kA} = G \cdot 3 + m - R_{By} \cdot 10 + F \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ = 0;$$

$$R_{By} \cdot 10 = G \cdot 3 + m + F \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{By} \cdot 10 = 12 \cdot 3 + 100 + 25 \cdot 12 \cdot 0,7;$$

$$R_{By} = \frac{346}{10} = 34,6 \text{ кН.}$$

Реакция направлена, верно.

$$\sum_0^n m_{kB} = R_{Ay} \cdot 10 - G \cdot 7 + m + F \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ = 0;$$

$$R_{Ay} \cdot 10 = G \cdot 7 - m - F \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ;$$

$$R_{Ay} \cdot 10 = 12 \cdot 7 - 100 - 50 \cdot 0,7;$$

$$R_{Ay} = -\frac{51}{10} = -5,1 \text{ кН.}$$

Реакция отрицательная, следовательно,  $R_{Ay}$  нужно направить в противоположную сторону.

7. Используя уравнение проекций, получим:

$$\sum_0^n F_{kx} = R_{Bx} + F \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$R_{Bx} = -F \cdot \cos 45^\circ;$$

$$R_{Bx} = -17,5 \text{ кН.}$$

где  $R_{Bx}$  - горизонтальная реакция в опоре  $B$ .

Реакция отрицательна, следовательно, на схеме ее направление будет противоположно выбранному.

8. Проверка правильности решения. Для этого используем четвертое уравнение равновесия

$$\sum_0^n F_{ky} = -R_{Ay} - G + R_{By} - F \cdot \cos 45^\circ = 0.$$

Подставим полученные значения реакций.

Если условие выполнено, решение верно:

$$-5,1 - 12 + 34,6 - 25 \cdot 0,7 = 0.$$

**Задание.** Определить величины реакций для балки с шарнирными опорами рисунок 3.5, таблица 3.1. Провести проверку правильности решения.

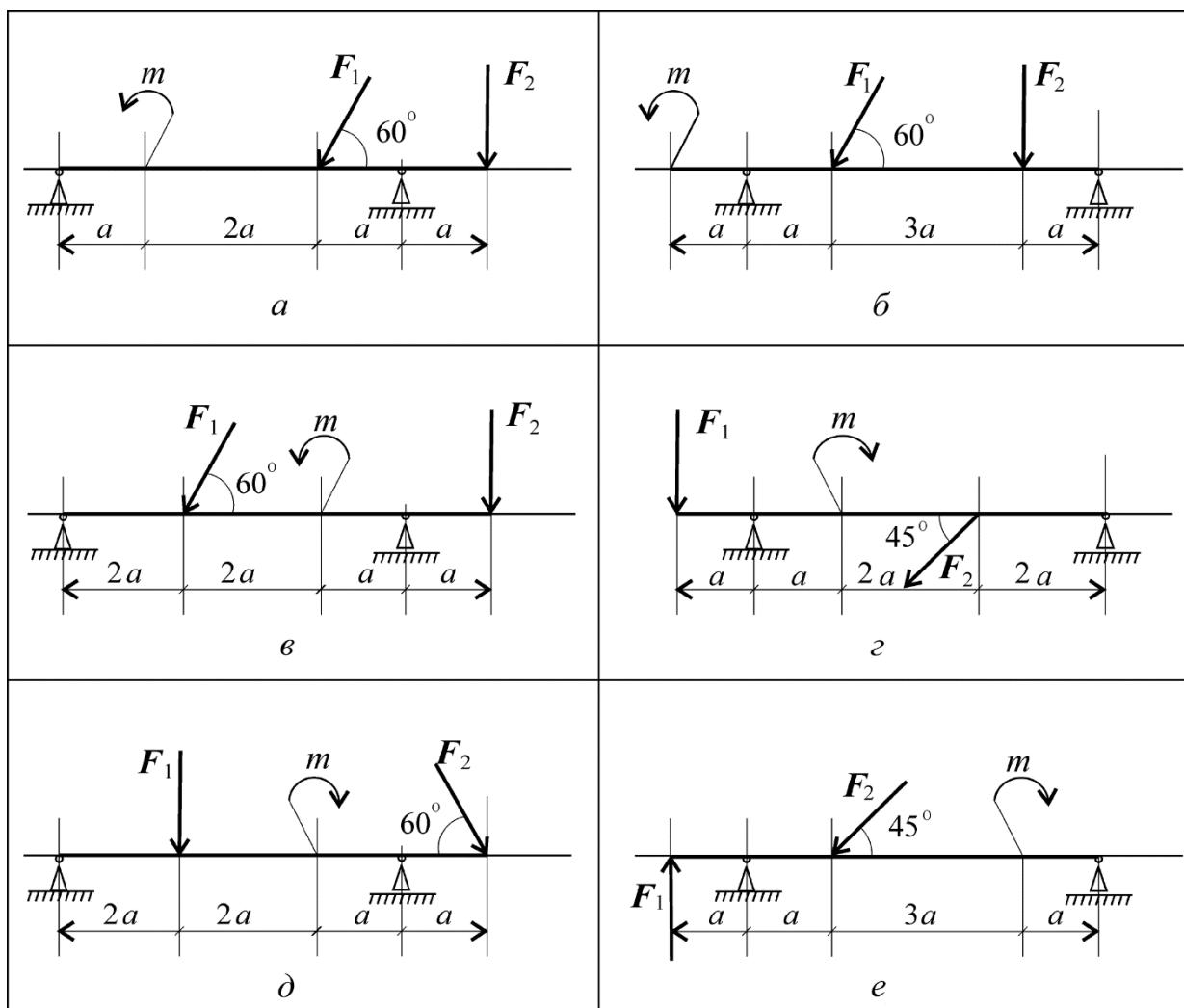


Рисунок 3.5

Таблица 3.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$F_2$ , кН	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5
$m$ , кН · м	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$a$ , м	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №4

### Решение задач на определение реакций жестко защемленных балок

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

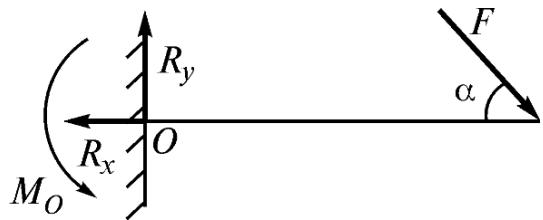
**Цель:** в результате выполнения работы студент должен иметь представление о видах опор балочных систем и возникающих в них реакциях. Знать формы уравнений равновесия плоской системы произвольно расположенных сил и уметь их использовать для определения неизвестных реакций в опорах. Уметь выполнять проверку правильности решения.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить величины реакций в заделке одноопорной балки по варианту. Проверить правильность решения.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Крепление балки - защемление или «заделка» (рисунок 4.1).



*Рисунок 4.1*

Любые перемещения точки крепления невозможны. Под действием внешних сил в опоре возникает реактивная сила и реактивный момент. Реактивную силу принято представлять в виде проекций на оси  $X$  и  $Y$ . Для определения неизвестных сил и момента принято использовать систему уравнений равновесия. Для контроля правильности решения используют дополнительное уравнение равновесия.

2. Основные формулы и предпосылки расчета.

*Условия равновесия системы сил:*

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0, \end{cases}$$

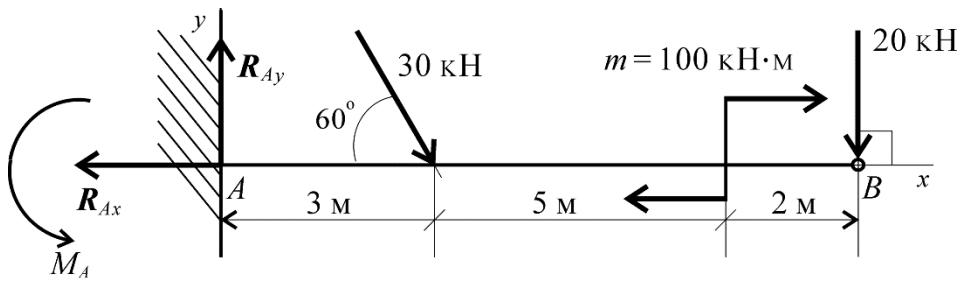
где  $F_{\text{гл}}$  - главный (суммарный) вектор системы сил;  
 $M_{\text{гл}0}$  - суммарный момент системы сил относительно точки О.

$$M_{\text{гл}0} = \sum_0^n m_0(F_k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum_0^n m_A(F_k) = 0; \\ \sum_0^n m_B(F_k) = 0. \end{cases}$$

где  $A$  и  $B$  - разные точки приведения.

**Пример решения задачи.**

Одноопорная (защемленная) балка (рисунок 4.2) нагружена сосредоточенными силами и моментом пары сил. Определить реакции заделки.



**Рисунок 4.2**

### Решение

1. В заделке может возникнуть реакция, представляемая двумя составляющими ( $R_{Ay}$ ;  $R_{Ax}$ ), и реактивный момент  $M_A$ . Наносим на схему балки возможные направления реакций.

*Замечание.* Если направления выбраны неверно, при расчетах получим отрицательные значения реакций. В этом случае реакции на схеме следует направить в противоположную сторону, не повторяя расчета.

В силу малой высоты считают, что все точки балки находятся на одной прямой; все три неизвестные реакции приложены в одной точке. Для решения удобно использовать систему уравнений равновесия в первой форме. Каждое уравнение будет содержать одну неизвестную.

2. Используем систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum_0^n m_{kA} = 0; \end{cases}$$

$$\sum_0^n F_{kx} = -R_{Ax} + 30 \cdot \cos 60^\circ + 20 \cdot \cos 90^\circ = 0;$$

$$R_{Ax} = 30 \cdot \cos 60^\circ + 20 \cdot \cos 90^\circ = 30 \cdot 0,5 = 15 \text{ кН};$$

$$\sum_0^n F_{ky} = R_{Ay} - 30 \cdot \cos 30^\circ + 20 \cdot \cos 0^\circ = 0;$$

$$R_{Ay} = 30 \cdot \cos 30^\circ + 20 \cdot \cos 0^\circ = 30 \cdot 0,866 + 20 \cdot 1 = 45,98 \text{ кН};$$

$$\sum_0^n m_{kA} = -M_A + 30 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ + 100 + 20 \cdot 10 = 0;$$

$$M_A = 30 \cdot 3 \cdot 0,866 + 100 + 20 \cdot 10 = 377,94 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Знаки полученных реакций (+), следовательно, направления реакций выбраны, верно.

3. Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов относительно точки  $B$ :

$$\sum_0^n m_{kB} = -M_A + R_{Ay} \cdot 10 - 30 \cdot 7 \cdot \sin 60^\circ + 100 = 0.$$

Подставляем значения полученных реакций:

$$-377,94 + 45,98 \cdot 10 - 210 \cdot 0,866 + 100 = 0;$$

$$-559,8 + 559,8 = 0.$$

Решение выполнено верно.

**Задание.** Определить величины реакций в опоре защемленной балки рисунок 4.3, таблица 4.1. Провести проверку правильности решения.

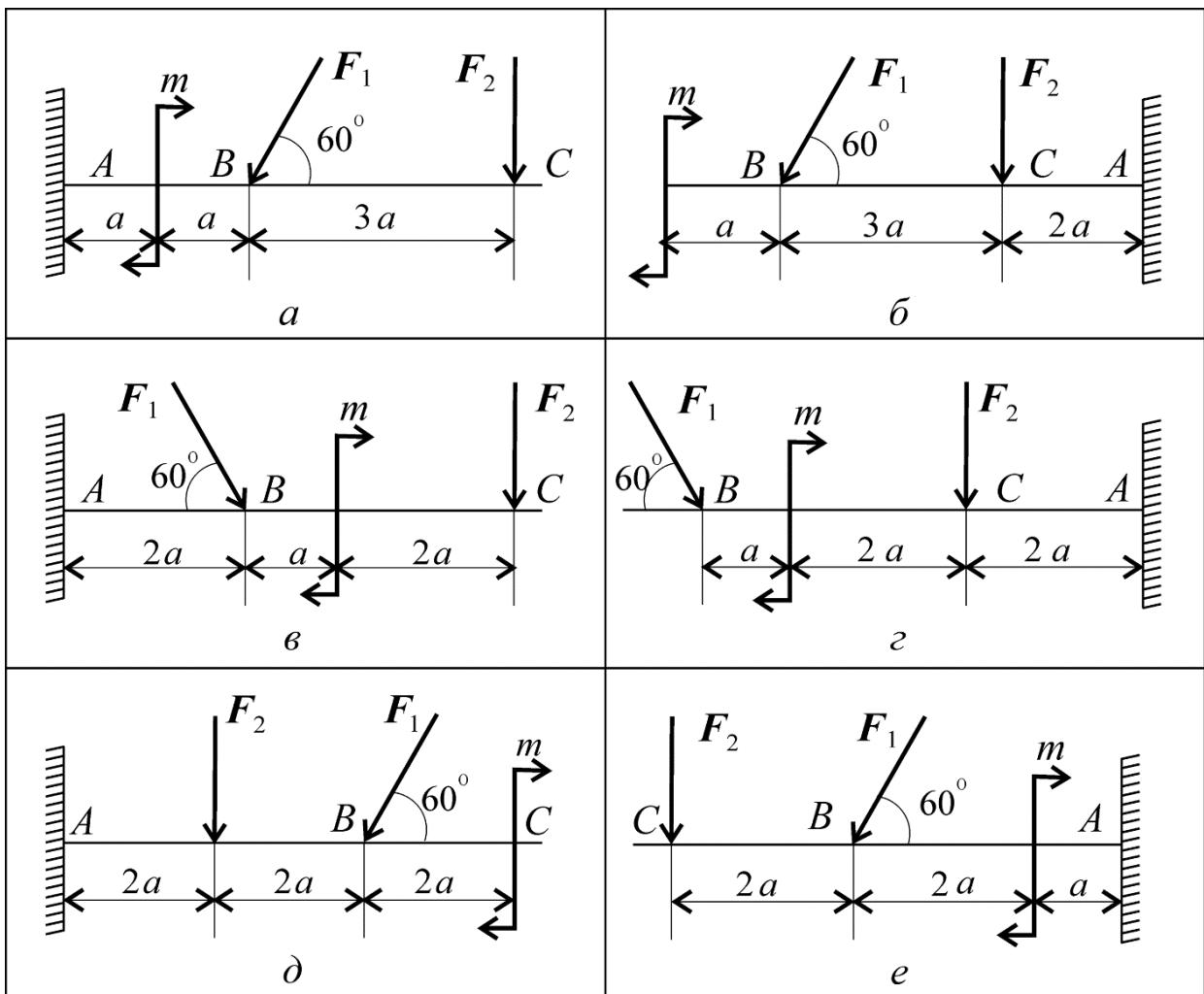


Рисунок 4.3

Таблица 4.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$F_2$ , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
$m$ , кН · м	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$a$ , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая (лабораторная) работа №5**

### **Решение задач на проверку законов трения**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** Изучение законов трения.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Изучить изложенный материал, сделать краткий конспект. Определить силу трения.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

#### **1. Понятие трения**

Как известно, в природе не существует абсолютно гладких и абсолютно твердых тел, поэтому при перемещении одного тела по поверхности другого возникает сопротивление, которое называется трением.

*Трение* – явление сопротивления относительному перемещению, возникающее между двумя телами в зонах соприкосновения поверхностей по касательной к ним.

Трение – явление чрезвычайно распространенное в природе и имеющее большое значение. При этом оно может выполнять и полезные, и вредные функции. На трении основана работа фрикционных и ременных передач, муфт, наклонных транспортеров, прокатных станов, тормозных устройств и т. п.

Трение обеспечивает сцепление тел с земной поверхностью и, следовательно, работу машин, тракторов и другой транспортной самоходной техники. При отсутствии трения мы не могли бы ходить по земле, поскольку наши ноги скользили бы и разъезжались в разные стороны, как у неумелого конькобежца на гладком льду.

Наряду с полезными свойствами, трение является во многих устройствах и механизмах вредным сопротивлением, которое отнимает львиную долю мощности и энергии у машин. Для уменьшения трения в механизмах конструкторам приходится применять различные приемы и способы, чтобы снизить непродуктивные потери энергии.

Трение классифицируют по характеру движения, в результате которого оно возникает. Различают *трение покоя*, *трение скольжения*, *трение качения* и *трение качения с проскальзыванием*. Очевидно, что последний из перечисленных видов трения является комбинацией трения скольжения и трения качения.

*Трением покоя* называется трение двух тел при начальном (бесконечно малом) относительном перемещении в момент перехода от

состояния покоя к состоянию относительного движения. Это явление можно объяснить шероховатостью поверхностей соприкасающихся тел, а также их деформацией, вызванной взаимным давлением друг на друга. Кроме того, при таком взаимном давлении (контакте) между телами, на их поверхностях возникают силы молекулярного сцепления. Для того, чтобы начать взаимное перемещение тел, необходимо преодолеть все эти факторы, обуславливающие трение покоя.

*Трением движения называется трение двух тел, находящихся в относительном движении. Рассмотрим основные виды трения в зависимости от характера относительного движения тел.*

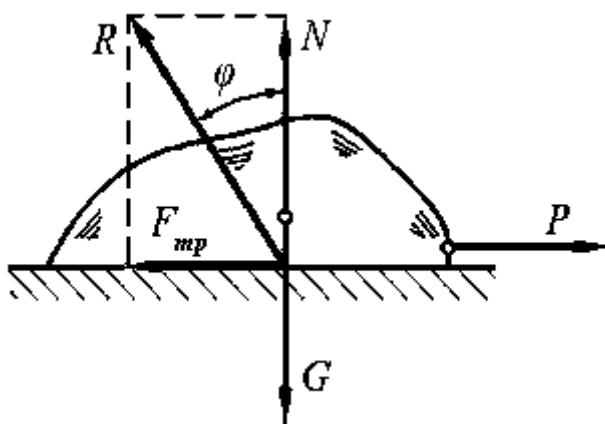
## 2. Трение скольжения

*Трением скольжения называется трение движения, при котором скорости тел в точке касания различны по значению и (или) направлению.*

Трение скольжения, как и трение покоя, обусловлено, прежде всего, шероховатостью и деформацией поверхностей, а также наличием молекулярного сцепления прижатых друг к другу тел. Трение скольжения сопровождается изнашиванием, т. е. отделением или остаточной деформацией материала, а также нагревом трущихся поверхностей тел (остаточной называется деформация, не исчезающая после прекращения действия внешних сил). Трение характеризуется силой трения.

*Сила трения есть сила сопротивления относительному перемещению двух тел при трении.*

Рассмотрим тело, лежащее на горизонтальной шероховатой плоскости (см. рисунок 5.1).



*Рисунок 5.1*

Сила тяжести  $G$  уравновешивается нормальной реакцией плоской поверхности  $N$ . Если к телу приложить небольшую движущую силу  $P$ , то оно не придет в движение, так как эта сила будет уравновешиваться силой трения  $F_{\text{тр}}$ , которая является, таким образом, составляющей реакции

опорной плоскости, направленной вдоль плоскости в противоположную перемещению сторону.

Если постепенно увеличивать сдвигающую силу  $P$ , то до определенного ее значения тело будет оставаться в покое, а затем придет в движение.

Очевидно, что сила трения в состоянии покоя может изменяться в зависимости от степени микросмещения может изменяться от нуля до какого-то максимального значения  $F_{\text{тр}}^{\max}$ , причем в промежутке между нулем и максимальным значением сила трения  $F_{\text{тр}}$  по модулю всегда равна сдвигающей силе  $P$ .

Максимальное значение сила трения покоя имеет в момент начала относительного движения. Это значение называется наибольшей силой трения покоя или просто силой трения покоя.

Сила трения всегда направлена в сторону, противоположную направлению относительного движения тела.

В XVIII веке французские ученые *Гийом Атонтон* (1663-1705), а затем *Шарль Огюстен Кулон* (1736-1806) провели фундаментальные исследования в области трения, и на основе их сформулировали три основных закона трения скольжения, которые обычно называют законами Кулона.

### **1-й закон Кулона**

*Сила трения не зависит от величины площади труящихся поверхностей.*

Первый закон можно объяснить с помощью следующих умозаключений. Если площадь труящихся поверхностей увеличится, то увеличится и количество сцепляющихся неровностей, но уменьшится давление на опорную поверхность, которое обратно пропорционально площади контакта тел. Поэтому сопротивление относительному перемещению останется прежним.

### **2-й закон Кулона**

*Максимальная сила трения прямо пропорциональна нормальной составляющей внешних сил, действующих на поверхности тела.*

Второй закон Кулона говорит о том, что если увеличится нормальная составляющая внешних сил, действующих на поверхности тела (иначе говоря, увеличится сила нормального давления или реакции), то во столько же раз возрастет максимальная сила трения.

Поскольку зависимость эта прямо пропорциональная, можно выделить коэффициент, характеризующий ее пропорциональность. Этот коэффициент называется *коэффициентом трения скольжения*, и определяется он, как отношение силы трения  $F_{\text{тр}}$  к нормальной составляющей  $N$  внешних сил, действующих на поверхности тела. Обозначается коэффициент трения скольжения  $f$ .

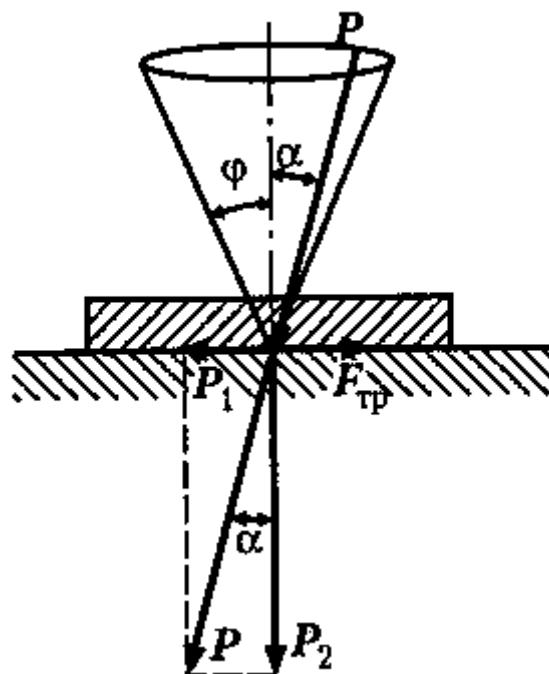
При наибольшей силе трения покоя коэффициент трения называют *коэффициентом сцепления*.

Таким образом,

$$f = F_{\text{тр}}/N \quad \text{или} \quad F_{\text{тр}} = f \cdot N.$$

В результате второй закон трения скольжения можно сформулировать так: *сила трения равна коэффициенту трения скольжения, умноженному на силу нормального давления или реакции*.

Очевидно, что коэффициент трения скольжения — величина безразмерная.



*Рисунок 5.2*

Нормальная реакция  $N$  опорной поверхности и сила трения  $F_{\text{тр}}$  дают равнодействующую  $R$ , которая называется полной реакцией опорной поверхности (см. рисунок 5.2).

$$R = N + F_{\text{тр}}.$$

Полная реакция  $R$  составляет с нормалью к опорной поверхности некоторый угол. Максимальное значение этого угла (достигает в момент начала относительного движения) называется углом трения и обозначается  $\varphi$ .

Из рисунка 5.2 очевидно, что

$$f = tg\varphi,$$

т. е. коэффициент трения скольжения равен тангенсу угла трения.

Если коэффициент трения скольжения одинаков для всех направлений движения, то множество (геометрическое место) полных реакций образует круговой конус, который называется *конусом трения* (см. рисунок 5.2).

Если для разных направлений движения коэффициент трения неодинаков (например, при скольжении по дереву вдоль волокон и поперек волокон), то конус трения будет некруговым (несимметричным).

Свойство конуса трения заключается в том, что для равновесия тела, лежащего на шероховатой поверхности, равнодействующая приложенных к нему активных сил должна проходить внутри конуса трения.

Действительно, если равнодействующую  $P$  активных сил, приложенных к телу, разложить на составляющие  $P_1$  (движущая сила) и  $P_2$  (сила нормального давления), то

$$P_1 = P_2 \cdot tg\alpha.$$

По второму закону трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = f \cdot P_2 = P_2 \cdot tg\varphi.$$

Следовательно, при  $\alpha < \varphi$  будет  $P_1 < F_{\text{тр}}$  и движение окажется невозможным.

### 3-й закон Кулона

Сила трения зависит от материала тел, состояния труящихся поверхностей и рода смазки.

Согласно третьему закону трения скольжения, коэффициент трения скольжения зависит от материалов труящихся тел, качества обработки их поверхности (степени шероховатости), рода и температуры смазки. В зависимости от наличия между сопрягаемыми поверхностями слоя смазки трение подразделяется на два вида: трение без смазочного материала (сухое трение) и трение в условиях смазки.

Коэффициент трения скольжения определяют опытным путем; значения его для различных условий приведены в справочниках. Примеры коэффициентов трения для некоторых материалов приведены ниже.

Металл по металлу без смазки ..... 0,15...0,30

То же, со смазкой ..... 0,10...0,18

Дерево по дереву без смазки ..... 0,40...0,60

Кожа по чугуну без смазки ..... 0,30...0,50

То же, со смазкой ..... 0,15

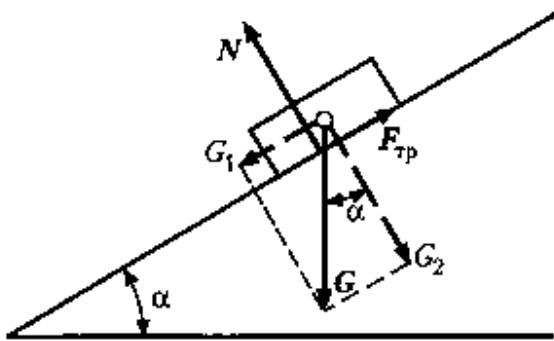
Сталь по льду ..... 0,02

Коэффициент трения скольжения при движении обычно меньше, чем при покое, и в первом приближении не зависит от скорости относительного перемещения тел.

Методы решения задач статики при наличии трения остаются такими же, как и при отсутствии его, причем в уравнения равновесия обычно вводят максимальные значения сил трения.

### 3. Трение на наклонной поверхности

Рассмотрим тело, лежащее на шероховатой наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha$  с горизонтальной плоскостью (см. рисунок 5.3).



*Рисунок 5.2*

Разложим силу тяжести тела  $G$  на составляющие  $G_1$  и  $G_2$ , параллельную и перпендикулярную наклонной плоскости. Модули этих составляющих определим, используя тригонометрические зависимости:

$$G_1 = G \cdot \sin\alpha; \quad G_2 = G \cdot \cos\alpha.$$

Составляющая  $G_1$  стремится сдвинуть тело вдоль наклонной плоскости. Полностью или частично эта составляющая уравновешивается силой трения; согласно второму закону трения скольжения, ее максимальное значение равно:

$$F_{tp} = f \cdot N = f \cdot G \cdot \cos\alpha,$$

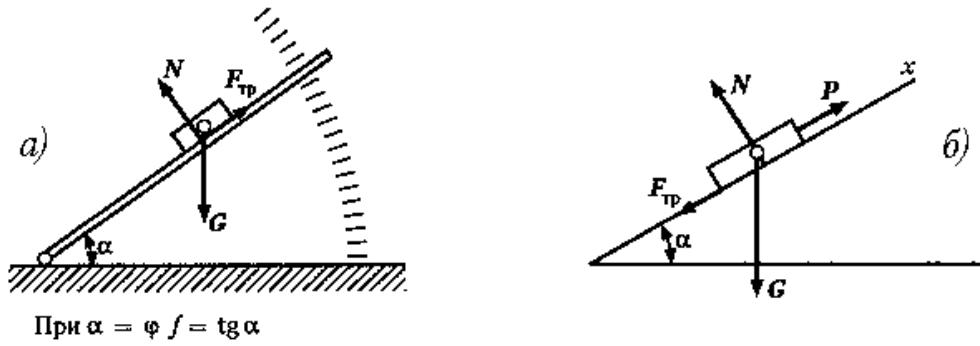
где  $f$  – коэффициент трения скольжения тела по наклонной плоскости.

Для того, чтобы тело, лежащее на наклонной плоскости, находилось в равновесии, движущая сила  $G_1$  должна быть по модулю равна силе трения  $F_{\text{тр}}$ , т. е.

$$G \cdot \sin \alpha = f \cdot G \cdot \cos \alpha \quad \text{или} \quad \tan \alpha = f = \tan \varphi, \quad \text{откуда следует, что } \alpha = \varphi.$$

Если угол, который наклонная плоскость составляет с горизонтом, будет равен углу трения, то тело, лежащее на наклонной плоскости, будет под действием собственной силы тяжести либо равномерно скользить вниз, либо находиться в состоянии покоя (что, собственно, одно и то же).

Для того, чтобы тело, лежащее на наклонной плоскости, заведомо не скользило вниз под действием собственной силы тяжести, должно быть соблюдено условие  $\alpha < \varphi$ .



*Рисунок 5.4*

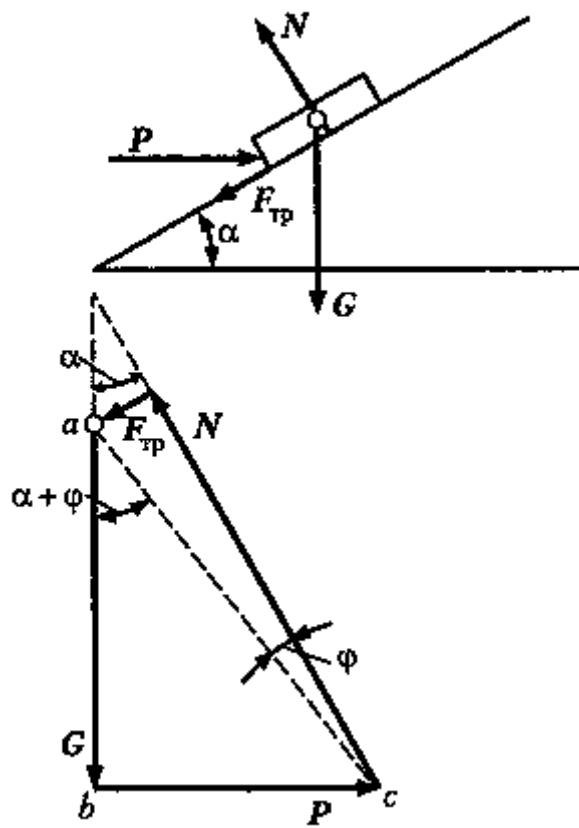
Наклонной плоскостью с переменным углом наклона к горизонту пользуются для экспериментального определения угла трения  $\varphi$  и коэффициента трения  $f$  (см. рисунок 5.4а).

Определим модуль силы  $P$ , параллельной наклонной плоскости, в случае равномерного перемещения тела вверх по шероховатой наклонной плоскости (см. рисунок 5.4б). Спроецируем силы, действующие на тело, на ось  $x$ . Составим уравнение равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad P - G \cdot \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0.$$

Так как  $F_{\text{тр}} = f \cdot G \cdot \cos \alpha$ , то  $P = G \cdot \cos \alpha + f \cdot G \cdot \cos \alpha$  или после преобразований:  $P = G \cdot (\tan \alpha + f)$ .

Определим модуль горизонтальной силы  $P$ , которую надо приложить к телу для равномерного перемещения его вверх по шероховатой наклонной плоскости (см. рисунок 5.5).



*Рисунок 5.5*

Применим геометрическое условие равновесия плоской системы сил (размерами тела пренебрегаем) и построим замкнутый силовой многоугольник, соответствующий уравнению равновесия:

$$G + P + N + F_{tp} = 0.$$

Из треугольника  $abc$  имеем:  $P = G \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$ .

Этот случай движения имеет место при взаимном перемещении винта и гайки с прямоугольной резьбой, так как резьбу винта можно рассматривать как наклонную плоскость, угол наклона которой равен углу подъема винтовой линии.

Трение в резьбе, имеющей треугольный или трапециoidalный профиль, подобно трению в клинчатом ползуне. Поэтому рассмотрим клинчатый ползун с углом заострения  $2\beta$ , нагруженный вертикальной силой  $Q$  (см. рисунок 5.6). Определим силу  $P$ , необходимую для равномерного перемещения ползуна вдоль горизонтальных направляющих, если коэффициент трения скольжения равен  $f$ .

Составим два уравнения равновесия ползуна:

$$\sum F_{kx} = 0; \quad P - 2 \cdot F_{tp} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; \quad 2 \cdot N \cdot \sin\beta - Q = 0;$$

где  $F_{tp}$  – сила трения на каждой грани ползуна;  
 $N$  – нормальная реакция направляющей.

Решая эту систему уравнений и учитывая, что  $F_{tp} = f \cdot N$ , получим:

$$P = (f / \sin\beta) \cdot Q = f' \cdot Q,$$

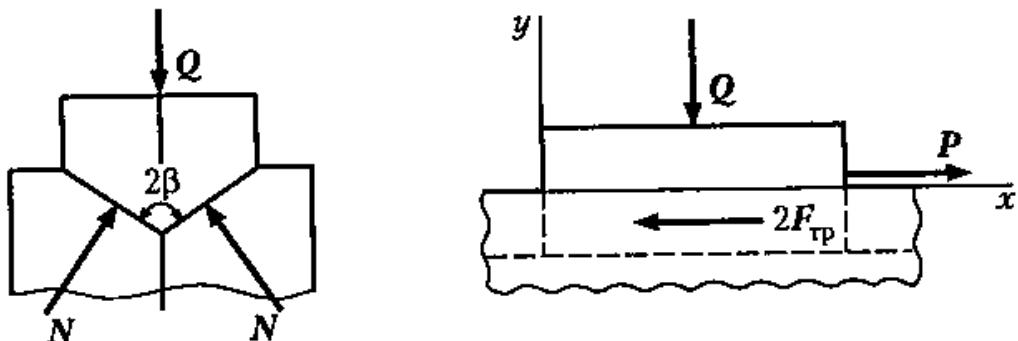
где  $f' = f / \sin\beta$  – приведенный коэффициент трения.

Соответствующий этому приведенному коэффициенту угол трения обозначим  $\varphi'$  и назовем *приведенным углом трения*, тогда:

$$f' = \tan\varphi'.$$

Очевидно, что  $f' > f$ , следовательно, при прочих равных условиях трение в клинчатом ползуне больше трения на плоскости.

Понятие приведенного коэффициента трения условно, так как он изменяется в зависимости от угла заострения клинчатого ползуна.



*Рисунок 5.6*

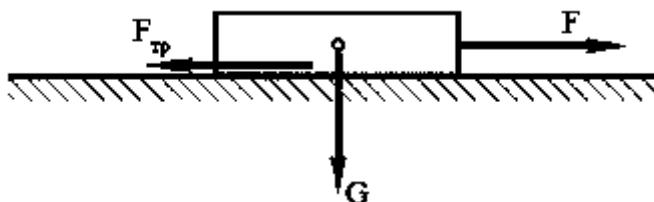
По аналогии с движением тела вверх по наклонной плоскости под действием горизонтальной силы для равномерного перемещения клинчатого ползуна по направляющим, наклоненным к горизонту под углом  $\alpha$ , нужно приложить горизонтальную силу равную

$$P = Q \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \varphi').$$

Трение в крепежной метрической резьбе подобно трению клинчатого ползуна с углом заострения  $2\beta = 120^\circ$ , для трапецидальной резьбы угол  $2\beta = 150^\circ$ .

С трением связано понятие угла естественного откоса - наибольшим углом между наклонной плоскостью и горизонтом, при котором сыпучее тело удерживает свои частицы на поверхности, без их движения (осыпания) вниз. Угол естественного откоса сыпучего тела равен углу трения между его частицами. Этот угол приходится принимать во внимание, например, при различных земляных работах на уклонах и скатах.

**Пример.** Определить силу  $F$ , необходимую для равномерного перемещения бруса по горизонтальной шероховатой поверхности (см. рисунок 5.7). Коэффициент трения между бруском и поверхностью  $f = 0,6$ . Масса бруса  $m = 12$  кг. Ускорение свободного падения  $g$  принять равным  $10$  м/сек $^2$ .



*Рисунок 5.7*

**Решение:**

Эта задача решается с использованием законов движения тел под действием сил трения скольжения.

Для того, чтобы тело равномерно перемещалось по поверхности без ускорения, сила трения должна быть равна силе тяги (т. е. искомой силе  $F$ ):

$$F = F_{\text{тр}}.$$

Поскольку поверхность горизонтальная, сила трения равна весу тела, умноженному на коэффициент трения:

$$F_{\text{тр}} = f \cdot G, \quad \text{где: } G = m \cdot g - \text{вес тела.}$$

Тогда:

$$F = F_{\text{тр}} = f \cdot G = 0,6 \cdot 12 \cdot 10 = 72 \text{ Н.}$$

**Задание.** Определить силу  $F$ , необходимую для равномерного перемещения бруса по горизонтальной шероховатой поверхности (см. рисунок 5.7). Коэффициент трения между бруском и поверхностью и массу бруса взять из таблицы 5.1. Ускорение свободного падения  $g$  принять равным 10 м/сек<sup>2</sup>.

Таблица 5.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Коэффициент трения,</b>	0,6	0,7	0,8	0,5	0,7	0,8	0,6	0,75	0,55	0,65
<b><math>m</math>, кг</b>	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №6

### Решение задач на определение момента силы относительно оси пространственной системы произвольно расположенных сил

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** определение опорных реакций пространственно-нагруженного вала.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить величины опорных реакций пространственно-нагруженного вала. Проверить правильность решения.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Система, линии действия сил которой расположены в пространстве, называется пространственной. Если линии действия сил пересекаются в одной точке, то такая система будет сходящейся. Но большинство пространственных систем являются системами произвольно расположенных сил.

Известно, что все силы, которые действуют на тело можно привести к одной точке, при этом вместо сил имеем эквивалентную систему сил, которая состоит из главного вектора и главного момента (пара сил).

Существует четыре случая приведения системы сил к одному центру:

- а)  $F'_{\text{гл}} \neq 0$  и  $M_{\text{гл}} \neq 0$  - при приведении получается сила и пара;
- б)  $F'_{\text{гл}} \neq 0$  и  $M_{\text{гл}} = 0$  - при приведении получается только сила, т.е. главный момент равен равнодействующей;
- в)  $F'_{\text{гл}} = 0$  и  $M_{\text{гл}} \neq 0$  - при приведении получается только пара;
- г)  $F'_{\text{гл}} = 0$  и  $M_{\text{гл}} = 0$  - равновесие тела.

То есть для равновесия произвольной пространственной силы необходимо и достаточно, чтобы главный вектор и главный момент одновременно были равны нулю.

Можно составить шесть уравнений равновесия для пространственной системы сил.

$$\sum_{n=0}^n F_{nx} = 0$$

$$\sum_{n=0}^n F_{ny} = 0$$

$$\sum_{n=0}^n F_{nz} = 0$$

$$\sum_{n=0}^n m_x = 0$$

$$\sum_{n=0}^n m_y = 0$$

$$\sum_{n=0}^n m_z = 0$$

## 2. Алгоритм решения задачи

1. По предложенному варианту, составить расчетную схему вала.
2. Составить уравнение равновесия вокруг неподвижной оси z, определить силы  $F_2$  и  $F_{r2}$ .
3. Составить четыре уравнения равновесия

$$\sum_0^n m_x = 0$$

$$\sum_0^n m_y = 0$$

$$\sum_0^n m_{x1} = 0$$

$$\sum_0^n m_{y1} = 0$$

Из них определить реакции опор.

4. Выполнить проверку правильности решения, составив еще два уравнения равновесия:

$$\sum_0^n F_{nx} = 0$$

$$\sum_0^n F_{nz} = 0$$

**Пример решения задачи.** На вал (рисунок 6.1, а) жестко насажены шкив 1 и колесо 2. Определить силы  $F_2$  и  $F_{r2}$ , а также реакции опор  $A$  и  $B$  если  $F_1 = 100$  Н. При расчете принять  $F_{r2} = 0,4F_2$ .

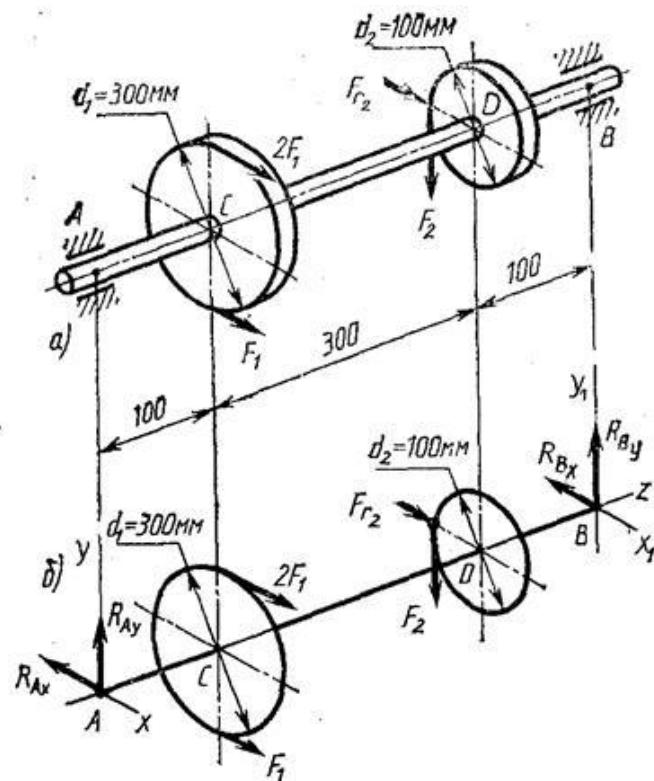


Рисунок 6.1

**Решение.** Изображаем вал с всеми действующими на него силами, а также оси координат. (рисунок 6.1, б)

Определяем  $F_2$  и  $F_{r2}$ . Из условия равновесия тела, имеющего неподвижную ось

$$F_1 \cdot \frac{d_1}{2} - F_2 \cdot \frac{d_2}{2} = 0$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot d_1}{d_2} = \frac{100 \cdot 0,3}{0,1} = 300 \text{ Н}$$

$$F_{r2} = 0,4F_2 = 0,4 \cdot 300 = 120 \text{ Н}$$

Составляем четыре уравнения равновесия для определения четырех реакций в опорах

$$\sum_{x=0}^n m_x = 0 \quad -R_{BY} \cdot AB + F_2 \cdot AD = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{y=0}^n m_y = 0 \quad -3F_1 \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_{BX} \cdot AB = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{x1=0}^n m_{x1} = 0 \quad -R_{AY} \cdot AB - F_2 \cdot DB = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{y1=0}^n m_{y1} = 0 \quad R_{AX} \cdot AB - 3F_1 \cdot CB + F_{r2} \cdot DB = 0 \quad (4)$$

Из уравнений равновесии определяем реакции опор

$$\text{Из (1)} \quad R_{BY} = \frac{F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{300 \cdot 0,4}{0,5} = 240 \text{ H}$$

$$\text{Из (2)} \quad R_{BX} = \frac{3F_1 \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 0,1 + 120 \cdot 0,4}{0,5} = 156 \text{ H}$$

$$\text{Из (3)} \quad R_{AY} = \frac{F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{300 \cdot 0,1}{0,5} = 60 \text{ H}$$

Из (4)

$$R_{AX} = \frac{3F_1 \cdot CB + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 0,4 + 120 \cdot 0,1}{0,5} = 264 \text{ Н}$$

Для проверки правильности решения составляем еще два уравнения равновесия

$$\sum_0^n F_{nx} = 0 \quad 3F_1 + F_{r2} - R_{AX} - R_{BX} = 0$$

$$3 \cdot 100 + 120 - 264 - 156 = 0$$

$$0 = 0$$

Реакции  $R_{AX}$  и  $R_{BX}$  найдены, верно.

$$\sum_0^n F_{nz} = 0 \quad R_{AY} - F_2 + R_{BY} = 0$$

$$60 - 300 + 240 = 0$$

$$0 = 0$$

Реакции  $R_{AY}$  и  $R_{BY}$  найдены, верно.

**Задание.** На вал жестко насажены шкив и колесо, нагруженные как показано на рисунке 6.2. Определить силы  $F_2$  и  $F_{r2}$ , а также реакции опор, если значение  $F_1$  известно. Данные для своего варианта взять в таблице 6.1.

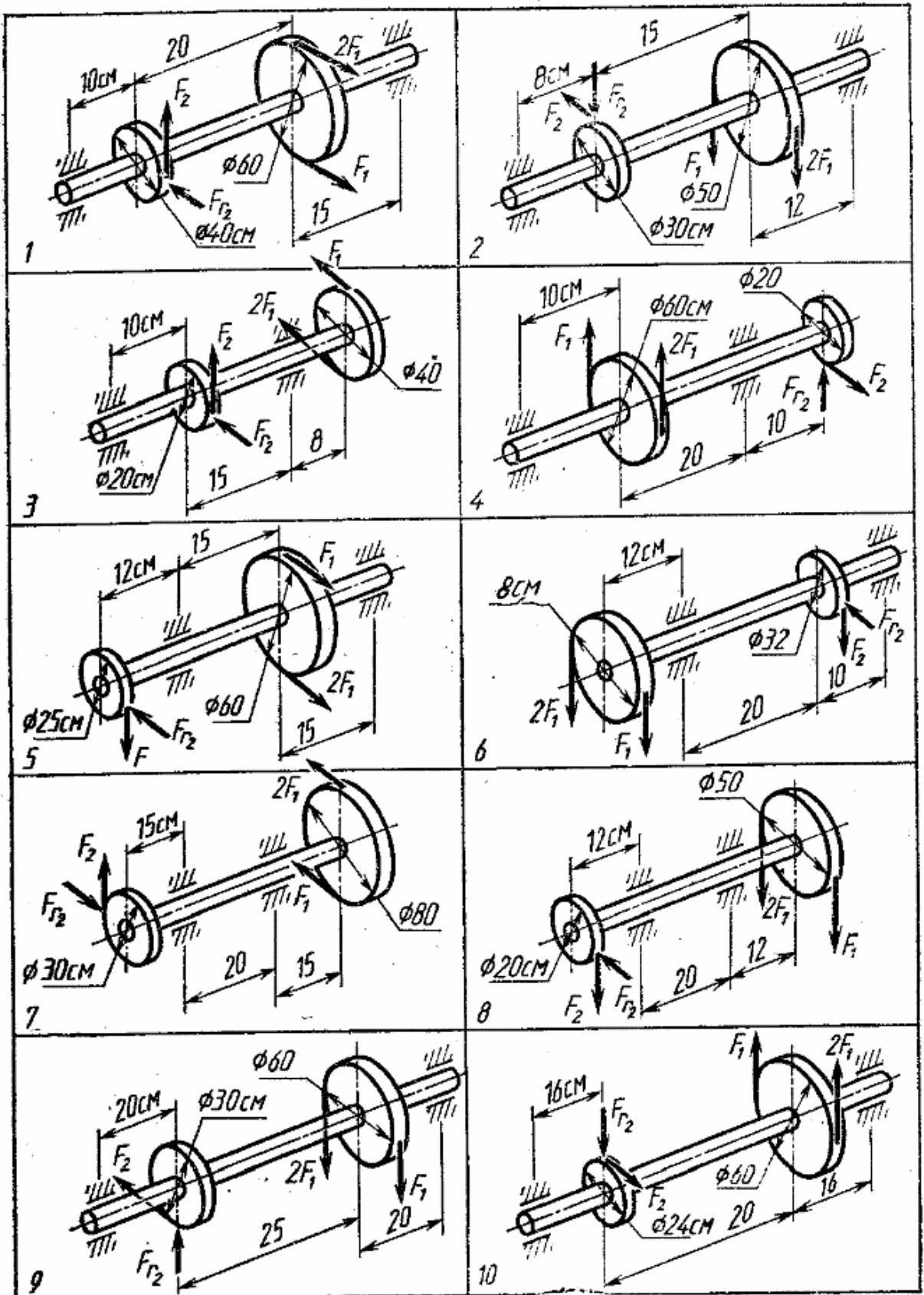


Рисунок 6.2

Таблица 6.1 – Исходные данные

Вариант	Схема	$F_1, \text{Н}$	Вариант	Схема	$F_1, \text{Н}$
1	1	1050	16	6	280
2	1	667	17	6	595
3	1	834	18	6	1000
4	2	1670	19	7	1140
5	2	1250	20	7	500
6	2	2200	21	7	3620
7	3	825	22	8	400
8	3	850	23	8	1600
9	3	720	24	8	1810
10	4	750	25	9	1315
11	4	1900	26	9	2380
12	4	1780	27	9	3240
13	5	3650	28	10	590
14	5	3400	29	10	1000
15	5	2320	30	10	1200

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №7

### Определение центра тяжести плоских фигур и сечений, составленных из стандартных прокатных профилей

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** в результате выполнения работы студент должен знать методы определения центра тяжести тела и формулы для определения положения центра тяжести плоских фигур. Уметь определять положение центра тяжести сложных геометрических фигур и фигур, составленных из стандартных профилей.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить положение центра тяжести сечений, составленных из стандартных профилей.

## **Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Сила тяжести - равнодействующая сил притяжения к земле, распределенных по всему, объему тела. Силы притяжения образуют систему сил, линии действия которых сходятся к центру Земли.

Положение центра тяжести (точки приложения силы тяжести) необходимо знать для целого ряда расчетов механики и сопротивления материалов. Формулы для определения положения центра тяжести тела определены с помощью теоремы Вариньона о моменте равнодействующей системы параллельных сил.

Центр тяжести симметричных фигур находится *на оси симметрии*.

При решении задач используют следующие методы:

- метод симметрии;
- метод разделения;
- метод отрицательных площадей.

2. Основные расчетные формулы и предпосылки расчета.

Очень часто приходится определять центр тяжести различных плоских тел и геометрических плоских фигур сложной формы.

*Координаты центров тяжести сложных и составных сечений*

$$x_c = \frac{\sum_0^n A_k \cdot x_k}{A};$$

$$y_c = \frac{\sum_0^n A_k \cdot y_k}{A},$$

где  $A_k$  - площади частей сечения;

$x_k, y_k$  - координаты центра тяжести (ЦТ) частей сечения;

$A$  - суммарная площадь сечения,  $A = \sum_0^n A_k$ .

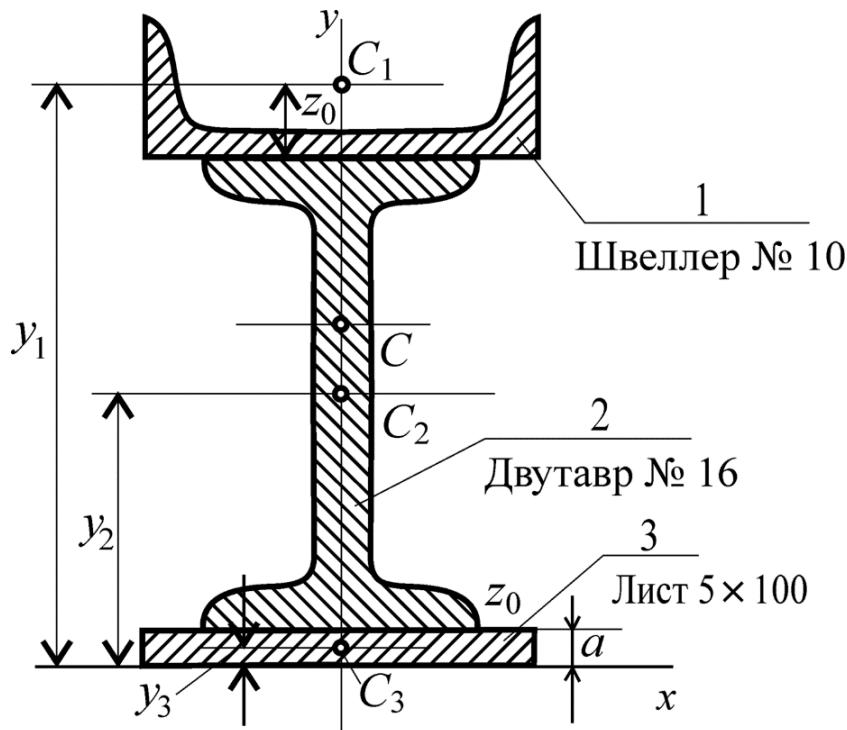
Выражение  $\sum_0^n A_k \cdot x_k$  называют статическим моментом площади ( $S_y$ ).

### **Пример решения задачи.**

Определить координаты центра тяжести составного сечения. Сечение состоит из листа и прокатных профилей (рисунок 7.1).

*Примечание.* Часто рамы сваривают из разных профилей, создавая необходимую конструкцию. Таким образом, уменьшается расход металла и образуется конструкция высокой прочности.

Для стандартных прокатных профилей собственные геометрические характеристики известны. Они приводятся в соответствующих стандартах.



*Рисунок 7.1*

### Решение

1. Обозначим фигуры номерами и выпишем из таблиц необходиные данные:

*фигура 1* - швеллер № 10 (ГОСТ 8240-89); высота  $h = 100$  мм; ширина полки  $b = 46$  мм; площадь сечения  $A_1 = 10,9 \text{ см}^2$ ;

*фигура 2* - двутавр №16 (ГОСТ 8239-89); высота 160 мм; ширина полки 81 мм; площадь сечения  $A_2 = 20,2 \text{ см}^2$ ;

*фигура 3* - лист  $5 \times 100$ ; толщина 5 мм; ширина 100 мм; площадь сечения  $A_3 = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ см}^2$ .

2. Координаты центров тяжести каждой фигуры можно определить по чертежу.

Составное сечение симметрично, поэтому центр тяжести находится на оси симметрии и координата  $x_C = 0$ .

Швеллер 1:

$$y_1 = a + h_2 + z_0;$$

$$y_1 = 0,5 + 16,0 + 1,44 = 17,94 \text{ см.}$$

Двутавр 2:

$$y_2 = a + \frac{h_2}{2};$$

$$y_2 = 0,5 + 16/2 = 8,5 \text{ см.}$$

Лист 3:

$$y_3 = \frac{a}{2} = 0,25 \text{ см.}$$

3. Определение центра тяжести составного сечения:

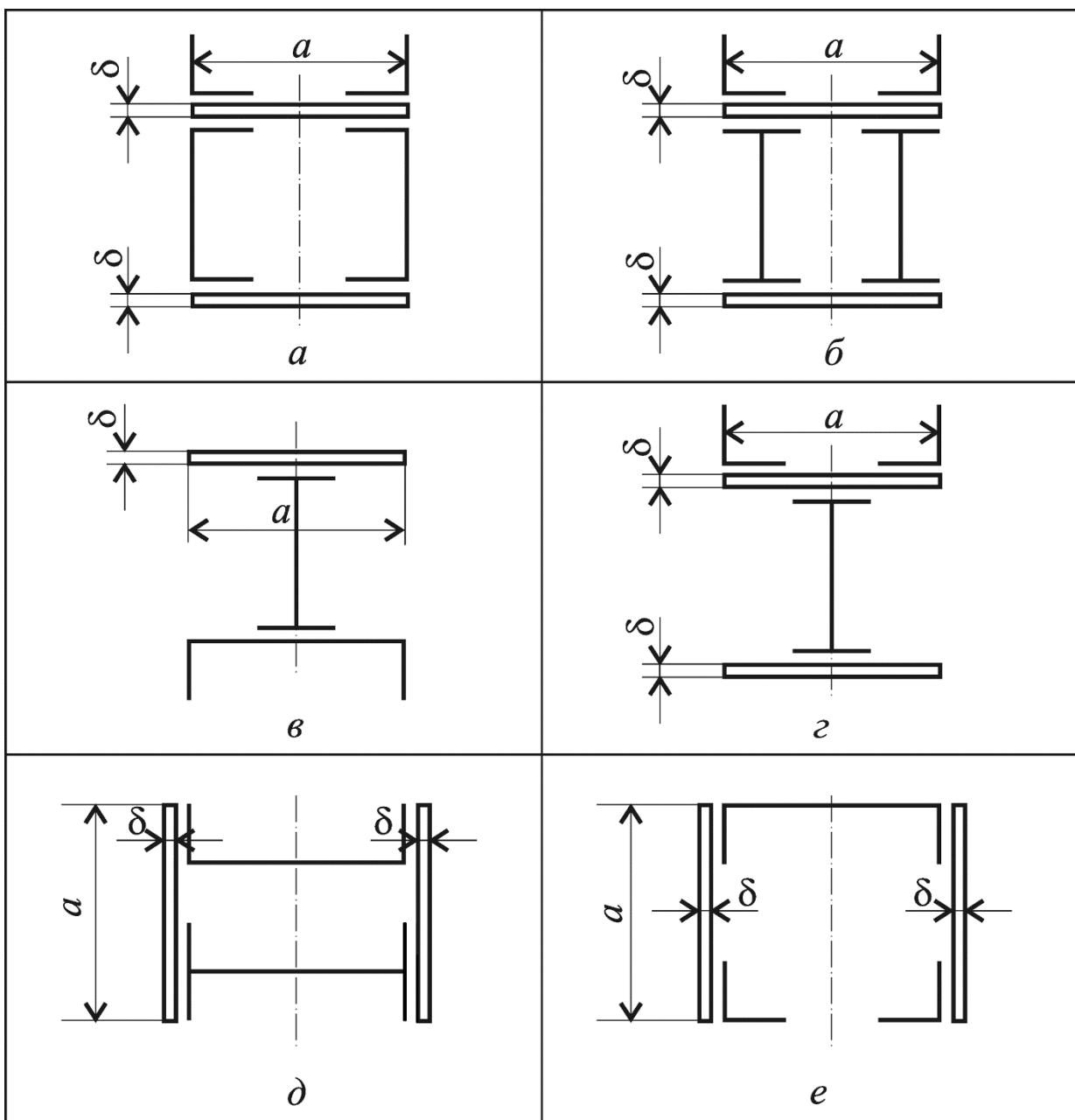
$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3};$$

$$y_c = \frac{10,9 \cdot 17,94 + 20,2 \cdot 8,5 + 5 \cdot 0,25}{10,9 + 20,2 + 5} \cong 10,2 \text{ см};$$

**Задание.** Определить координаты центра тяжести составного сечения, таблица 7.1. Сечения состоят из листов с поперечными размерами  $a \times \delta$  и прокатных профилей по ГОСТ 8239-89, ГОСТ 8240-89 и ГОСТ 8509-86. Уголок выбирается наименьшей толщины.

Размеры стандартных профилей в [1].

*Указание.* При решении задачи использовать метод симметрии и метод разделения площадей. Расчетные схемы приведены на рисунке 7.2.



*Рисунок 7.2*

Таблица 7.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ швеллера	18	18a	20	20a	22	22a	24	24a	27	30
№ двутавра	18	18a	20	20a	22	22a	24	24a	27	30
№ уголка	8	8	9	9	10	10	11	11	12,5	14
$a, \text{мм}$	180	200	200	220	220	240	240	260	270	300
$\delta, \text{мм}$	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №8**

### **Определение параметров движения точки для любого вида движения**

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о поступательном и вращательном движении твердого тела и их параметрах. Знать способы задания движения. Знать обозначения, единицы измерения, взаимосвязь кинематических параметров движения, формулы для определения параметров поступательного и вращательного движений (путь, скорость, ускорение). Уметь определять кинематические параметры движения.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** По виду уравнения следует определить вид движения. Определить кинематические параметры движения.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

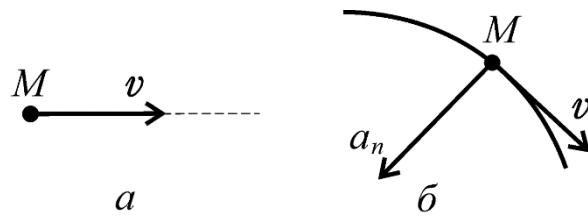
#### **1. Поступательное движение.**

Поступательным движением называют такое движение, при котором всякая прямая линия на теле при движении остается параллельной своему первоначальному положению. Все точки тела движутся одинаково, для описания движения тела можно рассматривать движение одной его точки. Поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным.

#### **Равномерное движение**

Равномерное движение - это движение с постоянной скоростью (рисунок 8.1):

$$v = \text{const.}$$



*Рисунок 8.1*

Для прямолинейного равномерного движения:

$$a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_t = 0;$$

$$r = \infty \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{r} = 0.$$

Полное ускорение движения точки равно нулю:  $a = 0$ .

При криволинейном равномерном движении:

$$r \neq \infty \Rightarrow a_n = \frac{v^2}{r} \neq 0.$$

Полное ускорение равно нормальному ускорению:  $a = a_n$ .

### *Равнопеременное движение*

*Равнопеременное движение* - это движение с постоянным касательным ускорением:

$$a_t = \text{const.}$$

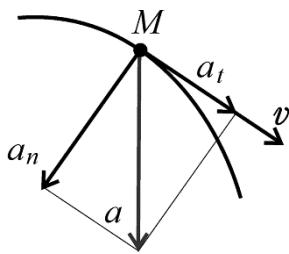
Для прямолинейного равнопеременного движения:

$$r = \infty \Rightarrow a_n = 0; a = a_t = \text{const.}$$

Полное ускорение равно касательному ускорению.

Криволинейное равнопеременное движение (рисунок 8.2):

$$a_n \neq 0; a_t = \text{const} \neq 0.$$



*Рисунок 8.2*

Учитывая, что  $a_t = \frac{dv}{dt}$ ;  $a_t = const$  и сделав ряд преобразований:

$$dv = a_t dt; \int_v dv = a_t \int_t dt,$$

получим значение скорости при равнопеременном движении:

$$v = v_0 + a_t t; v = \frac{dS}{dt}.$$

После интегрирования будем иметь закон равнопеременного движения в общем виде, представляющий уравнение параболы:

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a_t t^2}{2},$$

где  $v_0$  - начальная скорость движения;  
 $S_0$  - путь, пройденный до начала отсчета;  
 $a_t$  - постоянное касательное ускорение.

## **2. Вращательное движение вокруг неподвижной оси (рисунок 8.3).**

Неподвижная ось, вокруг которой врачаются все точки тела, называется *осью вращения*.

При этом каждая точка движется по окружности, радиус которой равен расстоянию точки до оси вращения. Точки на оси вращения не перемещаются.

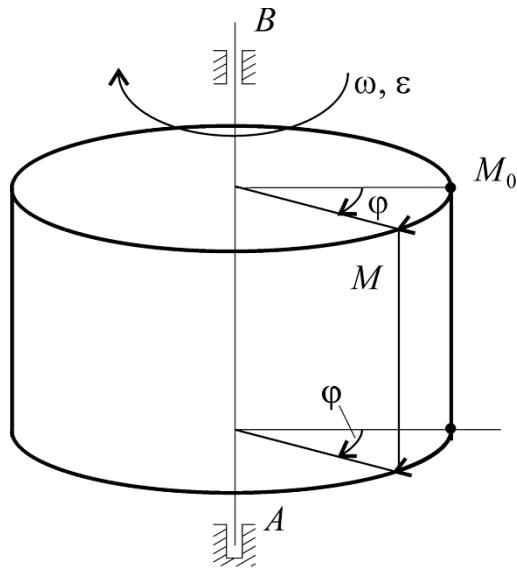
Для описания вращательного движения тела вокруг неподвижной оси можно использовать только угловые параметры:

$\varphi$  - угол поворота тела,  $[\varphi] = \text{рад}$ ;  $\omega$  - угловая скорость, определяет изменение угла поворота в единицу времени,  $[\omega] = \text{рад/с}$ .

Для определения положения тела в любой момент времени используется уравнение  $\varphi = f(t)$ .

Следовательно, для определения угловой скорости можно пользоваться выражением  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ .

Иногда для оценки быстроты вращения используют угловую частоту вращения  $n$ , которая оценивается в оборотах в минуту.



**Рисунок 8.3**

Угловая скорость и частота вращения физически близкие величины:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Изменение угловой скорости во времени определяется угловым ускорением  $\varepsilon$ ,  $[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$ ;

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Закон равномерного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

Закон равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Закон неравномерного вращательного движения:

$$\phi = f(t^3).$$

Здесь  $\varphi$  - угол поворота тела за время  $t$ , рад;

$\omega$  - угловая скорость, рад/с;

$\varphi_0$  - угол поворота, на который развернулось тело до начала отсчета;

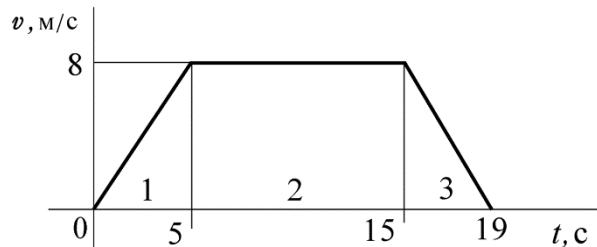
$\omega_0$  - начальная угловая скорость;

$\varepsilon$  - угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>.

Угловая скорость:  $\omega = \varphi'$ ;  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ .

Угловое ускорение:  $\varepsilon = \omega'$ .

**Пример 1.** По заданному графику скорости найти путь, пройденный за время движения (рисунок 8.4).



*Рисунок 8.4*

### Решение

1. По графику следует рассмотреть три участка движения.

Первый участок - разгон из состояния покоя (равноускоренное движение).

Уравнение скорости:

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1; v_0 = 0.$$

Ускорение:

$$a_1 = \frac{v_1}{t_1}; a_1 = \frac{8}{5} = 1,6 \text{ м/с}^2.$$

Второй участок - равномерное движение:  $v = 8 \text{ м/с}$ ;  $a_2 = 0$ .

Третий участок - торможение до остановки (равнозамедленное движение).

Уравнение скорости:

$$v_3 = v_{03} + a_3 t_3; v_{03} = 0.$$

Ускорение:

$$a_3 = -\frac{v_{03}}{t_3}; \quad a_3 = -\frac{8}{4} = -2 \text{ м/с}^2.$$

2. Путь, пройденный за время движения, будет равен:  
Первый участок:

$$S_1 = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad S_0 = 0; \quad v_0 = 0;$$

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad S_1 = \frac{1,6 \cdot 5^2}{2} = 20 \text{ м.}$$

Второй участок:

$$S_2 = v t_2 = 8 \cdot 10 = 80 \text{ м};$$

Третий участок:

$$S_3 = S_{03} + v_{03} t_3 + \frac{a_3 t_3^2}{2}; \quad S_{03} = S_1 + S_2;$$

$$v_{03} = 8 \text{ м/с}; \quad a_3 = -2 \text{ м/с}^2.$$

Путь за время движения:

$$S_{\Sigma} = S_{03} = 100 + 8 \cdot 4 + \frac{-2 \cdot 4^2}{2} = 116 \text{ м.}$$

**Пример 2.** Ротор электродвигателя вращается со скоростью, описываемой уравнением  $\omega = 2\pi t$ . Определить вид движения.

### Решение

1. Анализируем выражение для скорости: скорость меняется и зависит от времени линейно. Следовательно, угловое ускорение - постоянно,  $\varepsilon = \omega' = 2\pi = \text{const}$ .

2. Движение равнопеременное (равноускоренное, так как ускорение положительно).

**Пример 3.** Тело вращалось равноускорено из состояния покоя и сделало 360 оборотов за 2 мин. Определить угловое ускорение.

### Решение

1. Один оборот равен  $2\pi$  радиан. Следовательно:

$$360 \text{ оборотов} = 720\pi \text{ рад}; \varphi = 720\pi \text{ рад.}$$

2. Закон равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

В данном случае  $\varphi_0 = 0; \omega_0 = 0$ .

Следовательно,

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Откуда

$$\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}.$$

3. Угловое ускорение равно:

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 720 \cdot \pi}{120^2} = 0,314 \text{ рад/с}^2.$$

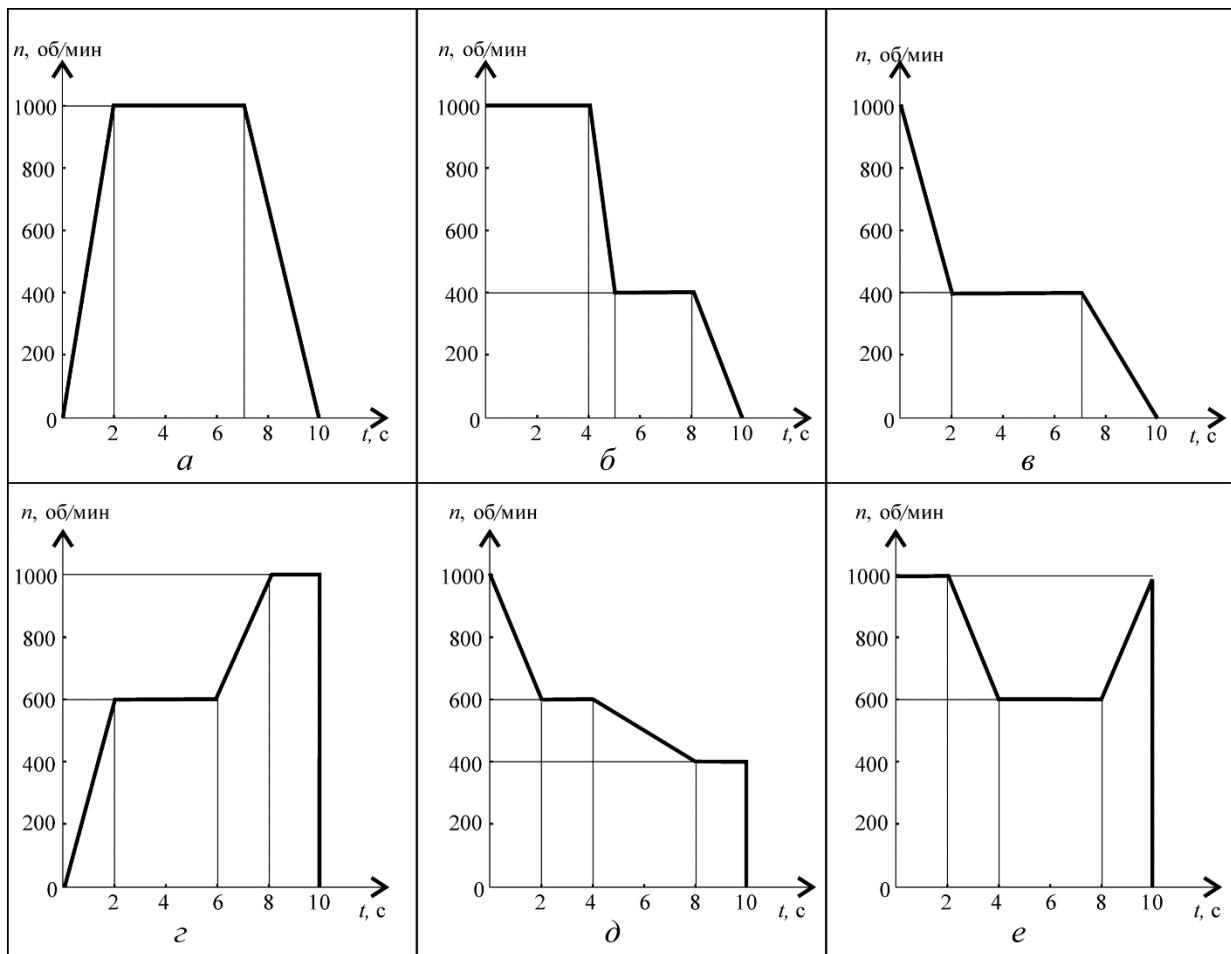
### Задание.

1. Определить вид движения на каждом участке по приведенному кинематическому графику (рисунок 8.5), записать закон движения на каждом участке.

2. Определить полный угол поворота за время движения и полное число оборотов шкива за это время (таблица 8.1).

3. Определить угловую скорость, нормальное и касательное ускорение точки на ободе шкива в указанные моменты времени.

Угловую скорость определить по формуле  $\omega = 2\pi n/60 = \pi n/30$ , число оборотов определить по формуле  $z = \varphi/2\pi$ .



*Рисунок 8.5*

Таблица 8.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Диаметр шкива, м	0,2	0,3	0,4	0,6	0,5	0,8	0,2	0,6	0,5	0,8
$t_1$ , с	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
$t_2$ , с	8	9	8	9	8	6	9	8	9	6

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №9

### Решение задач по определению частоты вращения валов и вращающих моментов, мощности на валах по заданной кинематической схеме привода

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** научиться определять кинематические и силовые характеристики приводов, состоящих из ряда последовательно соединенных передач.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Для привода машины, состоящего из механических передач определить угловые скорости и частоты вращения на валах, мощности и вращающие моменты на валах с учетом КПД, передаточные числа всех ступеней и привода, КПД привода.

#### Методика выполнения задания:

1. Начертить схему привода в соответствии с вариантом (рисунок 9.1, 9.2).

2. Пронумеровать валы.

3. Определить передаточное отношение каждой ступени.

$$u_1 = \frac{D_2}{D_1} \cdot \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right) \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right) \cdot \left(\frac{Z_6}{Z_5}\right),$$

4. Определить передаточного число привода.

5. Определить частоту вращения валов.

$$n_1 = n_{\text{дв}}; n_2 = \frac{n_1}{u_1}; n_3 = \frac{n_2}{u_2}; n_4 = \frac{n_3}{u_3}; n_4 = \frac{n_1}{u},$$

6. Определить частоту вращения валов.

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30},$$

7. Определить мощности на валах.

$$P_1 = P_{\text{дв}} \text{ или } P_1 = P_{\text{дв}} \cdot \eta_{\text{подш}}; P_2 = \frac{P_1}{u_1} \cdot \eta_1; P_3 = \frac{P_2}{u_2} \cdot \eta_2; P_4 = \frac{P_3}{u_3} \cdot \eta_3;$$

8. Определить КПД привода

$$\eta = \eta_{\text{подш}}^k \cdot \eta_{\text{пер}} \cdot \eta_{\text{пер}} \dots;$$

где  $k$  - число пар подшипников.

Уточнить мощность

$$P_4 = \frac{P_{\text{дв}}}{u} \cdot \eta,$$

9. Определить вращающие моменты на валах

$$T = \frac{P_k}{\omega_k} k;$$

где  $P$  – Вт;  $\omega$  – рад/с.

**Задание.** Для привода машины (рисунок 9.1, 9.2), состоящего из механических передач определить угловые скорости и частоты вращения на валах, мощности и вращающие моменты на валах с учетом КПД, передаточные числа всех ступеней и привода, КПД привода.

*Принять:*

$\eta_{\text{подш}} = 0,99$  - для пары подшипников;

$\eta_{\text{цп}} = 0,95$  – для цепной передачи;

$\eta_{\text{рп}} = 0,96$  – для ременной передачи;

$\eta_{\text{зуб}} = 0,97$  – для зубчатой передачи;

$\eta_{\text{чп}} = 0,77 \div 0,85$  – для червячной передачи.

Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

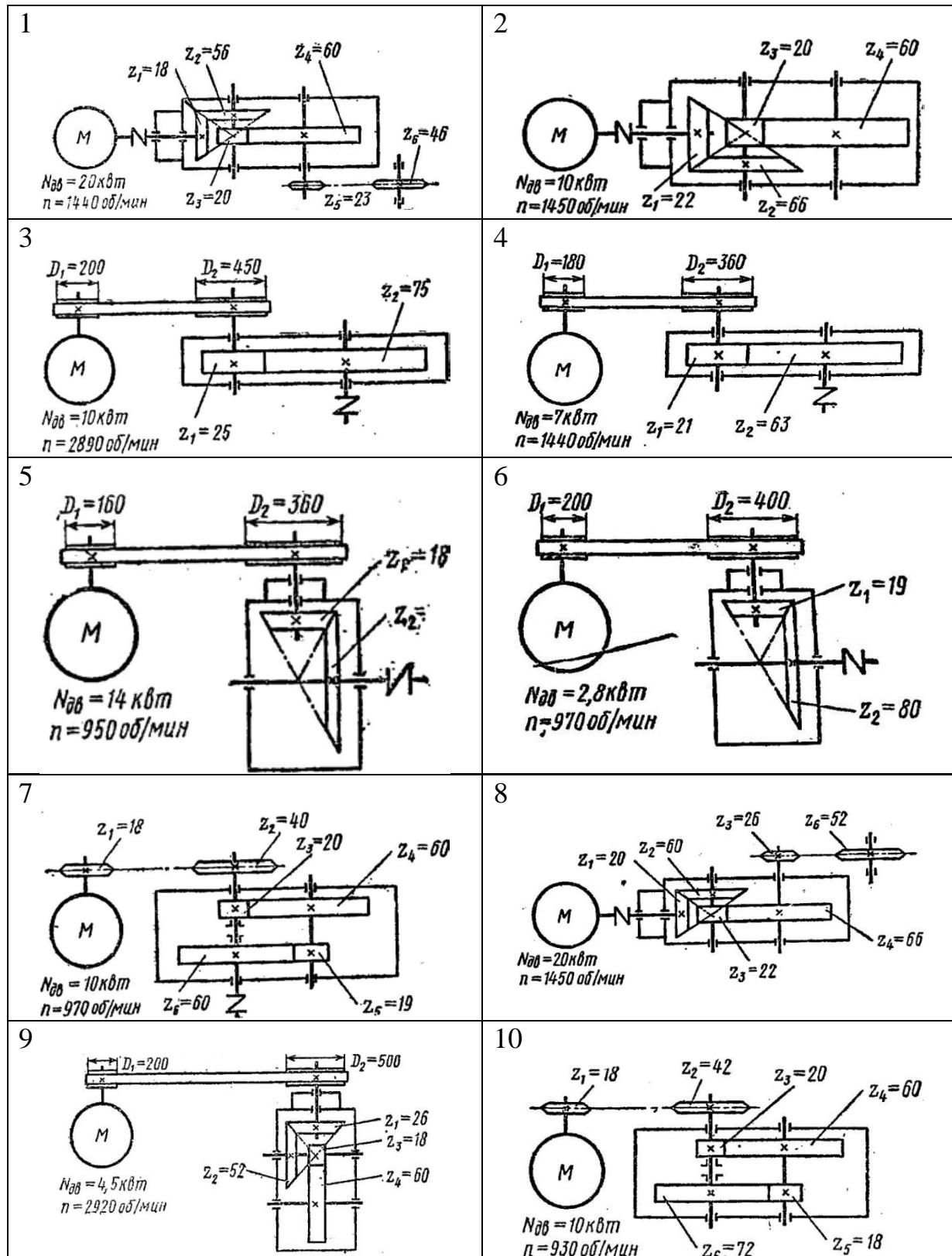


Рисунок 9.2

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №10**

### **Решение задач на построение эпюор нормальных сил, нормальных напряжений, перемещений сечений бруса**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** в результате выполнения работы студент должен знать правила построения эпюор продольных сил и нормальных напряжений в поперечном сечении бруса, уметь с помощью метода сечений строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Знать закон Гука о прямой пропорциональности деформации и нагрузки. Иметь представление о продольных и поперечных деформациях при растяжении и сжатии и их связи.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** По заданному варианту построить с помощью метода сечений эпюру продольных сил. Рассчитать величины нормальных напряжений и построить эпюру. Определить перемещение свободного конца бруса.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Растворением и сжатием называют виды нагрузок, при которых в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор - продольная сила. Растворение считают положительной деформацией, сжатие - отрицательной.

Для определения внутренних силовых факторов используют метод сечений - метод мысленного рассечения бруса плоскостью и рассмотрения равновесия отсеченной части.

Продольная сила в сечении равна алгебраической сумме проекций внешних сил, приложенных к отсеченной части бруса, на ось  $O_z$ . Обычно ось  $O_z$  совмещают с продольной осью бруса.

Определив продольные силы на всех участках бруса (участком считают часть бруса, расположенный между внешними нагрузками), для наглядности расчет оформляют в виде графика - «эпюры».

2. При растяжении и сжатии в поперечном сечении возникают только нормальные (перпендикулярные сечению) напряжения  $\sigma$ , постоянные по величине. Расчет напряжений проводят по формуле

$$\sigma = \frac{N_z}{A},$$

где  $N$  - продольная сила в сечении;  
 $A$  - площадь поперечного сечения бруса.

Расчет начинают со свободного (не закрепленного) конца и определяют напряжения вдоль оси бруса. Расчет оформляют в виде эпюры.

3. Под действием напряжений брус деформируется в продольном и поперечном направлениях. С помощью закона Гука для нормальных напряжений ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , где  $E$  - модуль упругости при растяжении,  $\varepsilon$  - относительное удлинение участка бруса) определяем формулу для расчета перемещений участков:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{A \cdot E},$$

или

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E},$$

### **Пример решения задачи**

Дана схема нагружения и размеры бруса до деформации (рисунок 10.1).

Брус защемлен, определить перемещение свободного конца.

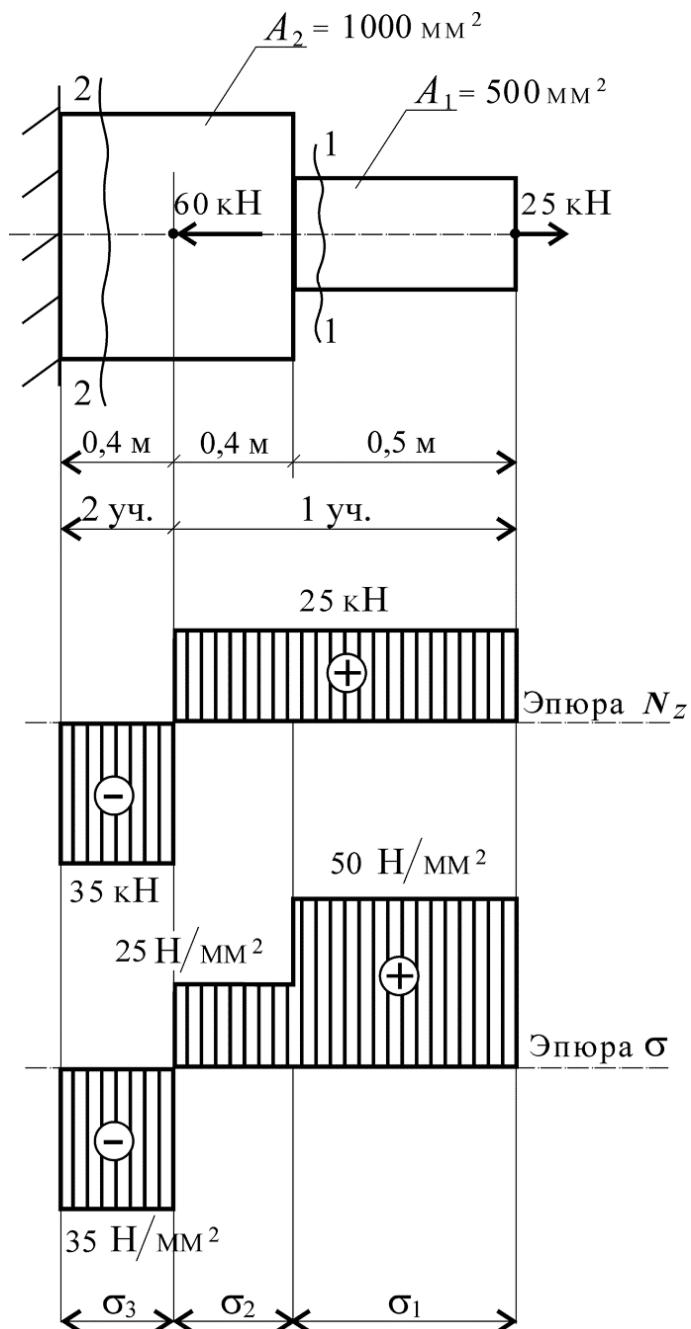


Рисунок 10.1

### Решение

1. Брус ступенчатый, поэтому следует построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений.

Делим брус на участки нагружения, определяем продольные силы, строим эпюру продольных сил.

2. Определяем величины нормальных напряжений по сечениям с учетом изменений площади поперечного сечения.

Строим эпюру нормальных напряжений.

3. На каждом участке определяем абсолютное удлинение. Результаты алгебраически суммируем.

*Примечание.* Балка защемлена, в заделке возникает неизвестная реакция в опоре, поэтому расчет начинаем со свободного конца (справа).

1. Два участка нагружения:

участок 1:  $N_1 = +25$  кН; растянут;

участок 2:  $25 - 60 + N_2 = 0$ ;  $N_2 = -35$  кН; сжат.

2. Три участка по напряжениям:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1}; \sigma_1 = \frac{25 \cdot 10^3}{500} = 50 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_1}{A_2}; \sigma_2 = \frac{25 \cdot 10^3}{1000} = 25 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_2}{A_2}; \sigma_3 = \frac{-35 \cdot 10^3}{1000} = -35 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

3. Удлинения участков (материал - сталь  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа):

$$\Delta l_1 = \frac{\sigma_1 \cdot l_1}{E}; \Delta l_1 = \frac{50 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,125 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{\sigma_2 \cdot l_2}{E}; \Delta l_2 = \frac{25 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = 0,05 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{\sigma_3 \cdot l_3}{E}; \Delta l_3 = \frac{-35 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5} = -0,07 \text{ мм.}$$

4. Суммарное удлинение бруса (перемещение свободного конца):

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3;$$

$$\Delta l = 0,125 + 0,05 - 0,07 = 0,105 \text{ мм.}$$

**Задание 1.** Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса (рисунок 10.2). Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . Площади поперечных сечений  $A_1$ , и  $A_2$ . Задание выбрать из таблицы 10.1 по варианту.

Принять  $E = 2 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>.

Таблица 10.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	20	26	20	17	16	10	26	40	14	28
$F_2$ , кН	10	20	8	13	25	12	9	55	16	14
$F_3$ , кН	5	10	4	8	28	13	3	24	10	5
$A_1$ , см <sup>2</sup>	1,8	1,6	1,0	2,0	1,2	0,9	1,9	2,8	2,1	1,9
$A_2$ , см <sup>2</sup>	3,2	2,4	1,5	2,5	2,8	1,7	2,6	3,4	2,9	2,4
$a$ , м	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,2	0,5	0,6

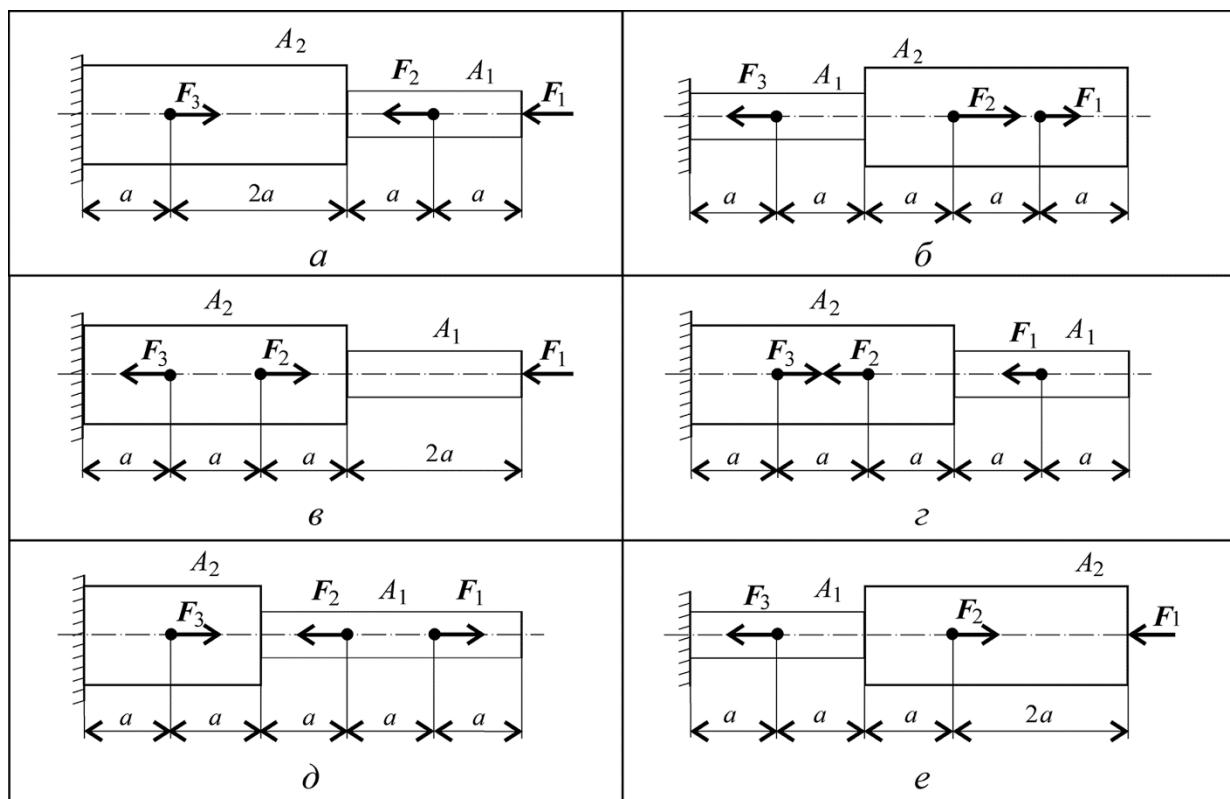


Рисунок 10.3

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №11**

### **Выполнение расчетно-графической работы по теме растяжение-сжатие**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** в результате выполнения работы студент должен иметь представление о предельных и допускаемых напряжениях и коэффициенте запаса прочности. Знать условие прочности при растяжении и сжатии и порядок расчетов на прочность и жесткость. Уметь проводить проектировочные и проверочные расчеты при растяжении и сжатии.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Изучить соответствующий теоретический материал. Рассчитать на прочность стержни, на которых закреплен груз (по варианту).

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Расчеты на прочность ведутся по условиям прочности - неравенствам, выполнение которых гарантирует прочность детали при данных условиях.

Расчетное напряжение зависит от нагрузки в сечении и размеров поперечного сечения бруса. Допускаемое напряжение зависит от материала детали и условий работы.

Условие прочности материала определяет: расчетное напряжение должно быть меньше допускаемого.

$$\sigma \leq [\sigma],$$

где  $\sigma = N/A$ ;

2. Виды расчетов на прочность:

*проектировочный (возможны несколько вариантов):*

a) определяют площадь поперечного сечения детали  $A$ :

$$A \geq N/[\sigma],$$

где  $N$  - максимальная продольная сила;

$[\sigma]$  - допускаемое напряжение для материала;

b) определяют материал детали, обеспечивающий прочность при заданных условиях

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пределное}}/[s],$$

где  $[s]$  - запас прочности; для пластиичного материала.

$$\sigma_{\text{предельное}} = \sigma_t \geq N/A \cdot [s];$$

в) определяют максимальную нагрузку (нагрузочную способность) для заданной конструкции:

$$[N] \leq [\sigma] \cdot A;$$

*проверочный расчет проводится для проверки прочности спроектированной конструкции*

$$\sigma \leq [\sigma],$$

где  $\sigma = N/A$ ;

$[\sigma]$  - допускаемое напряжение для материала.

3. Расчет на жесткость - определение абсолютного удлинения и сравнение его с допускаемым.

*Общее абсолютное удлинение бруса определяют, суммируя удлинения участков.*

Удлинение (укорочение) бруса:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{A \cdot E},$$

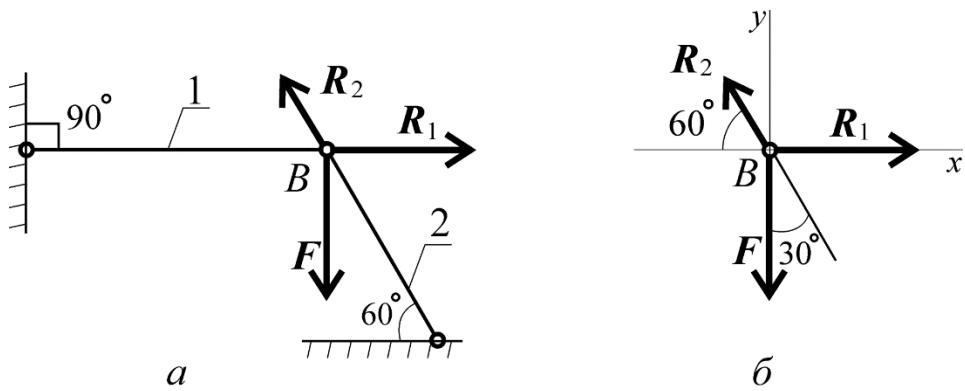
или

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E},$$

где  $E$  - модуль упругости;

$l$  - начальная длина стержня

**Пример решения задачи.** Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии (рисунок 11.1). Материал стержней - сталь, допускаемое напряжение на растяжение и сжатие 160 МПа. Вес груза 100 кН. Длина стержней: первого - 2 м, второго - 1 м.



*Рисунок 11.1*

Определить минимальные размеры поперечного сечения и удлинение стержней. Форма поперечного сечения бруса - круг.

*Замечание.* Реакции связи жесткого стержня направлены вдоль стержня.

### Решение

1. Определить нагрузку на стержни. Рассмотрим равновесие точки  $B$ , определим реакции стержней. По пятой аксиоме статистики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

Наносим реакции связей, действующих в точке  $B$ . Освобождаем точку  $B$  от связей (рисунок 11.1).

Выбираем систему координат так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой (рисунок 11.1 б).

Составим систему уравнений равновесия для точки  $B$ :

$$\sum_0^n F_{kx} = -R_2 \cos 60^\circ + R_1 = 0;$$

$$\sum_0^n F_{ky} = R_2 \cos 30^\circ - F = 0.$$

Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней.

$$R_2 = \frac{F}{\cos 30^\circ};$$

$$R_2 = \frac{100}{0,866} = 115,5 \text{ кН.}$$

$$R_1 = R_2 \cos 60^\circ;$$

$$R_1 = 115,5 \cdot 0,5 = 57,4 \text{ кН.}$$

Направление реакций выбрано верно. Оба стержня сжаты. Нагрузки на стержни:  $F_1 = 57,4 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 115,5 \text{ кН}$ .

2. Определяем потребную площадь поперечного сечения стержней из условий прочности.

Условие прочности на сжатие:

$$\sigma = N/A \leq [\sigma],$$

Откуда

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}.$$

Стержень 1 ( $N_1 = F_1$ ):

$$A_1 \geq \frac{57,4 \cdot 10^3}{160} = 358,75 \text{ мм}^2.$$

Для круга:

$$A = \pi \cdot R^2;$$

$$R = \sqrt{\frac{A}{\pi}};$$

$$R_1 \geq \sqrt{\frac{358,75}{3,14}} = 10,68 \text{ мм};$$

$$d_1 = 21,3 \text{ мм.}$$

Стержень 2 ( $N_2 = F_2$ ):

$$A_2 \geq \frac{115,5 \cdot 10^3}{160} = 722 \text{ мм}^2;$$

$$R_2 \geq \sqrt{\frac{722}{3,14}} = 15,2 \text{ мм};$$

$$d_2 = 30,4 \text{ мм.}$$

Полученные диаметры округляем:  $d_1 = 25 \text{ мм}, d_2 = 32 \text{ мм.}$

3. Определяем удлинение стержней

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{A \cdot E}.$$

Укорочение стержня 1:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4};$$

$$A_1 = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 490 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_1 = \frac{57,4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 490} = 1,17 \text{ мм.}$$

Укорочение стержня 2:

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4};$$

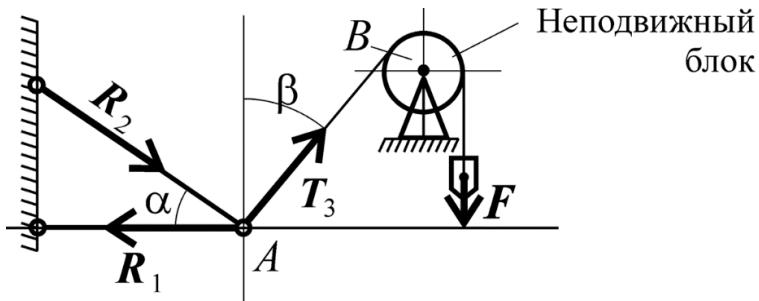
$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 32^2}{4} = 804 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_2 = \frac{115,5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 804} = 0,72 \text{ мм.}$$

**Задание.** Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии. Материал стержней - сталь, допускаемое напряжение при растяжении и сжатии 160 МПа. Длина стержня № 1 - 0,6 м.

1. Определить нагрузку на стержни из условия равновесия.
2. Определить размеры поперечного сечения стержней из условия прочности и удлинение стержней. Форма поперечного сечения - круг.

Трением в блоке пренебречь. Данные для своего варианта взять в таблице 11.1. Определить длину стержня 2, используя схему (рисунок 11.2).



*Рисунок 11.2*

Таблица 11.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\alpha$ , град	30	15	45	30	15	60	30	45	15	45
$\beta$ , град	60	60	60	45	45	45	60	60	45	30
$F$ , кН	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190

Использовать стандартный ряд диаметров.

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №12

### Решение задач на определение главных центральных моментов инерции составных сечений, имеющих ось симметрии

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** знать формулы моментов инерции простейших сечений, способы вычисления моментов инерции при параллельном переносе осей.

Уметь определять полярные и главные центральные моменты инерции для сечений, имеющих ось симметрии.

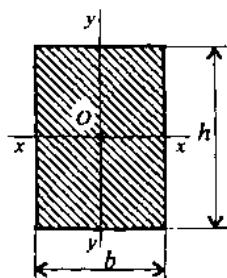
**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Вычислить главные центральные моменты инерции составных сечений.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

*1. Моменты инерции простейших сечений*

Прямоугольник и квадрат (рисунок 12.1)



*Рисунок 12.1*

Оевые:  $J_x$  - относительно оси  $xx$ ,  $J_y$  - относительно оси  $yy$

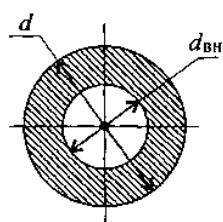
$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12};$$

$$J_y = \frac{h \cdot b^3}{12}.$$

Полярный:

$$J_\rho = J_x + J_y.$$

Круг и кольцо (рисунок 12.2)



*Рисунок 12.2*

Оевые:

$$J_x = J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \text{ (круг);}$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \cdot (1 - c^4) \text{ (кольцо).}$$

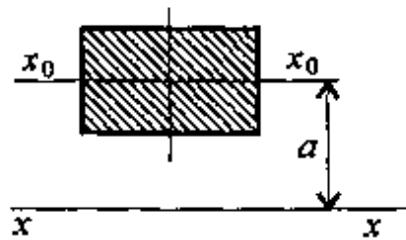
Полярный:

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \text{ (круг);}$$

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot (1 - c^4) \text{ (кольцо),}$$

где  $d$  - диаметр круга и наружный диаметр кольца;  $d_{BH}$  - внутренний диаметр кольца;  $c = d_{BH}/d$ .

2. Моменты инерции относительно параллельных осей (рисунок 12.3)



*Рисунок 12.3*

$$J_x = J_{x_0} + a^2 \cdot A$$

где  $J_x$  - момент инерции относительно оси  $xx$ ;

$J_{x_0}$  - момент инерции относительно оси  $x_0x_0$ ;

$A$  - площадь сечения;

$a$  - расстояние между осями.

### Рекомендации для решения задач расчетно-графической работы

1. Момент инерции сложной фигуры является суммой моментов инерции частей, на которые ее разбивают. Разбить заданную фигуру на

простейшие части, для каждой определить главные центральные моменты инерции по известным формулам.

2. Моменты инерции вырезов и отверстий можно представить отрицательными величинами.

3. Заданные сечения симметричны, главные центральные оси совпадают с осями симметрии составного сечения.

4. Моменты инерции частей, чьи главные центральные оси не совпадают с главными центральными осями сечения в целом, пересчитывают с помощью формулы для моментов инерции относительно параллельных осей. Расстояние между параллельными осями определить по чертежу.

5. При выполнении задания главные центральные моменты инерции отдельных стандартных профилей определить по таблицам ГОСТ [1].

Для использованных в составных сечениях полос моменты инерции определить по известной формуле для прямоугольника.

**Задание.** Вычислить главные центральные моменты инерции составных сечений. При расчете воспользоваться данными таблицы, выбрав необходимые величины. Геометрические характеристики стали горячекатаной выбрать по ГОСТ 8239-89 (Балки двутавровые) и ГОСТ 8240-89 (Швеллеры).

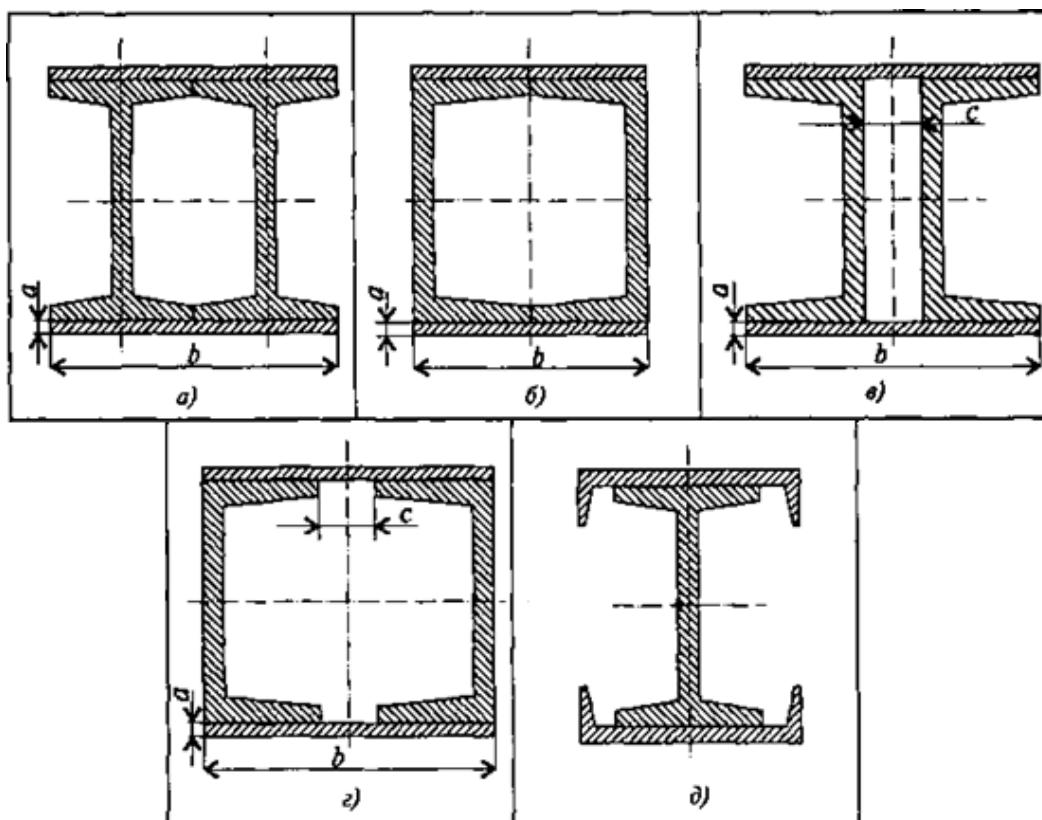


Рисунок 12.4

Таблица 12.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ швеллера	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
№ дутавара	10	12	14	16	18	20	22	24	27	30
<i>a</i> , мм	8	10	12	14	16	8	10	12	14	16
<i>c</i> , мм	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

### Практическая работа №13

#### Решение задач на построение эпюр крутящих моментов, углов закручивания

**Количество часов на выполнение работы:** 2 часа.

**Цель:** иметь представление о внутреннем силовом факторе, напряжениях и деформациях при кручении, о моменте сопротивления при кручении. Знать формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения при кручении. Знать условие прочности при кручении. Иметь представление о рациональных формах поперечного сечения и рациональном расположении шкивов на валу. Уметь провести проектировочный расчет вала.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Определить из условия прочности диаметры вала по сечениям. Используя стандартный ряд диаметров назначить поперечные размеры вала, изобразить схему вала.

**Замечание.** Учесть, что диаметры вала в местах установки подшипников должны оканчиваться на «5» или «10».

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Кручением называется нагружение, при котором в поперечном сечении бруса возникает только один внутренний силовой фактор - крутящий момент.

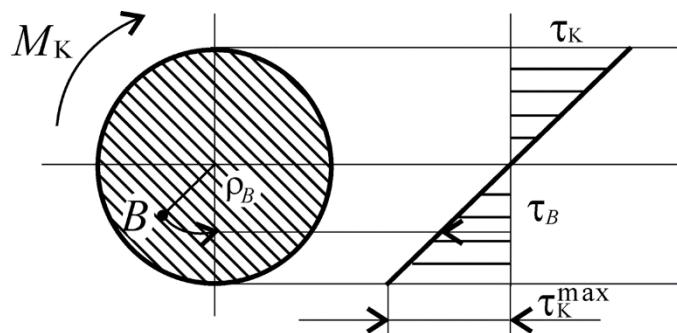
Крутящий момент в сечении определяется «методом сечений», он равен сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть.

Крутящие моменты могут меняться по длине бруса.

*Крутящий момент считаем положительным, если моменты внешних пар сил направлены по часовой стрелке, в этом случае момент внутренних сил упругости направлен против часовой стрелки.*

2. При кручении поперечные сечения бруса, оставаясь плоскими, поворачиваются на угол  $\varphi$  (угол поворота сечения), продольные линии на поверхности искривляются и разворачиваются относительно продольной оси на угол  $\gamma$  (угол сдвига). Возникает напряженное состояние, называемое «чистым сдвигом».

Материал подчиняется закону Гука: *касательные напряжения пропорциональны углу сдвига (рисунок 13.1).*



*Рисунок 13.1*

Напряжения в поперечном сечении определяются по формуле:

$$\tau_k = \frac{M_k \cdot \rho}{J_\rho},$$

где  $\rho$  - расстояние точки до центра;

$J_\rho$  - момент инерции сечения;

$M_k$  - суммарный момент сил упругости в сечении.

Максимальные напряжения при кручении возникают на поверхности бруса:

$$\tau_k^{max} = \frac{M_k}{W_\rho},$$

где  $W_\rho$  - момент сопротивления при кручении, для круга,  $W_\rho = \pi \cdot d^3 / 16 \cong 0,2 \cdot d^3$ ;  
 $d$  - диаметр сечения.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{\kappa}^{max} = \frac{M_{\kappa}}{W_{\rho}} \leq [\tau_{\kappa}].$$

3. Виды расчетов на прочность:

- проектировочный расчет - определение диаметра стержня в опасном сечении;
- проверочный;
- определение нагружочной способности (максимального кручущего момента).

4. Условие жёсткости при кручении.

*Угол поворота сечения*

$$\varphi = \frac{\tau_{\kappa} \cdot l}{G \cdot \frac{d}{2}} = \frac{M_{\kappa} \cdot l}{G \cdot J_{\rho}}.$$

Произведение  $G \cdot J_{\rho}$  называют жесткостью сечения.

Модуль упругости можно определить как  $G \cong 0,4 \cdot E$ . Для стали  $G = 0,8 \cdot 10^5$  МПа.

Обычно рассчитывается угол закручивания, приходящийся на один метр длины бруса (вала)  $\varphi_0$ .

Условие жесткости при кручении можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \frac{M_{\kappa}}{G \cdot J_{\rho}} \leq [\varphi_0],$$

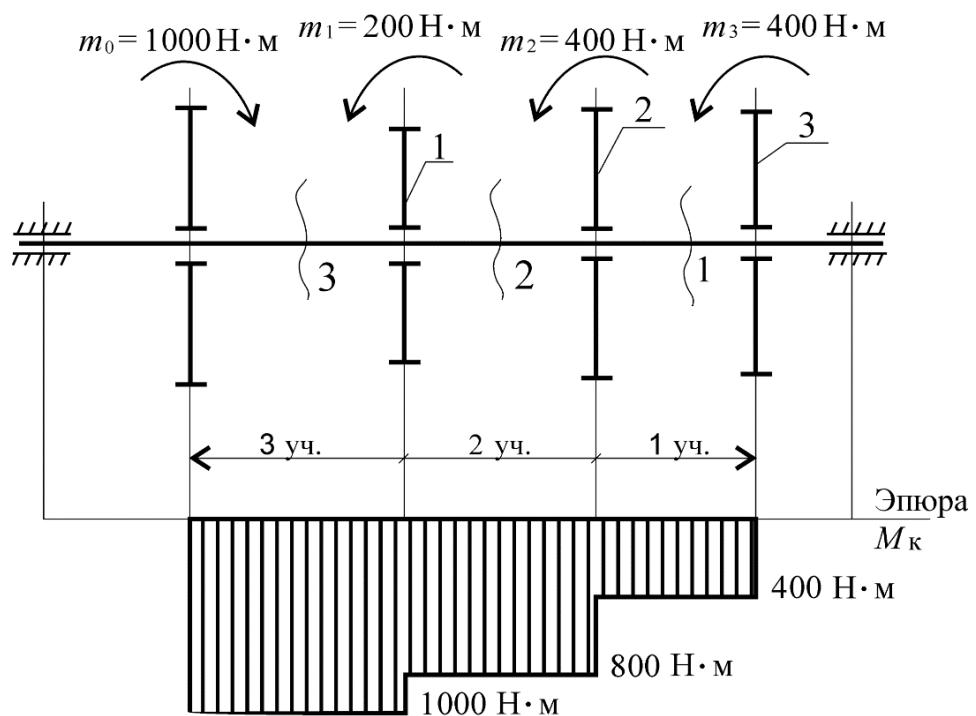
где  $\varphi_0$  - относительный угол закручивания;

$[\varphi_0] \approx 1$  град/м = 0,02 рад/м - допускаемый относительный угол закручивания.

**Пример решения задачи.** Для заданного бруса рисунок 13.2 построить эпюры крутящих моментов, рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального кручущего момента. Построить эпюру крутящих моментов при рациональном расположении шкивов.

Из условия прочности определить диаметры вала для сплошного поперечного сечения.

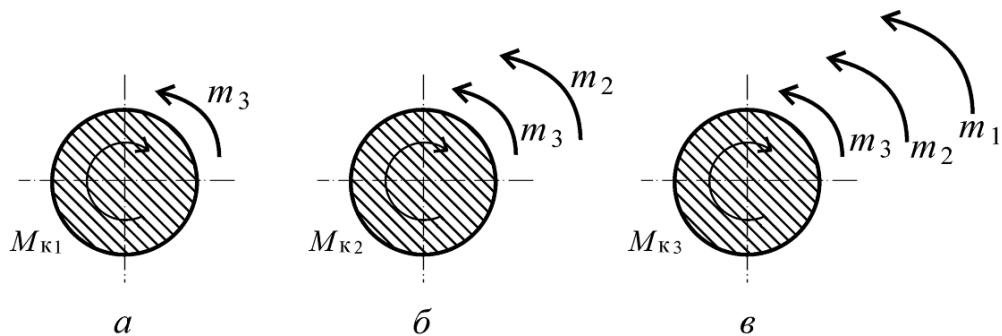
Допускаемое напряжение кручения  $[\tau_{\kappa}] = 35$  МПа.



*Рисунок 13.2*

### Решение

1. Пользуясь методом сечений, определяем крутящие моменты на участках вала (рисунок 13.3).



*Рисунок 13.3*

Сечение 1 (рисунок 13.3а):  $M_{k1} = m_3 = 400 \text{ H} \cdot \text{м}$ .

Сечение 2 (рисунок 13.3б):  $M_{k2} = m_3 + m_2 = 800 \text{ H} \cdot \text{м}$ .

Сечение 3 (рисунок 13.3в):  $M_{k3} = m_3 + m_2 + m_1 = 1000 \text{ H} \cdot \text{м}$ .

2. Строим эпюру крутящих моментов. Значения крутящих моментов откладываем вниз от оси, т. к. моменты отрицательные.

Максимальное значение крутящего момента на валу в этом случае  $1000 \text{ H} \cdot \text{м}$  (рисунок 13.2).

3. Выберем рациональное расположение колес на валу. Наиболее целесообразно такое размещение колес, при котором наибольшие

положительные и отрицательные значения крутящих моментов на участках будут по возможности одинаковыми. Из этих соображений ведущий шкив, передающий момент 1000 Н · м, помещаем ближе к центру вала, ведомые шкивы 1 и 2 размещаем слева от ведущего с моментом 1000 Н · м, шкив 3 остается на том же месте. Строим эпюру крутящих моментов при выбранном расположении шкива (рисунок 13.4).

Максимальное значение крутящего момента на валу при выбранном расположении колес на валу 600 Н · м.

4. Определяем диаметры вала по сечениям при условии, что сечение - круг.

Условие прочности при кручении:

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k].$$

Момент сопротивления кручению:

$$W_p \geq \frac{M_k}{[\tau_k]}.$$

$$W_{p1} = \frac{400 \cdot 10^3}{35} = 11,4 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$W_{p2} = \frac{600 \cdot 10^3}{35} = 17,1 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$W_{p3} = \frac{200 \cdot 10^3}{35} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

Определяем диаметры вала по сечениям:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16},$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_p}{\pi}}.$$

$$d_1 = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 11,4}{3,14}} = 38,8 \text{ мм};$$

$$d_2 = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 17,1}{3,14}} = 44,25 \text{ мм};$$

$$d_1 = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5,6}{3,14}} = 31 \text{ мм.}$$

Округляем полученные значения:  $d_1 = 40 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 45 \text{ мм}$ ;  $d_3 = 35 \text{ мм}$ .

**Задание.** Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям, и уравновешенный момент.

Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.

Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.

Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.

Определить диаметры вала по сечениям из расчета на прочность.

Полученный результат округлить до ближайшего чётного или оканчивающегося на 5 числа. Проверить вал на жёсткость. Схему нагружения выбрать по рисунку 13.4.

*Указание.* Внешние моменты в сечениях бруса определять по формулам:

$$T = M_{kp} = P/\omega,$$

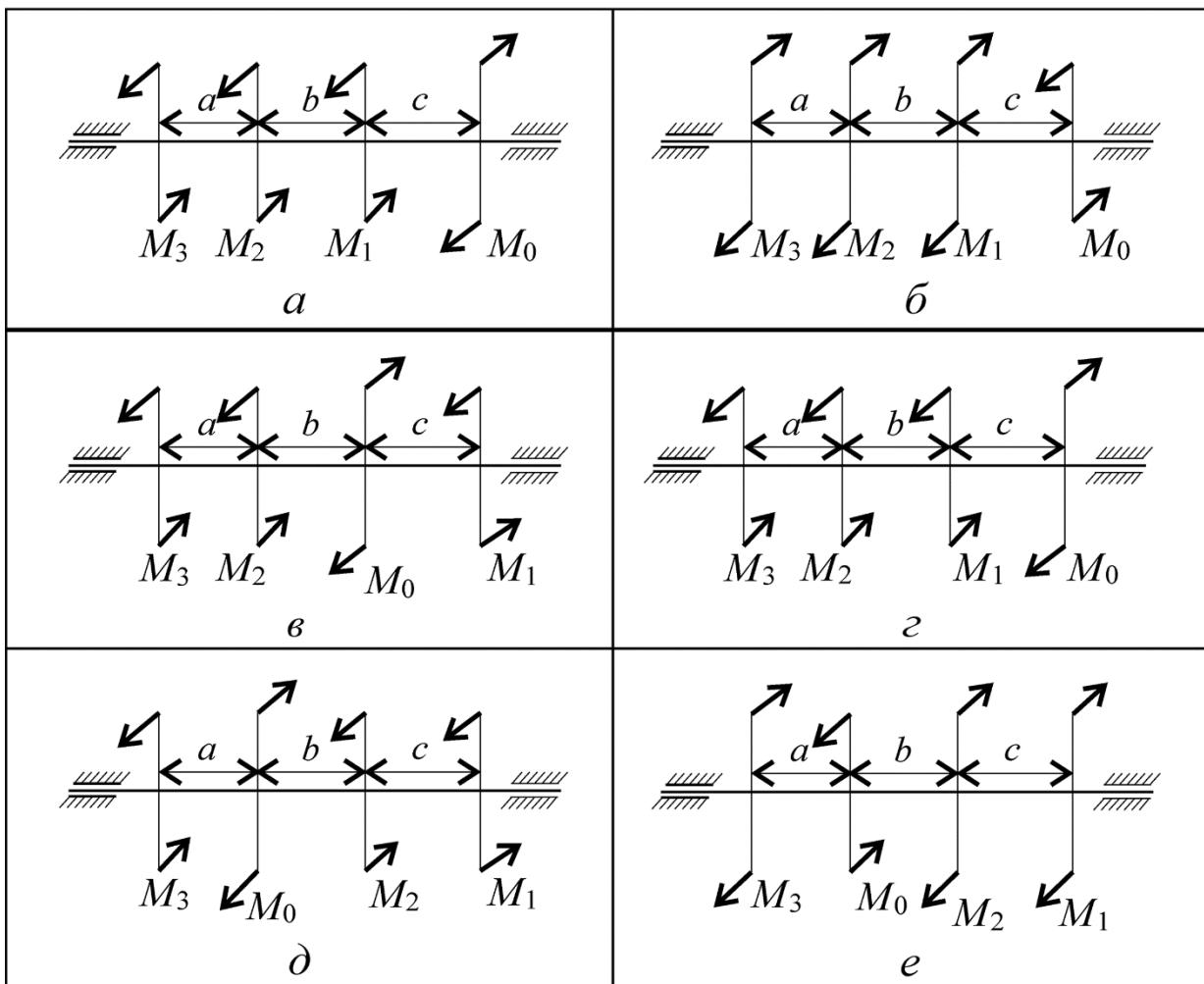
где  $P$  - мощность на участке вала, Вт;

$\omega$  - угловая скорость вала, рад/с;

$M_{kp}$  - крутящий момент на валу, Н·м.

Дальнейший ход расчета представлен в примере.

Расчет на жёсткость провести по условию жесткости.



*Рисунок 13.4*

Условие жесткости при кручении можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0],$$

При расчете использовать следующие данные (таблица 13.1): вал вращается с угловой скоростью 25 рад/с; материал вала - сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,2$  рад/м.

Таблица 13.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a = b = c, \text{м}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$P_1, \text{кВт}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
$P_2, \text{кВт}$	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5

$P_3$ , кВт	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0
-------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №14

### Выполнение расчетов на прочность и жесткость при кручении

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о внутреннем силовом факторе, напряжениях и деформациях при кручении, о моменте сопротивления при кручении. Знать формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения при кручении. Знать условие прочности при кручении. Иметь представление о рациональных формах поперечного сечения и рациональном расположении шкивов на валу. Уметь провести проектировочный расчет вала.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** См. практическая работа №13

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:** См. практическая работа №13

**Задание.** Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям, и уравновешенный момент.

Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.

Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.

Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.

Определить диаметры вала по сечениям из расчета на прочность.

Полученный результат округлить до ближайшего чётного или оканчивающегося на 5 числа. Проверить вал на жёсткость. Схему нагружения выбрать по рисунку 14.1.

*Указание.* Внешние моменты в сечениях бруса определять по формулам:

$$T = M_{\text{кр}} = P/\omega,$$

где  $P$  - мощность на участке вала, Вт;

$\omega$  - угловая скорость вала, рад/с;

$M_{\text{кр}}$  - крутящий момент на валу, Н·м.

Дальнейший ход расчета представлен в примере.

Расчет на жесткость провести по условию жесткости.

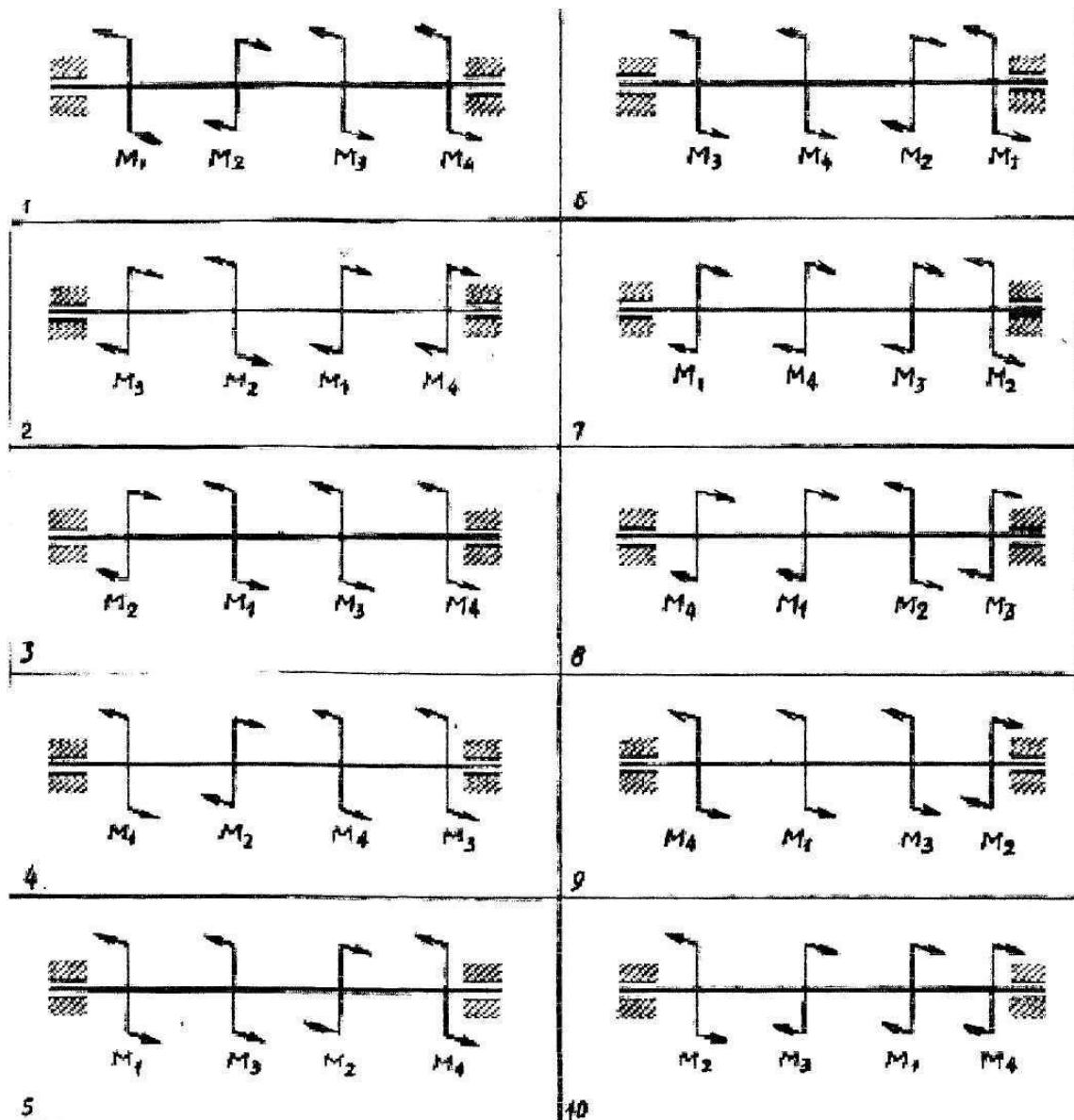
Таблица 14.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\omega$ , рад/с	45	28	30	20	55	25	40	32	25	20
$P_1$ , кВт	150	50	110	40	60	20	70	52	80	75
$P_2$ , кВт	100	40	85	120	150	35	150	100	95	40
$P_3$ , кВт	50	30	50	20	80	100	95	60	75	15

Условие жесткости при кручении можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{G \cdot J_\rho} \leq [\varphi_0],$$

При расчете использовать следующие данные (таблица 14.1): материал вала - сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,2$  рад/м. Принять длины участков одинаковыми и равными  $l = 300$  мм



*Рисунок 14.1*

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №15**

### **Выполнение расчетно-графической работы по теме кручение**

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о внутреннем силовом факторе, напряжениях и деформациях при кручении, о моменте сопротивления при кручении. Знать формулы для расчета напряжений в точке поперечного сечения при кручении. Знать условие прочности при кручении. Иметь представление о рациональных формах поперечного сечения и рациональном расположении шкивов на валу. Уметь провести проектировочный расчет вала.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** См. практическая работа №13

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:** См. практическая работа №13

**Задание.** Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям, и уравновешенный момент.

Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.

Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.

Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.

Определить диаметры вала по сечениям из расчета на прочность.

Полученный результат округлить до ближайшего чётного или оканчивающегося на 5 числа. Проверить вал на жёсткость. Схему нагружения выбрать по рисунку 15.1.

**Указание.** Внешние моменты в сечениях бруса определять по формулам:

$$T = M_{\text{кр}} = P/\omega,$$

где  $P$  - мощность на участке вала, Вт;

$\omega$  - угловая скорость вала, рад/с;

$M_{\text{кр}}$  - крутящий момент на валу, Н·м.

Дальнейший ход расчета представлен в примере.

Расчет на жёсткость провести по условию жесткости.

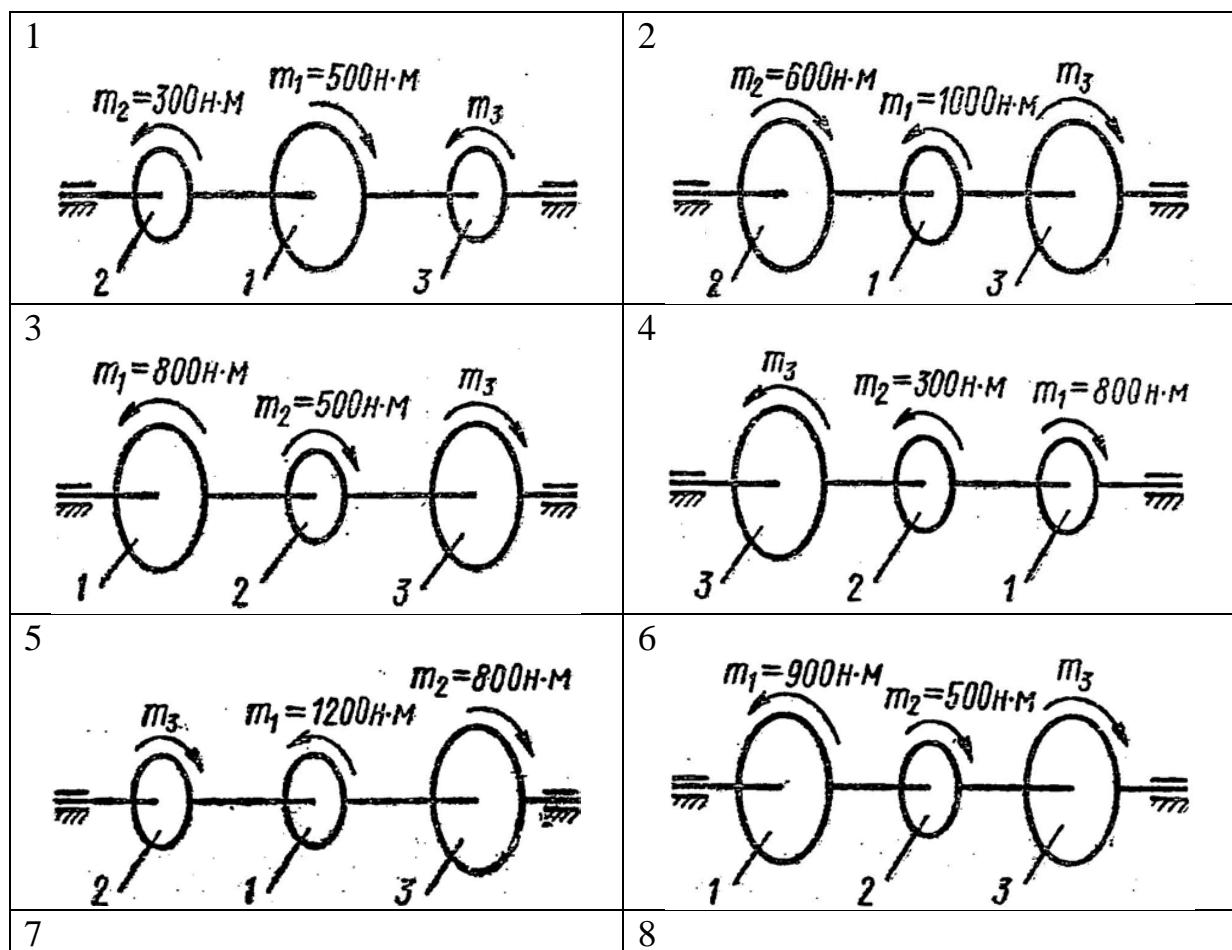
Таблица 15.1

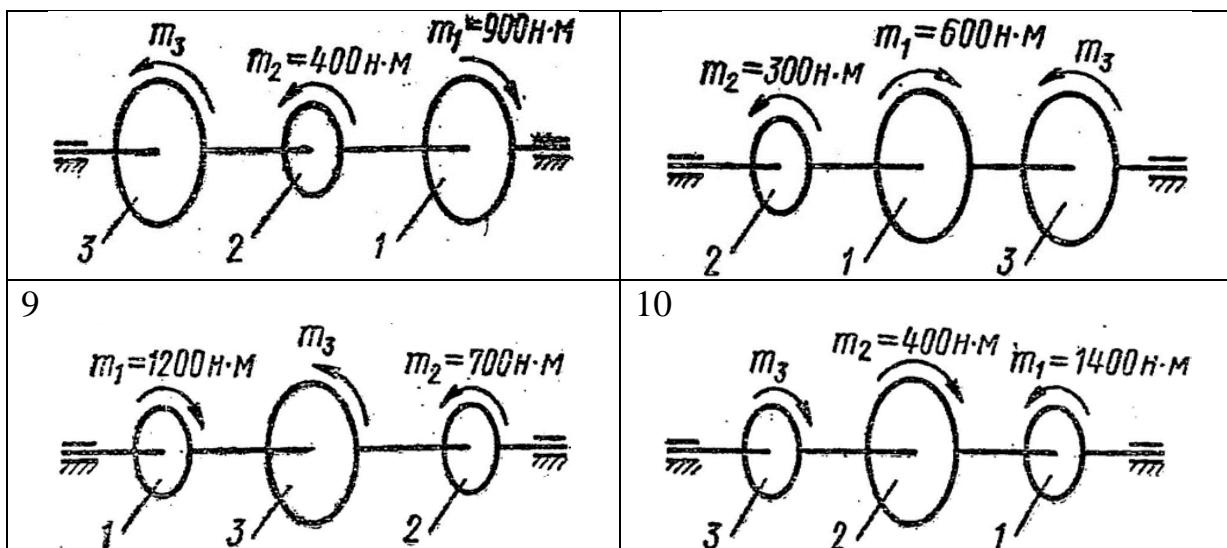
Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\omega$ , рад/с	45	28	30	20	55	25	40	32	25	20
$P_1$ , кВт	150	50	110	40	60	20	70	52	80	75

Условие жесткости при кручении можно записать в виде:

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0],$$

При расчете использовать следующие данные (таблица 15.1); материал вала - сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,2$  рад/м. Принять мощность на колесах:  $P_2 = 0,5 \cdot P_1$ ;  $P_3 = 0,3 \cdot P_1$ ;  $P_4 = 0,2 \cdot P_1$ . Принять длины участков одинаковыми и равными  $l = 300$  мм





*Рисунок 15.1*

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

### Практическая работа №16

#### Решение задач на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о видах изгиба и внутренних силовых факторах в сечении при изгибе. Знать методы определения внутренних силовых факторов и уметь ими пользоваться. Знать основные правила и порядок построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Уметь построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Знать распределение нормальных напряжений по сечению балки при чистом поперечном изгибе, расчетные формулы и условия прочности. Уметь выполнить проектировочный расчет защемленной балки.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Из расчета на прочность определить размеры поперечного сечения балки. По таблицам ГОСТ подобрать сечение в виде швеллера или двутавра. Расчеты сил и моментов провести по характерным точкам.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечном сечении бруса (балки) возникает *внутренний силовой фактор - изгибающий момент*.

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называется *силовой плоскостью*.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется *главной плоскостью бруса*.

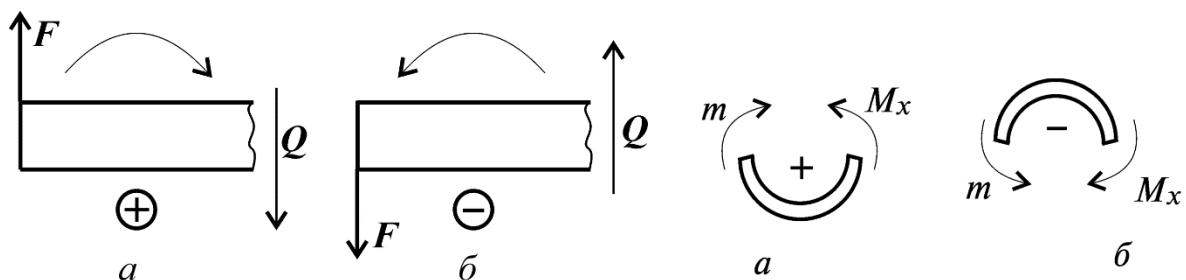
Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, изгиб называют прямым.

При изгибе в сечении могут возникнуть внутренние силовые факторы - поперечная сила  $Q$  и изгибающий момент  $M_i$ . Если в сечении возникает только изгибающий момент, изгиб называют чистым, если возникает изгибающий момент и поперечная сила, изгиб называют поперечным.

2. Распределение внутренних силовых факторов вдоль оси балки оформляется в виде графиков - эпюров.

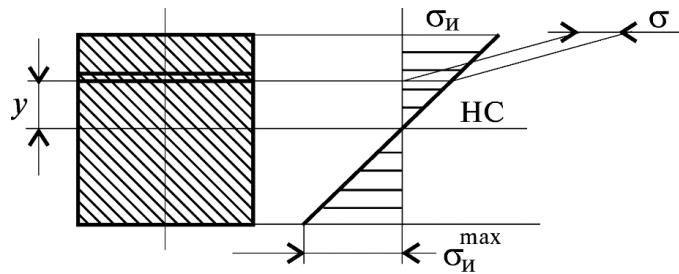
При поперечном изгибе строят два графика: поперечных сил и изгибающих моментов.

Знаки поперечных сил и изгибающих моментов - рисунок 16.1.



*Рисунок 16.1*

3. Нормальные напряжения при чистом изгибе (рисунок 16.2).



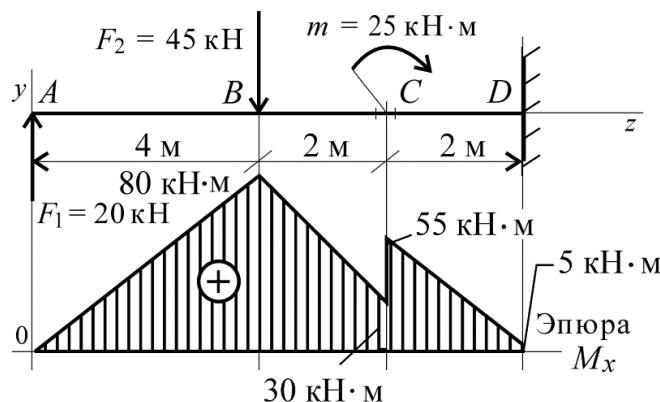
*Рисунок 16.2*

Максимальное нормальное напряжение изгиба возникает на поверхности бруса. НС - нейтральная ось сечения, на нейтральной оси нормальное напряжение равно нулю.

4. При проектировочном расчете на изгиб из условия прочности определяют потребное сечение бруса по моменту сопротивления сечения

$$\sigma_i^{max} = \frac{M_i}{W_x} \leq [\sigma_i]; W_x \geq \frac{M_b}{[\sigma_i]}.$$

**Пример решения задачи.** Подобрать размеры сечения балки в виде двутавра. Известна схема нагружения балки (см. рисунок 16.3). Материал - сталь, допускаемое напряжение материала при изгибе  $[\sigma_p] = [\sigma_c] = 160$  МПа.



*Рисунок 16.3*

### Решение

1. Для защемленной балки реакции в опоре определять не следует.

Проводим расчеты по характерным точкам. Размеры сечения подбираем из расчета по нормальным напряжениям. Эпюру поперечных сил строить необязательно.

Определяем моменты в характерных точках:

$$M_A = 0;$$

$$M_B = F_1 \cdot 4;$$

$$M_B = 20 \cdot 4 = 80 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

В точке С приложен внешний момент пары, поэтому расчет проводим для левого сечения (без момента) и для правого - с моментом  $m$ :

$$M_C^{\text{лев}} = F_1 \cdot 6 - F_2 \cdot 2;$$

$$M_C^{\text{лев}} = 20 \cdot 6 - 45 \cdot 2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Момент положительный.

$$M_C^{\text{прав}} = M_C^{\text{лев}} + m;$$

$$M_C^{\text{прав}} = 30 + 25 = 35 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Момент в заделке:

$$M_D = F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 + m;$$

$$M_D = 20 \cdot 8 - 45 \cdot 4 + 25 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Выбираем соответствующий масштаб по максимальному значению изгибающего момента.

Опасное сечение - сечение балки, где действует максимальный момент. Подбираем размеры балки в опасном сечении по условию прочности:

$$\sigma_{\text{и}}^{\max} = \frac{M_{\text{и}}}{W_x} \leq [\sigma_{\text{и}}];$$

$$W_x \geq \frac{M_{\text{в}}}{[\sigma_{\text{и}}]}.$$

$$W_x = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{160} = 500 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$W_x = 500 \text{ см}^3.$$

Основываясь на значении  $W_x = 500 \text{ см}^3$  по таблице ГОСТ 8239-89 выбираем двутавр № 30а: момент сопротивления  $W_x = 518 \text{ см}^3$ ; площадь сечения  $A = 49,9 \text{ см}^2$ .

**Задание.** Для одноопорной балки (рисунок 16.4), нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом  $m$ , построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Найти максимальный изгибающий момент и из условия прочности подобрать поперечное сечение для балки в виде двутавра и прямоугольника с соотношением сторон  $h = 2b$ . Материал - сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Рассчитать площади поперечных сечений и сделать вывод о целесообразности применения сечения (таблица 16.1).

Таблица 16.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{ кН}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$F_2, \text{ кН}$	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
$m, \text{ кН} \cdot \text{м}$	3	4	5	6	7	7	6	5	4	3
$a, \text{ м}$	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

*a*

*b*

*c*

*d*

*e*

*f*

Рисунок 16.4

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №17**

### **Выполнение расчетов на прочность и жесткость**

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о видах изгиба и внутренних силовых факторах в сечении при изгибе. Знать методы определения внутренних силовых факторов и уметь ими пользоваться. Знать основные правила и порядок построения эпюор поперечных сил и изгибающих моментов. Знать распределение нормальных напряжений по сечению балки при чистом изгибе, расчетные формулы и условия прочности. Уметь, пользуясь уравнениями равновесия, определить величину и направление реакций в опорах. Уметь построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для двух опорной балки.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Из расчета на прочность определить необходимые размеры сечения. Расчеты сил и моментов провести по характерным точкам.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

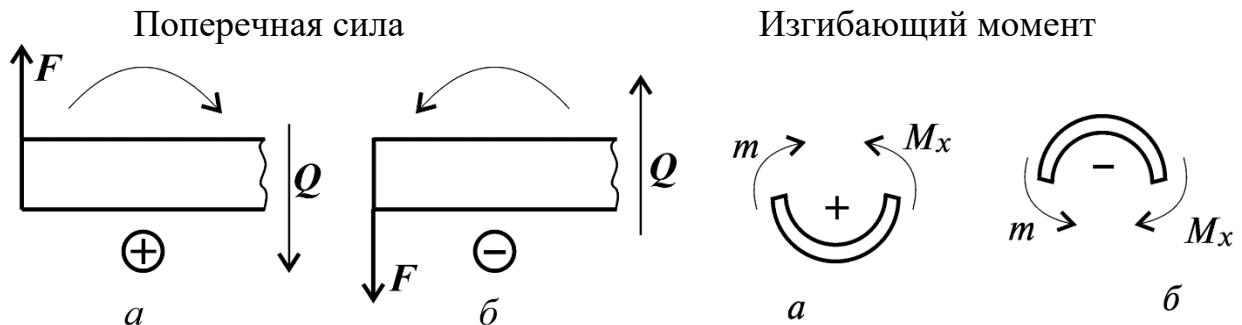
1. Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называется *силовой плоскостью*. Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется *главной плоскостью бруса*. Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, изгиб называют *прямым*.

При изгибе в сечении могут возникнуть внутренние силовые факторы - поперечная сила и изгибающий момент. Если в сечении возникает только изгибающий момент, изгиб называют *чистым*, если возникает изгибающий момент и поперечная сила, изгиб называют *поперечным*.

2. Распределение внутренних силовых факторов оформляется в виде графиков - эпюр.

При поперечном изгибе строят два графика: поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_i$ .

Знаки поперечных сил и изгибающих моментов (рисунок 17.1)

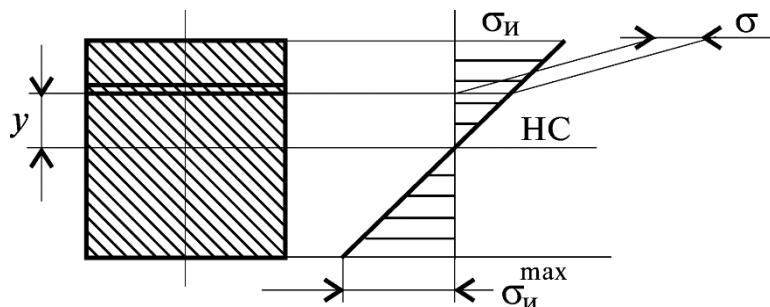


*Рисунок 17.1*

3. Нормальные напряжения при чистом изгибе (рисунок 17.2)

Максимальное напряжение изгиба возникает на поверхности балки.

4. При проектировочном расчете на изгиб определяют потребное сечение бруса по моменту сопротивления сечению  $W_x$ . Рациональными сечениями при изгибе для стали являются швеллеры и двутавры.



*Рисунок 17.2*

Опасное сечение - сечение балки, где действует максимальный момент. Подбираем размеры балки в опасном сечении по условию прочности:

$$\sigma_i^{max} = \frac{M_i}{W_x} \leq [\sigma_i]; W_x \geq \frac{M_i}{[\sigma_i]}.$$

5. Основные правила построения эпюров в случае приложения распределенной нагрузки. Контроль правильности решений.

a) Для участка балки с равномерно распределенной нагрузкой поперечная сила  $Q$  изменяется по линейному закону, эпюра ограничена

наклонной прямой. Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, эпюра  $M_x$  ограничена параболой второго порядка.

б) В сечении, где эпюра  $Q$  переходит через ноль (наклонная линия пересекает ось абсцисс), изгибающий момент экстремален: касательная к эпюре  $M_x$  в этом месте параллельна оси абсцисс.

в) Параболическая и прямолинейная части эпюр момента там, где кончается или начинается распределенная нагрузка, сопрягаются плавно, без излома, если в соответствующем сечении к балке не приложена сосредоточенная сила.

г) Если распределенная нагрузка направлена вниз, то эпюра момента очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

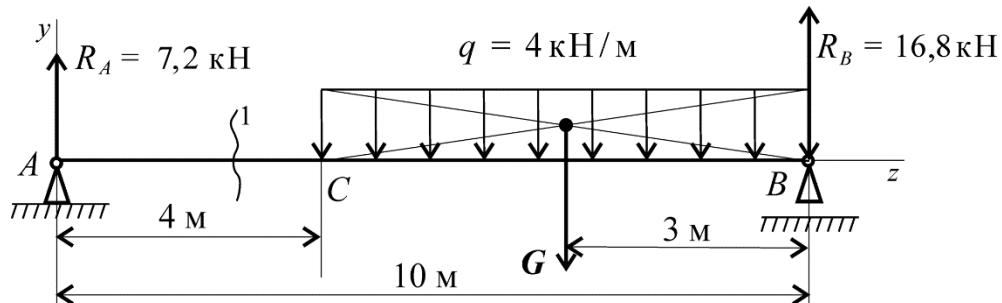
д) Из теоремы Журавского следует:

- если на участке  $Q > 0, M_i$  растет;
- если на участке  $Q < 0, M_i$  убывает;

- если на участке  $Q = 0$ , изгибающий момент постоянен (чистый изгиб);

- если в точке  $Q = 0$ , изгибающий момент достигает экстремального значения ( $M_{ii}^{min}$  или  $M_{ii}^{max}$ ).

**Пример 1.** Построить эпюры  $Q$  и  $M_i$  для двух опорной балки (рисунок 17.3). На одном из участков действует распределенная нагрузка интенсивностью  $q$ .



*Рисунок 17.3*

### Решение

При определении реакций в опорах распределенную нагрузку заменяют суммарной сосредоточенной и помещают ее в середине участка, где она действует (рисунок 17.3).

$$G = q \cdot l;$$

$$G = 4 \cdot 6 = 24 \text{ кН.}$$

При построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов распределенная нагрузка учитывается постепенно.

Расчет балки можно провести по характерным точкам, при этом необходимо знать правила построения эпюр, перечисленные выше в практической работе.

Определяем реакции в опорах балки:

$$\sum m_A = 0; G \cdot 7 - R_B \cdot 10 = 0;$$

$$R_B = \frac{G \cdot 7}{10} = \frac{24 \cdot 7}{10} = 16,8 \text{ кН};$$

$$\sum m_B = 0; R_A \cdot 10 - G \cdot 3 = 0;$$

$$R_A = \frac{G \cdot 3}{10} = \frac{24 \cdot 3}{10} = 7,2 \text{ кН};$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0; R_A - G + R_B = 0;$$

$$7,2 - 24 + 16,8 = 0.$$

### ***Построение эпюр***

Анализируем схему балки (рисунок 17.4).

Рассмотрим участок 1 до сечения 1.

В опоре A действует сосредоточенная сила  $R_A = 7,2 \text{ кН}$ . На участке 1 поперечная сила остается постоянной:  $Q_1 = R_A = 7,2 \text{ кН}$ .

Изгибающий момент в точке A равен нулю, так как здесь нет момента внешней пары сил:  $M_A = 0$ .

Момент в точке C (граница участка,  $z = 4 \text{ м}$ )  $M_C = R_A \cdot 4; M_C = 7,2 \cdot 4 = 28,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Эпюра очерчивается прямой линией, наклонной к оси  $O_z$ .

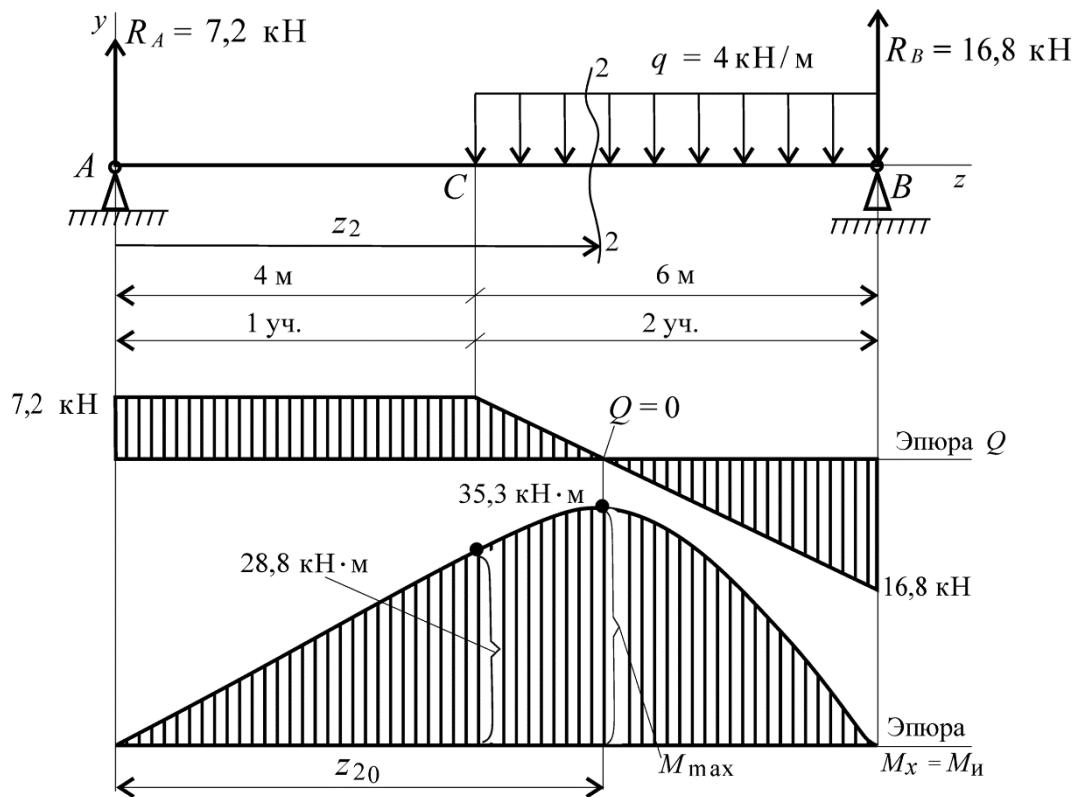
Рассмотрим участок 2. Здесь действует распределенная нагрузка интенсивностью  $q = 4 \text{ кН}/\text{м}$ . При перемещении вдоль оси балки направо распределенная нагрузка суммируется. Эпюра  $O_2$  - прямая линия, наклонная к оси  $O_z$ . Распределенная нагрузка направлена вниз (см. Основные правила построения эпюр, п. 4), здесь эпюра изгибающего момента очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

Для построения эпюры моментов необходимо составить уравнение поперечной силы на участке 2 и приравнять величину поперечной силы

нулю. Из уравнения можно определить координату точки, в которой изгибающий момент экстремален.

Проводим необходимые расчеты, определяем величины поперечных сил и изгибающих моментов в характерных точках.

Реакция в опоре  $R_A$  и распределенная нагрузка направлены в разные стороны. Следовательно, возможна точка, в которой, по правилу 2,  $O_2 = 0$ , а изгибающий момент экстремален.



*Рисунок 17.4*

Рассмотрим участок 2 до сечения 2.

Уравнение поперечной силы:

$$Q_2 = R_A - q(z_2 - 4) = 0.$$

Откуда:

$$z_{2_0} = \frac{R_A}{q} + 4;$$

$$z_{2_0} = \frac{7,2}{4} + 4 = 5,8 \text{ м.}$$

$z_{2_0}$  - координата точки, где изгибающий момент экстремален, так как  $Q_2 = 0$ .

Уравнение момента на участке 2:

$$M_{x_2} = R_A \cdot z_2 - q \cdot \frac{(z_2 - 4)^2}{2}$$

При  $z_{2_0} = 5,8$  м  $M_{x_2} = M_{x_2}^{max}$ .

Максимальное значение изгибающего момента на участке 2:

$$M_{x_2}^{max} = 7,2 \cdot 5,8 - 4 \cdot \frac{(5,8 - 4)^2}{2} = 35,3 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Значения поперечной силы и изгибающего момента в точке  $B$ :

$$Q_B = R_B = 16,8 \text{ кН}; M_B = 0.$$

Строим эпюру поперечной силы. Первый участок - прямая линия, параллельная оси  $O_z$ . В точке  $C$  эпюра становится наклонной.

Участок 1 эпюра - прямая линия;  $M_A = 0$ ;  $M_C = 28,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Участок 2 эпюра - парабола с экстремумом в точке  $z = 5,8$  м;  $M_x^{max} = 35,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  
 $M_B = 0$ .

**Пример 2.** На двухпорную балку действуют сосредоточенные силы и моменты. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рисунок 17.5).

Для двухпорной балки построение эпюр начинают с определения опорных реакций балки. Для их определения используем систему уравнений равновесия, составляем два уравнения моментов относительно шарнирных опор. Затем проводим проверку правильности решения по уравнению  $\sum F_{ky} = 0$ .

### Решение

1. Определение реакций в опорах. Уравнения равновесия:

$$\sum m_A = 0; -F_1 \cdot 6 + m - R_B \cdot 10 + F_2 \cdot 12 = 0;$$

$$-35 \cdot 6 + 80 - R_B \cdot 10 + 70 \cdot 12 = 0;$$

$$R_B \cdot 10 = -210 + 80 + 840;$$

$$R_B = 71 \text{ кН.}$$

$$\sum m_B = 0; R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 4 + m + F_2 \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 10 + 80 + 35 \cdot 4 + 70 \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 10 = -80 - 140 - 140 = -360;$$

$$R_A = -36 \text{ кН.}$$

Реакция в опоре направлена в обратную сторону.

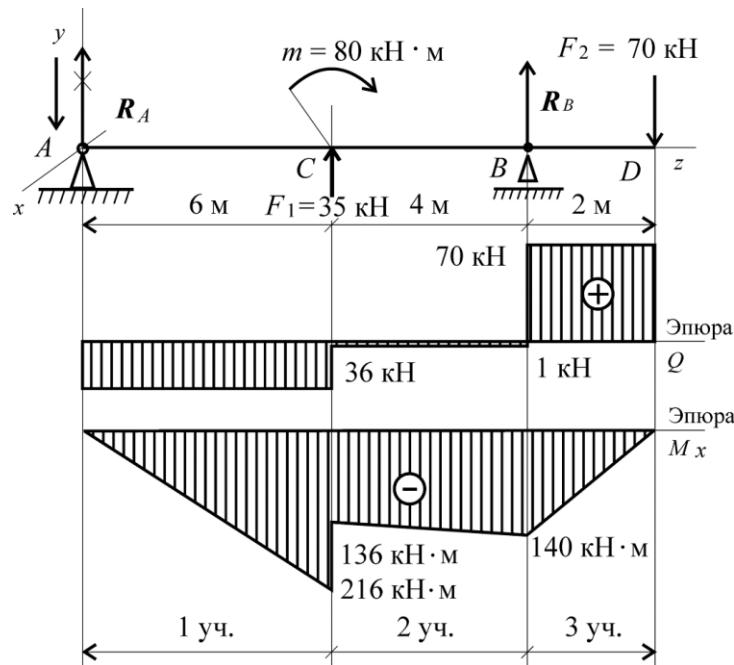
Проверка:

$$\sum F_y = 0;$$

$$-R_A + F_1 + R_B - F_2 = 0;$$

$$-36 + 35 + 71 - 70 = 0.$$

Реакции определены, верно.



*Рисунок 17.5*

2. Для упрощения расчетов при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно провести расчет *по характерным точкам* без составления уравнений. Для этого используют известные связи между поперечной силой и изгибающим моментом и правила построения эпюр.

*Участок 1* (от точки  $A$  до точки  $C$ ).

В точке  $A$  приложена реакция  $R_A$ , направленная вниз. Поперечная сила на участке постоянна:  $Q_1 = R_A = -36 \text{ кН}$ .

Момент в точке  $A$  равен нулю.

Точка  $C$  (слева). Приложена внешняя сила  $F_1 = 35 \text{ кН}$ , направленная вверх, — здесь возникнет скачок вверх на величину  $35 \text{ кН}$ . Момент в точке  $C$  (слева) может быть рассчитан по известной зависимости:  $M_C^{\text{слева}} = -R_A \cdot 6; M_C^{\text{слева}} = -36 \cdot 6 = -216 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

*Участок 2* (от точки  $C$  справа до точки  $B$ ).

Поперечная сила в точке  $C$  (справа) равна:

$$Q_C = -R_A + F_1; Q_C = -36 + 35 = -1 \text{ кН}.$$

В точке  $C$  приложена внешняя пара сил с моментом  $80 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , следовательно, здесь проявляется скачок на величину приложенного момента:  $M_C^{\text{справа}} = M_C^{\text{слева}} + m; M_C^{\text{справа}} = -216 + 80 = 136 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Поперечная сила на втором участке постоянна:  $Q_2 = Q_C^{\text{справа}}$ .

Момент в точке  $B$  определяется по зависимости

$$M_B = -R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 4 + m;$$

$$M_B = -36 \cdot 10 + 35 \cdot 4 + 80 = -140 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Справа и слева от точки  $B$  момент имеет одинаковые значения.

*Участок 3* (от точки  $B$  (справа) до точки  $D$ ).

В точке  $B$  приложена внешняя сила  $R_B$ . Здесь появляется скачок на величину  $71 \text{ кН}$ ,  $Q_B = -1 + 71 = 70 \text{ кН}$ .

Дальше по участку поперечная сила не изменяется. Момент в точке  $D$  равен нулю, так как здесь не приложена внешняя пара сил:  $M_D = 0$ .

Рассмотрение поперечных сил и изгибающих моментов можно было провести и справа налево.

По полученным значениям сил и моментов строим эпюры.

Опасное сечение — сечение балки, где действует максимальный момент.

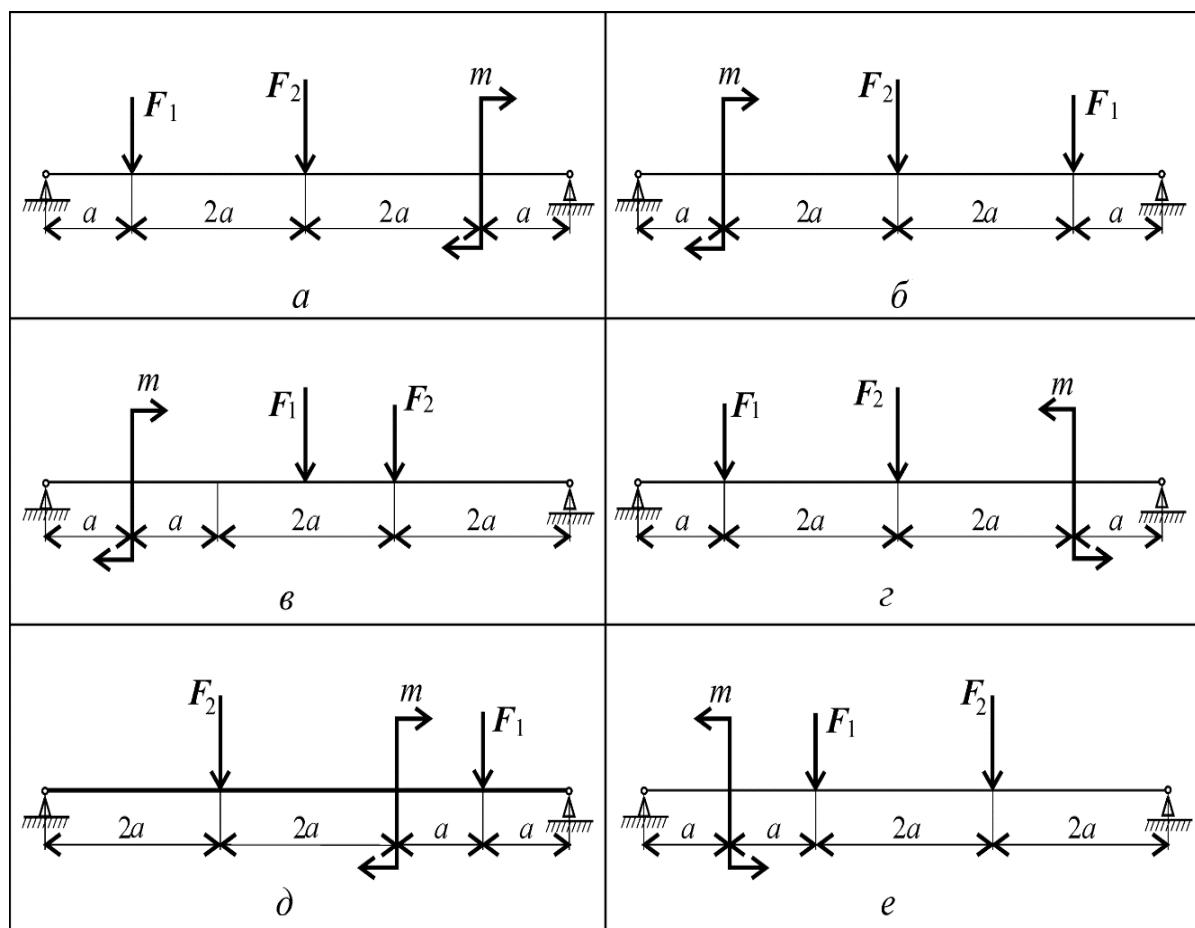
Подбираем размеры балки в опасном сечении по условию прочности:

$$\sigma_{\text{и}}^{\max} = \frac{M_{\text{и}}}{W_x} \leq [\sigma_{\text{и}}]; W_x \geq \frac{M_{\text{в}}}{[\sigma_{\text{и}}]}.$$

Допускаемое напряжение изгиба для материала балки 160 МПа.  
 $W_x = 216 \cdot 106 / 160 = 1350 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$ . Выбираем двутавр № 50.

**Задание.**

1. Из условия равновесия определить реакции в шарнирах (рисунок 17.6).
2. Определить поперечные силы на участках балки и построить эпюру поперечных сил (таблица 17.1).
3. Провести расчет изгибающих моментов по опорным точкам и построить эпюру изгибающих моментов.
4. Из условия прочности на изгиб определить потребный момент сопротивления сечения балки. Расчет провести в опасном сечении.
5. По таблице ГОСТ 8240-89 и ГОСТ 8239-89 определить потребное поперечное сечение балки [1].



*Рисунок 17.6*

Таблица 17.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$F_2$ , кН	4,4	4,8	7,8	8,4	12	12,8	17	18	22,8	24
$m$ , кН · м	3	4	5	6	7	7	6	5	4	3
$a$ , м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,6	0,6

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №18

### Выполнение расчетно-графической работы по теме «изгиб»

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** иметь представление о видах изгиба и внутренних силовых факторах в сечении при изгибе. Знать методы определения внутренних силовых факторов и уметь ими пользоваться. Знать основные правила и порядок построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Знать распределение нормальных напряжений по сечению балки при чистом изгибе, расчетные формулы и условия прочности. Уметь, пользуясь уравнениями равновесия, определить величину и направление реакций в опорах. Уметь построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов для двух опорной балки.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Из расчета на прочность определить необходимые размеры сечения. Расчеты сил и моментов провести по характерным точкам.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

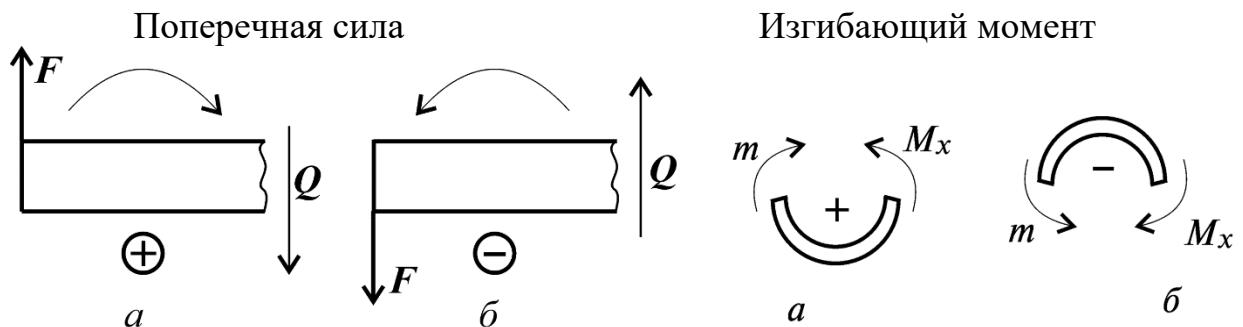
1. Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты, называется *силовой плоскостью*. Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения, называется *главной плоскостью бруса*. Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, изгиб называют прямым.

При изгибе в сечении могут возникнуть внутренние силовые факторы - поперечная сила и изгибающий момент. Если в сечении возникает только изгибающий момент, изгиб называют *чистым*, если возникает изгибающий момент и поперечная сила, изгиб называют *поперечным*.

2. Распределение внутренних силовых факторов оформляется в виде графиков - эпюров.

При поперечном изгибе строят два графика: поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_x$ .

Знаки поперечных сил и изгибающих моментов (рисунок 18.1)

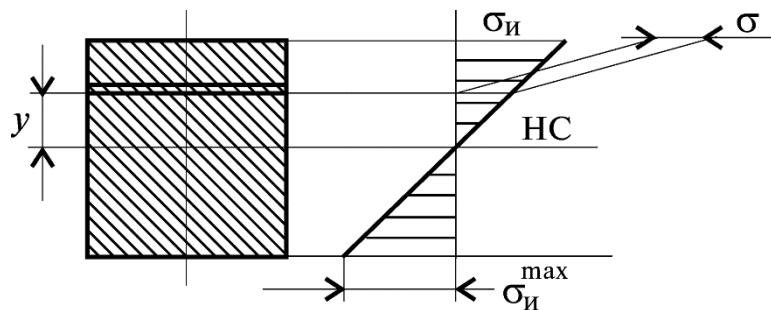


*Рисунок 18.1*

3. Нормальные напряжения при чистом изгибе (рисунок 18.2)

Максимальное напряжение изгиба возникает на поверхности балки.

4. При проектировочном расчете на изгиб определяют потребное сечение бруса по моменту сопротивления сечению  $W_x$ . Рациональными сечениями при изгибе для стали являются швеллер и двутавр.



*Рисунок 18.2*

Опасное сечение - сечение балки, где действует максимальный момент. Подбираем размеры балки в опасном сечении по условию прочности:

$$\sigma_{ii}^{max} = \frac{M_{ii}}{W_x} \leq [\sigma_{ii}]; W_x \geq \frac{M_{ii}}{[\sigma_{ii}]}.$$

5. Основные правила построения эпюор в случае приложения распределенной нагрузки. Контроль правильности решений.

a) Для участка балки с равномерно распределенной нагрузкой поперечная сила  $Q$  изменяется по линейному закону, эпюра ограничена наклонной прямой. Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, эпюра  $M_x$  ограничена параболой второго порядка.

б) В сечении, где эпюра  $Q$  переходит через ноль (наклонная линия пересекает ось абсцисс), изгибающий момент экстремален: касательная к эпюре  $M_x$  в этом месте параллельна оси абсцисс.

в) Параболическая и прямолинейная части эпюры моментов там, где кончается или начинается распределенная нагрузка, сопрягаются плавно, без излома, если в соответствующем сечении к балке не приложена сосредоточенная сила.

г) Если распределенная нагрузка направлена вниз, то эпюра момента очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

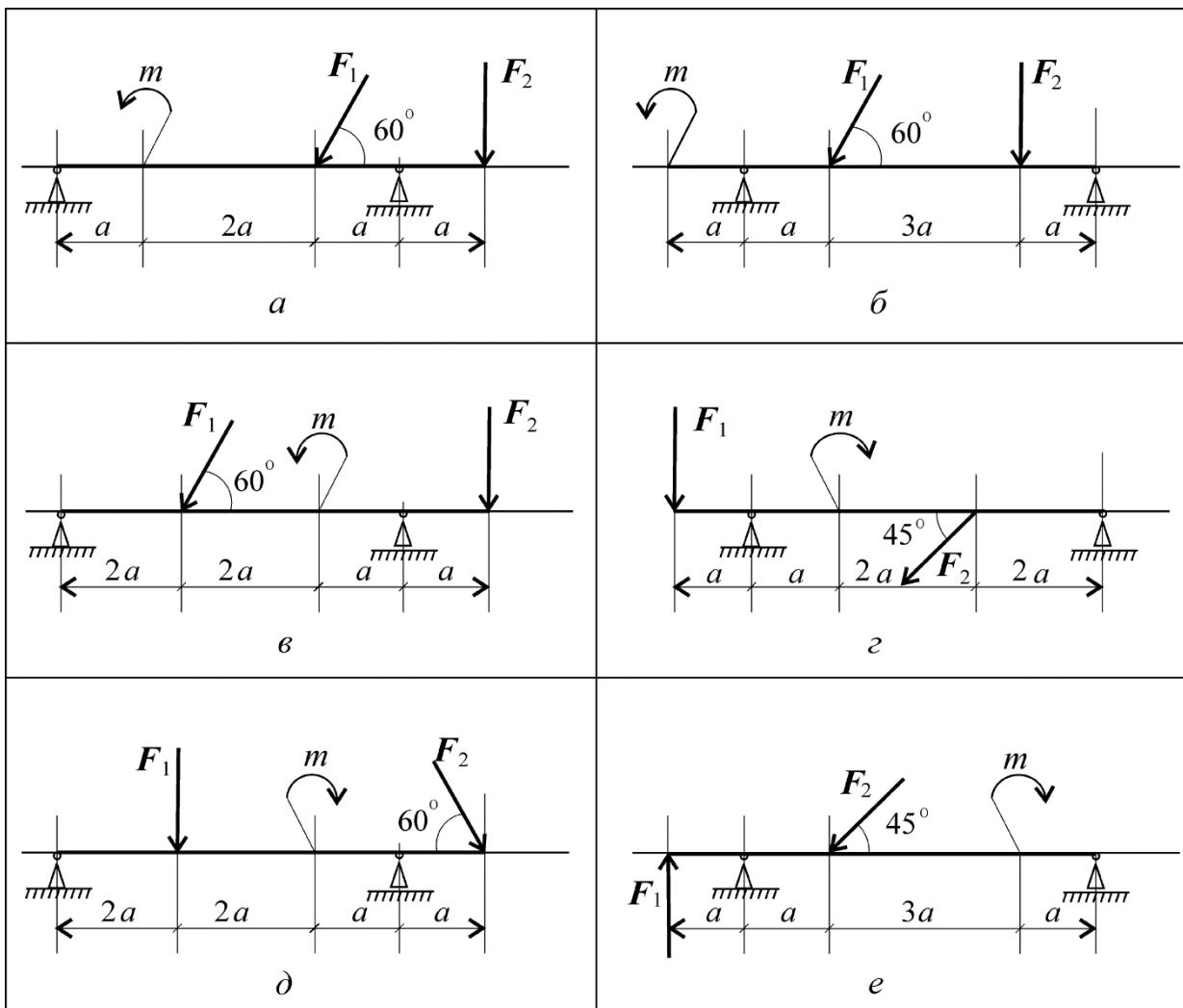
д) Из теоремы Журавского следует:

- если на участке  $Q > 0, M_{ii}$  растет;
- если на участке  $Q < 0, M_{ii}$  убывает;
- если на участке  $Q = 0$ , изгибающий момент постоянен (чистый изгиб);
- если в точке  $Q = 0$ , изгибающий момент достигает экстремального значения ( $M_{ii}^{min}$  или  $M_{ii}^{max}$ ).

**Пример:** см. практическая работа №17

### Задание.

1. Из условия равновесия определить реакции в шарнирах (рисунок 18.3).
2. Определить поперечные силы на участках балки и построить эпюру поперечных сил (таблица 18.1).
3. Провести расчет изгибающих моментов по опорным точкам и построить эпюру изгибающих моментов.
4. Из условия прочности на изгиб определить потребный момент сопротивления сечения балки. Расчет провести в опасном сечении.
5. По таблице ГОСТ 8240-89 и ГОСТ 8239-89 определить потребное поперечное сечение балки [1].



*Рисунок 18.3*

Таблица 18.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1$ , кН	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$F_2$ , кН	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5
$m$ , кН · м	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$a$ , м	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2]

## **Практическая работа №19**

### **Решение задач по расчету вала цилиндрического косозубого редуктора на совместную деформацию изгиба и кручения**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** иметь представление о напряженном состоянии в точке упругого тела, о теории предельных напряженных состояний, об эквивалентном напряженном состоянии, о гипотезах прочности. Знать формулы для эквивалентных напряжений по гипотезе наибольших касательных напряжений и гипотезе энергии формоизменения. Уметь рассчитать брус круглого поперечного сечения на прочность при сочетании основных деформаций.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Для промежуточного вала редуктора определить потребный диаметр вала в опасном сечении по теории максимальных касательных напряжений.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Напряженное состояние в точке.

Напряженное состояние в точке характеризуется нормальными и касательными напряжениями, возникающими на всех площадках, проходящих через данную точку.

Обычно достаточно определить напряжения на трех взаимно перпендикулярных площадках. Точку принято изображать в виде маленького элемента в виде куба.

Напряженное состояние в данной точке полностью определяется, если известны напряжения по трем взаимно перпендикулярным граням куба, построенного вокруг точки. Если на площадках отсутствуют касательные напряжения, площадки называются *главными*, а нормальные напряжения - *главными напряжениями*.

Напряженные состояния бывают *трехосными*, *двухосными*, *одноосными* (*упрощенное плоское состояние*).

2. Сложное деформированное состояние в точке.

Совокупность деформаций, возникающих по различным направлениям и в различных плоскостях, проходящих через точку, определяют *деформированное состояние в этой точке*.

Сложное деформированное состояние возникает, если деталь одновременно подвергается несколькими простейшим нагрузлениям. В ряде случаев нормальные и касательные напряжения, возникающие в детали, имеют одинаковый порядок и их необходимо учитывать

одновременно. Расчет проводится при сложном деформированном состоянии.

3. В этом случае применяют теории прочности, созданные для разных групп материалов, чтобы заменить сложное деформированное состояние равноопасным простым «эквивалентным» состоянием. Обычно сложное напряженное состояние заменяют простым равноопасным растяжением. Расчетное напряжение в этом случае называют эквивалентным напряжением.

Опасное состояние вызывается различными факторами. Разработано несколько различных *гипотез предельных состояний*, при расчете используют наиболее подходящую для данного материала гипотезу.

Предельным напряжением для хрупких материалов является предел прочности.

Предельное напряжение для пластичных материалов - предел текучести.

Детали из среднеуглеродистых сталей (пластичные) разрушаются при достижении касательных напряжений опасных значений. Расчет можно проводить по теории максимальных касательных напряжений. Ее не применяют для хрупких материалов. Пластичные материалы можно рассчитывать и по гипотезе энергии формоизменения. Расхождение около 13%.

Хрупкие материалы можно рассчитывать по теории прочности Мора.

Гипотеза Мора предполагает, что опасное состояние материала наступает, когда на некоторой площадке возникает наиболее неблагоприятная комбинация нормального и касательного напряжений.

Эквивалентное напряжение по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

Эквивалентное напряжение по гипотезе энергии формоизменения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2},$$

где  $\tau = M_k/W_p$  - расчетное касательное напряжение;

$\sigma = M_u/W_x$  - расчетное нормальное напряжение.

Условие прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где  $M_{\text{экв}}$  - эквивалентный момент.

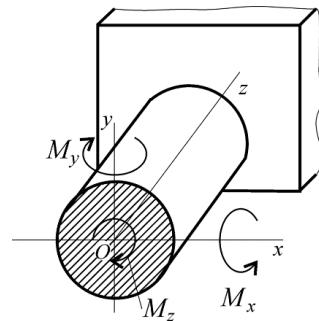
Эквивалентный момент по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_i^2 + M_k^2}.$$

Эквивалентный момент по гипотезе энергии формоизменения:

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_i^2 + 0,75 \cdot M_k^2}.$$

**Пример 1.** В опасном поперечном сечении круглого бруса возникают внутренние силовые факторы (рисунок 19.1)  $M_x$ ;  $M_y$ ;  $M_z$ .

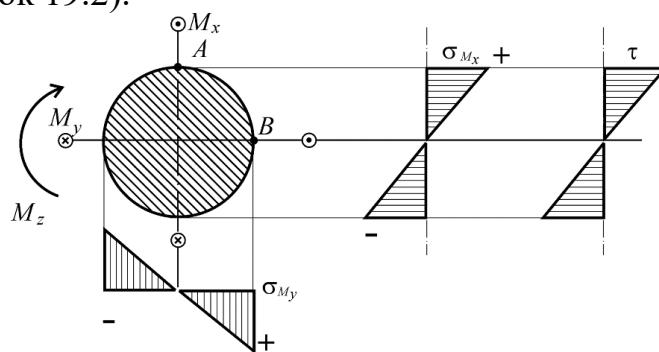


*Рисунок 19.1*

$M_x$  и  $M_y$  - изгибающие моменты в плоскостях  $O_y$  и  $O_x$  соответственно;  $M_z$  - крутящий момент. Проверить прочность по гипотезе наибольших касательных напряжений, если  $[\sigma] = 120$  МПа. Исходные данные:  $M_x = 0,9$  кН · м;  $M_y = 0,8$  кН · м;  $M_z = 2,2$  кН · м;  $d = 60$  мм.

#### Решение

Строим эпюры нормальных напряжений от действия изгибающих моментов относительно осей  $O_y$  и  $O_x$  и эпюру касательных напряжений от кручения (рисунок 19.2).



*Рисунок 19.2*

Максимальное касательное напряжение возникает на поверхности. Максимальные нормальные напряжения от момента  $M_x$  возникают в точке  $A$ , максимальные нормальные напряжения от момента  $M_y$  в точке  $B$ . Нормальные напряжения складываются, потому что изгибающие моменты во взаимно перпендикулярных плоскостях геометрически суммируются.

Суммарный изгибающий момент:

$$M_i = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$M_i = \sqrt{0,9^2 + 0,8^2} = 1,2 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Рассчитываем эквивалентный момент по теории максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_i^2 + M_k^2};$$

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{1,2^2 + 2,2^2} = 2,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Условие прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_{\text{осевое}}} \leq [\sigma];$$

$$W_{\text{осевое}} = W_x = W_y$$

Момент сопротивления сечения:

$$W_{\text{осевое}} = 0,1 \cdot 60^3 = 21600 \text{ мм}^3.$$

Проверяем прочность:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{2,5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{21600}} = 115,7 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа.}$$

Прочность обеспечена.

**Пример 2.** Из условия прочности рассчитать необходимый диаметр вала. На валу установлены два колеса, в зацеплении действуют окружные и радиальные силы. В горизонтальной плоскости действуют  $F_{t1} = 1,2 \text{ кН}$ ;

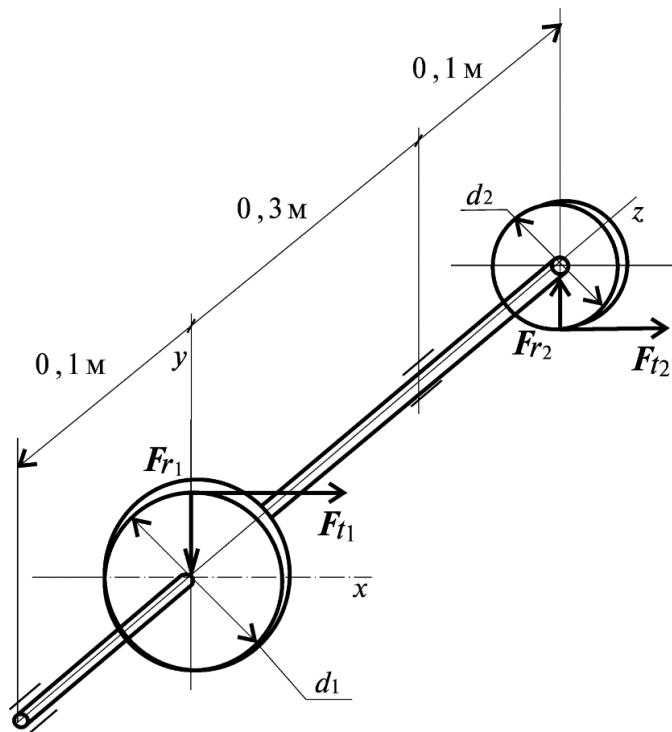
$F_{t2} = 2$  кН, в вертикальной  $F_{r1} = -0,43$  кН;  $F_{r2} = 0,72$  кН. Диаметры колес соответственно  $d_1 = 0,1$  м;  $d_2 = 0,06$  м. Принять для материала вала  $[\sigma] = 50$  МПа.

### Решение

Определяем реакции в опорах в горизонтальной и вертикальной плоскостях в отдельности. Строим эпюры изгибающих моментов (см. рисунок 19.4).

Под действием окружных сил вал скручивается. Определим величину действующего крутящего момента.

Составим расчетную схему вала (рисунок 19.3).



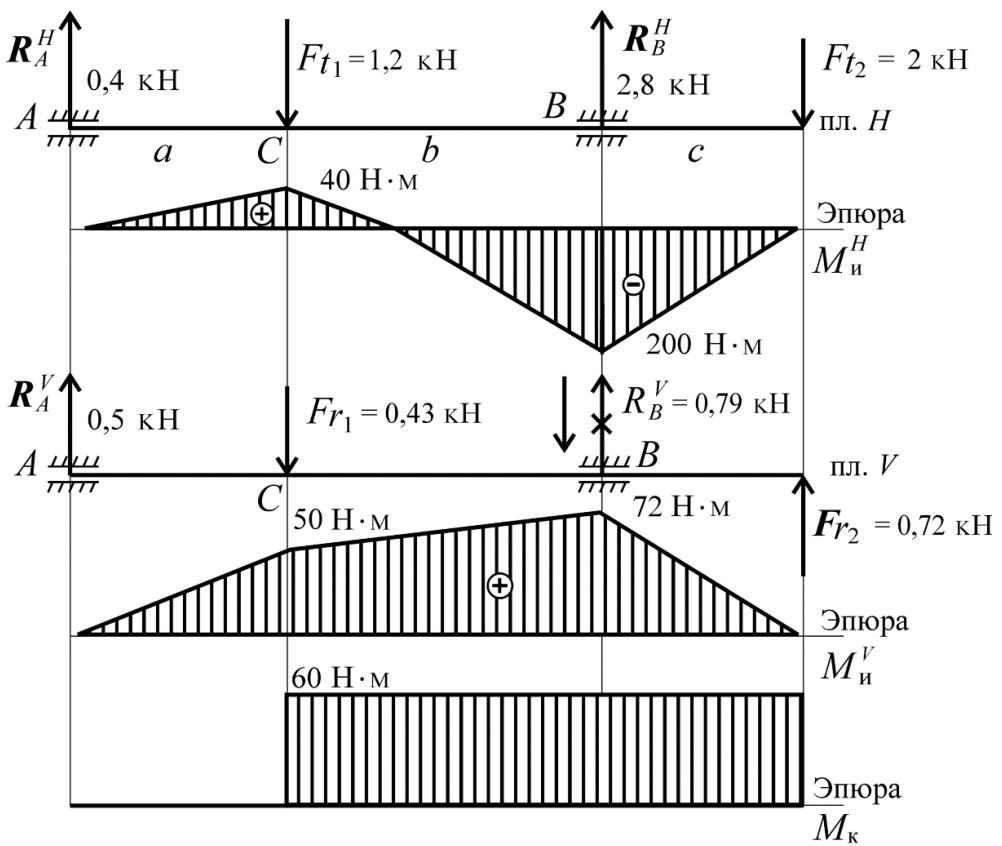
*Рисунок 19.3*

1. Крутящий момент на валу:

$$M_{\kappa} = M_{\text{вр}} = F_{t1} \cdot \frac{d_1}{2} = F_{t2} \cdot \frac{d_2}{2};$$

$$M_{\kappa} = 1,2 \cdot \frac{0,1}{2} = 0,06 \text{ кН} \cdot \text{м} = 60 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

2. Изгиб рассматриваем в двух плоскостях: горизонтальной (пл.  $H$ ) и вертикальной (пл.  $V$ ).



*Рисунок 19.4*

В горизонтальной плоскости определяем реакции в опоре:

$$\sum m_A^H = F_{t1} \cdot a - R_B^H \cdot (a + b) + F_{t2} \cdot (a + b + c) = 0;$$

$$1,2 \cdot 0,1 - R_B^H \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,5 = 0;$$

$$R_B^H = 2,8 \text{ кН};$$

Определяем изгибающие моменты в точках *C* и *B*:

$$M_C^H = 400 \cdot 0,1 = 40 \text{ H}\cdot\text{м};$$

$$M_B^H = -2000 \cdot 0,1 = 200 \text{ H}\cdot\text{м};$$

В вертикальной плоскости определяем реакции в опоре:

$$\sum m_A^V = F_{r1} \cdot a - R_B^V \cdot (a + b) - F_{r2} \cdot (a + b + c) = 0;$$

$$0,43 \cdot 0,1 - R_B^V \cdot 0,4 - 0,72 \cdot 0,5 = 0;$$

$$R_B^V = -0,79 \text{ кН};$$

$$\sum m_B^V = R_A^V \cdot (a + b) - F_{r1} \cdot b - F_{r2} \cdot c = 0.$$

$$R_A^V \cdot 0,4 - 0,43 \cdot 0,3 - 0,72 \cdot 0,1 = 0;$$

$$R_A^V = 0,5 \text{ кН.}$$

Определяем изгибающие моменты в точках  $C$  и  $B$ :

$$M_C^V = R_A^V \cdot a;$$

$$M_C^V = 500 \cdot 0,1 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_B^V = F_{r2} \cdot c;$$

$$M_B^V = 720 \cdot 0,1 = 72 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Суммарные изгибающие моменты в точках  $C$  и  $B$ :

$$M_C = \sqrt{(M_C^H)^2 + (M_C^V)^2};$$

$$M_C = \sqrt{40^2 + 50^2} = 63 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_B = \sqrt{(M_B^H)^2 + (M_B^V)^2};$$

$$M_B = \sqrt{(-200)^2 + 72^2} = 215 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

В точке  $B$  максимальный изгибающий момент, здесь же действует и крутящий момент.

Расчет диаметра вала ведем по наиболее нагруженному сечению.

3. Эквивалентный момент в точке  $B$  по третьей теории прочности:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_H^2 + M_K^2};$$

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{215^2 + 60^2} \cong 223 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

4. Определяем диаметр вала круглого поперечного сечения из условия прочности:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \frac{M_{\text{ЭКВ}}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$W_x \cong 0,1 \cdot d^3;$$

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \frac{M_{\text{ЭКВ}}}{0,1 \cdot d^3} \leq [\sigma].$$

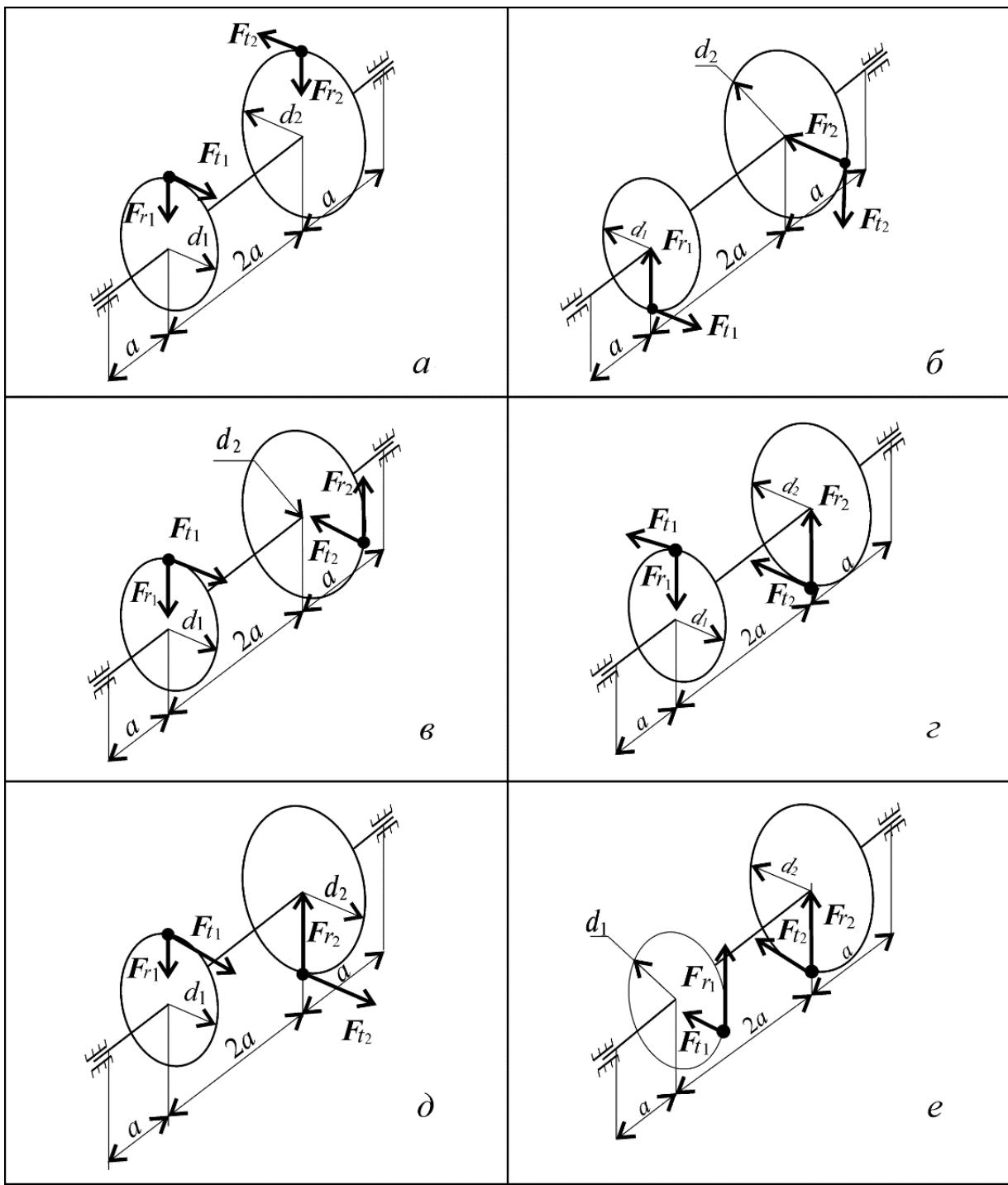
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ}}}{0,1 \cdot [\sigma]}};$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{223 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 50}} = 35,5 \text{ мм.}$$

Округляем полученную величину:  $d = 36 \text{ мм.}$

При назначении диаметров вала необходимо пользоваться стандартным рядом диаметров.

**Задание.** Для промежуточного вала редуктора (рисунок 19.5), передающего мощность  $P$  при угловой скорости  $\omega$  (таблица 19.1), определить вертикальную и горизонтальную составляющие реакций подшипников, построить эпюры кручущего момента и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Определить диаметры вала по сечениям, приняв  $[\sigma] = 60 \text{ МПа}$  и полагая  $F_r = 0,364 \cdot F_t$ . Расчет произвести по гипотезе максимальных касательных напряжений.



*Рисунок 19.5*

*Указание.* Окружную силу определить по формуле

$$F_t = \frac{2 \cdot M}{d},$$

где  $M = P/\omega$ .

Таблица 19.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P$ , кВт	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22
$\omega$ , рад/с	70	65	62	58	54	50	46	42	38	34
$a$ , мм	60	70	80	90	100	60	70	80	90	100
$d_1$ , мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$d_2$ , мм	250	240	230	220	210	200	190	180	170	160

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №20

### Решение задач на определение критической силы для сжатого бруса большой гибкости

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** провести расчет критической силы для сжатия бруса большой гибкости.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Провести расчет критической силы для сжатия бруса большой гибкости.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Величину критической силы при осевом сжатии стержней в пределах пропорциональности определяют по формуле Эйлера, Н:

$$P_{kp} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{(\mu \cdot l)^2},$$

где  $E$  - модуль продольной упругости материала стержня, Н/м<sup>2</sup>;

$J_{min}$  - момент инерции сечения стержня относительно оси меньшей жесткости, т. е. наименьший из двух моментов инерции относительно центральных осей, м<sup>4</sup>;

$l$  - длина стержня, м;

$\mu$  - коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня. Для случая шарнирного закрепления обоих концов стержня  $\mu = 1$ ; для случая одного жестко защемленного, а другого свободного концов  $\mu = 2$ ; для случая обоих защемленных концов  $\mu = 0,5$ ; для случая одного защемленного, а другого шарнирно закрепленного концов  $\mu = 2/3 \approx 0,7$ .

2. Критическое напряжение, соответствующее критической силе, определяют по формуле, Н/м<sup>2</sup>:

$$\sigma_{kp} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2},$$

где  $\lambda$  - гибкость стержня;

3. Гибкость стержня определяют по формуле:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}},$$

где  $i_{min}$  - минимальный радиус инерции сечения, определяемый по формуле:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}}.$$

4. Допустимую силу и допускаемое напряжение при продольном изгибе определяют по формулам:

$$[P] = \frac{P_{kp}}{[n_y]} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{[n_y] \cdot (\mu \cdot l)^2};$$

$$[\sigma_y] = \frac{\sigma_{kp}}{[n_y]} = \frac{\pi^2 \cdot E}{[n_y] \cdot \lambda^2},$$

где  $[n_y]$  - нормативный коэффициент запаса устойчивости, зависящий от материала стержня. Для стальных стоек  $[n_y] = 1,8 \div 3,0$ ; для чугунных  $[n_y] = 5,0 \div 5,5$ ; для деревянных  $[n_y] = 3,0 \div 3,2$ .

Так как критическое напряжение не должно превышать предела пропорциональности материала стержня, то величина гибкости  $\lambda$ , при которой применимы приведенные формулы определения критической силы и критического напряжения, должна удовлетворять условию:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{\text{п}}}},$$

где  $\sigma_{\text{п}}$  - предел пропорциональности материала стержня (таблица 20.3).

Для стержней малой гибкости, для которых формула Эйлера не применима, критическое напряжение можно определить по эмпирической формуле:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2,$$

где  $a, b$  и  $c$  - коэффициенты, зависящие от материала и имеющие размерность напряжения. В таблице 20.1 приведены значения коэффициентов  $a, b$  и  $c$  для некоторых материалов.

Таблица 20.1

Материал	<i>a</i>		<i>b</i>		<i>c</i>	
	МН/м <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>	МН/м <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>	МН/м <sup>2</sup>	кг/см <sup>2</sup>
Сталь Ст. 3	304	3100	1,12	11,4	0	0
Сталь Ст. 5	455	4640	3,55	36,2	0	0
Кремнистая сталь	578	5890	3,75	38,2	0	0
Чугун	761	7760	11,77	120	0,052	0,53
Дерево	28,7	293	0,19	1,91	0	0

Допускаемое напряжение при продольном изгибе можно рассматривать, как некоторую часть от допускаемого напряжения на простое сжатие:  $[\sigma_y] = \varphi \cdot [\sigma_{\text{сж}}]$ .

Коэффициент  $\varphi$  называется коэффициентом уменьшения основного допускаемого напряжения на сжатие или коэффициентом продольного изгиба. Коэффициент продольного изгиба зависит от материала и гибкости стойки. В таблице 20.2 приведены значения коэффициента  $\varphi$  в зависимости от материала и гибкости  $\lambda$ . При расчете стоек на устойчивость необходимо стремиться к тому, чтобы главные центральные моменты инерции были равны между собой, так как при этом будет лучше всего использована площадь поперечного сечения.

Таблица 20.2

Гибкость стержня	Стили Ст. 2, Ст. 3, Ст. 4	Сталь Ст. 5	Сталь СПК	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	-	0,25
120	0,45	0,36	0,30	-	0,22
130	0,40	0,33	0,26	-	0,18
140	0,36	0,29	0,23	-	0,16
150	0,32	0,26	0,21	-	0,14
160	0,29	0,24	0,19	-	0,12
170	0,26	0,21	0,17	-	0,11
180	0,23	0,19	0,15	-	0,10
190	0,21	0,17	0,14	-	0,09
200	0,19	0,16	0,13	-	0,08

Таблица 20.3

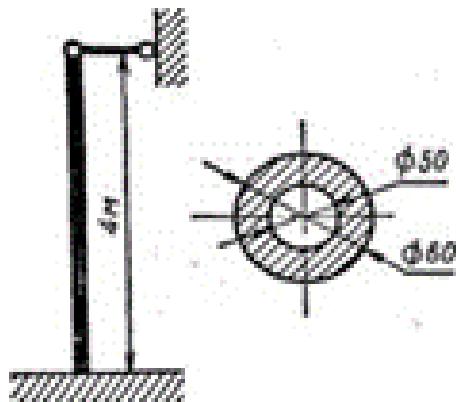
Материал	$\sigma_u, \text{МН/м}^2 (\text{кг/см}^2)$	$E, \text{МН/м}^2 (\text{кг/см}^2)$
Сталь Ст. 3	200 ( $\approx 2000$ )	$2 \cdot 10^5 (\approx 2 \cdot 10^6)$
Легированная сталь	800 ( $\approx 8000$ )	$2 \cdot 10^5 (\approx 2 \cdot 10^6)$
Дюралюминий	210 ( $\approx 2100$ )	$7 \cdot 10^4 (\approx 0,7 \cdot 10^6)$
Дельта-древесина	145 ( $\approx 1450$ )	$2 \cdot 10^4 (\approx 2 \cdot 10^5)$
Текстолит	26 ( $\approx 260$ )	$10^4 (\approx 10^5)$
Гетинакс	39,5 ( $\approx 395$ )	$10^4 (\approx 10^5)$
Балинит	140 ( $\approx 1400$ )	$2 \cdot 10^4 (\approx 2 \cdot 10^5)$

**Пример.** Определить величину критической силы, критического напряжения, допускаемой сжимающей силы и допустимого напряжения для стойки, приведенной на рисунке 20.1. Материал стойки сталь Ст. 3. Требуемый коэффициент запаса устойчивости  $[n_y] = 2,5$ .

**Решение.** Для кольцевого сечения любая центральная ось является главной и все центральные моменты инерции равны между собой. Определяем момент инерции кольцевого сечения стойки:

$$J_{min} = J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4);$$

$$J_{min} = J = \frac{\pi}{64} [(6 \cdot 10^{-2})^4 - (5 \cdot 10^{-2})^4] = 33 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$



**Рисунок 20.1**

Площадь поперечного сечения стойки:

$$F = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2);$$

$$F = \frac{\pi}{4} [(6 \cdot 10^{-2})^2 - (5 \cdot 10^{-2})^2] = 8,64 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Радиус инерции площади сечения:

$$i = \sqrt{\frac{J}{F}};$$

$$i = \sqrt{\frac{33 \cdot 10^{-8}}{8,64 \cdot 10^{-4}}} = 1,95 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

При заданном способе закрепления концов коэффициент длины  $\mu = 0,7$ . Определяем гибкость стойки:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i};$$

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 4}{1,95 \cdot 10^{-2}} = 144.$$

Находим предельную гибкость стойки, для чего из таблицы 20.3 принимаем для стали Ст. 3  $E = 2 \cdot 10^5$  МН/м<sup>2</sup> и  $\sigma_{\text{пп}} = 200$  МН/м<sup>2</sup>.

$$\lambda_{\text{пред}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 100.$$

Так как фактическая гибкость стержня больше предельной ( $\lambda > \lambda_{\text{пред}}$ ), то определяем критическую силу по формуле Эйлера:

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2};$$

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 33 \cdot 10^{-8}}{(0,7 \cdot 4)^2} = 83 \cdot 10^3 \text{ Н};$$

критическое напряжение

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{P_{\text{кр}}}{F};$$

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{83 \cdot 10^3}{8,64 \cdot 10^{-4}} = 96 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Допускаемое значение сжимающей силы и допускаемое напряжение:

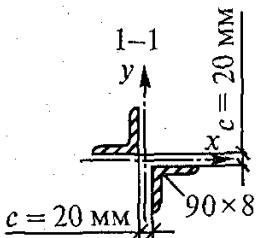
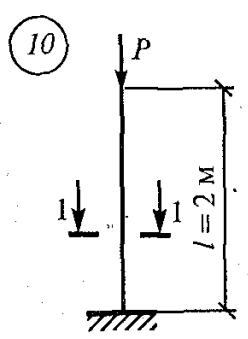
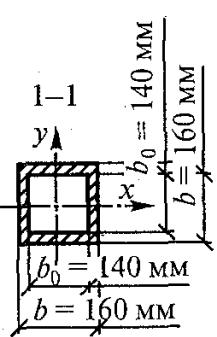
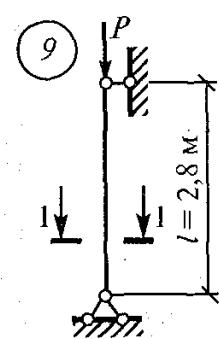
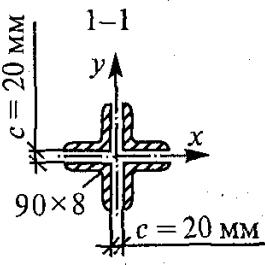
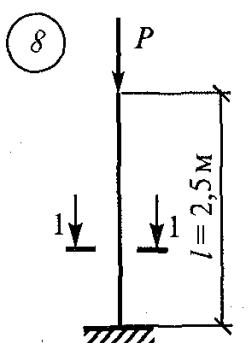
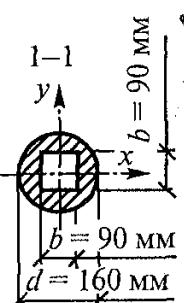
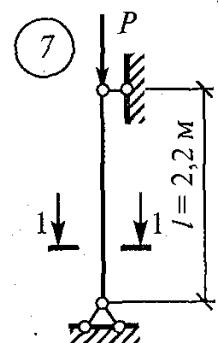
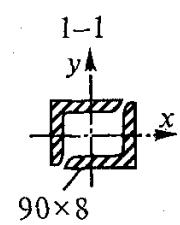
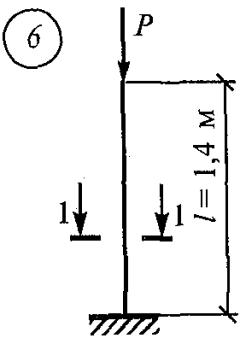
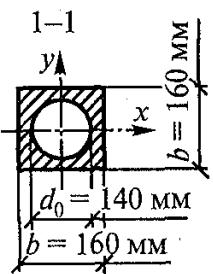
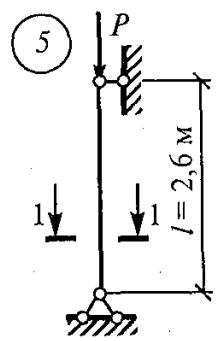
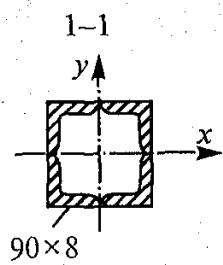
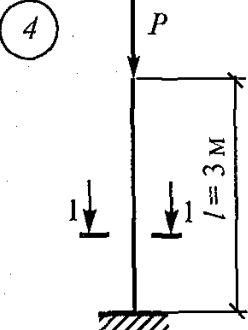
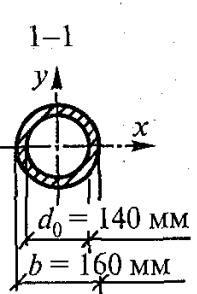
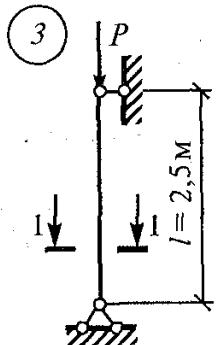
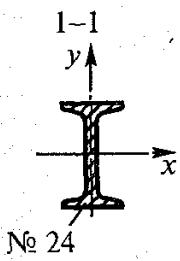
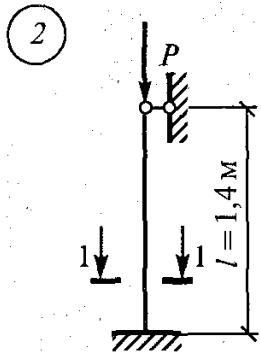
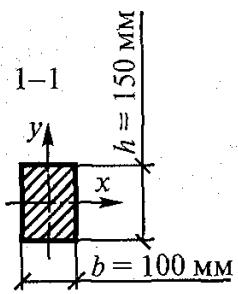
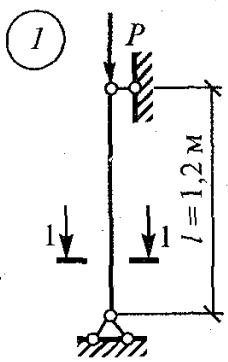
$$[P] = \frac{P_{\text{кр}}}{[n_y]};$$

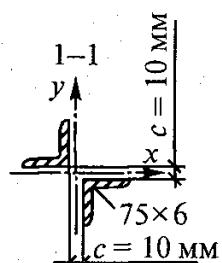
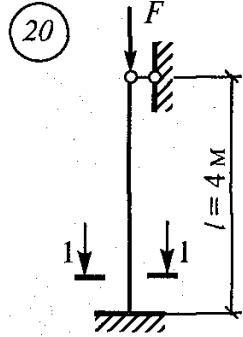
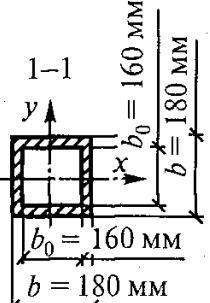
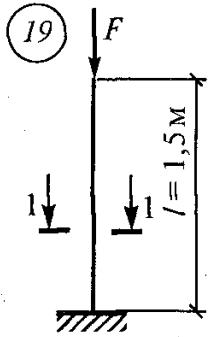
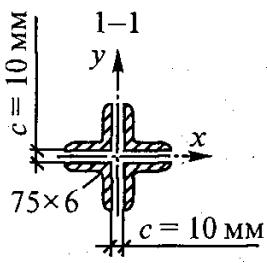
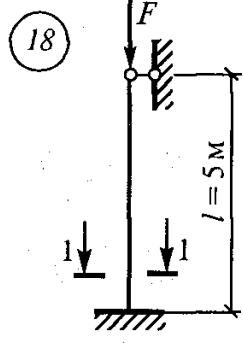
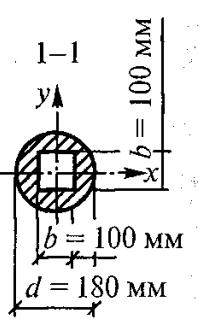
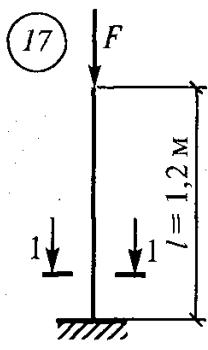
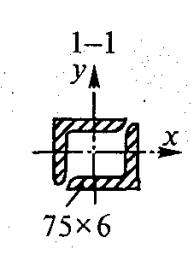
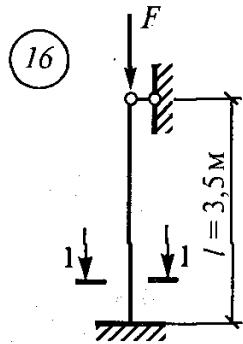
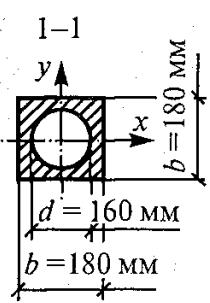
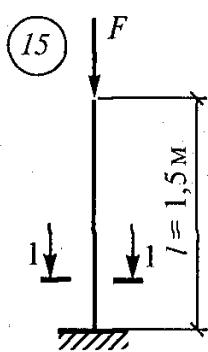
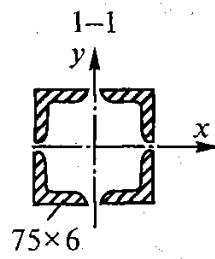
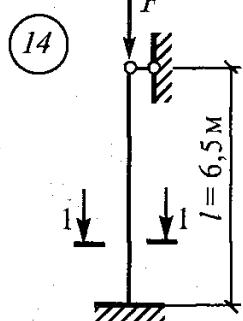
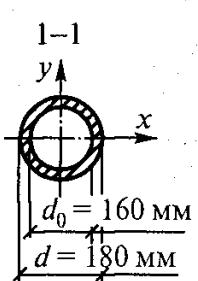
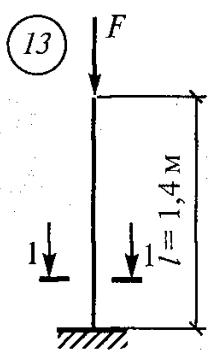
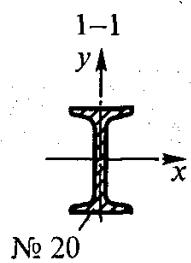
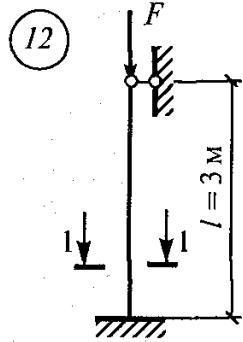
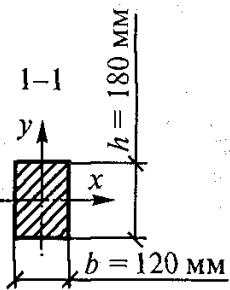
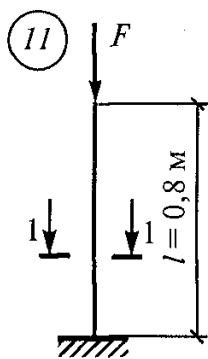
$$[P] = \frac{83 \cdot 10^3}{2,5} = 33,2 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

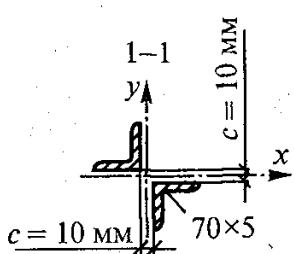
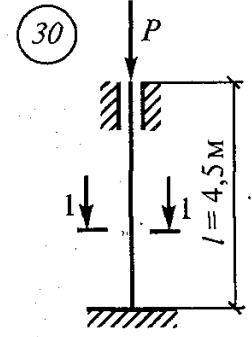
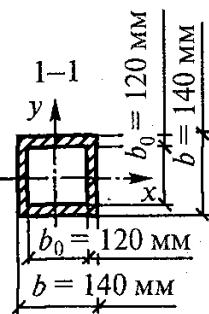
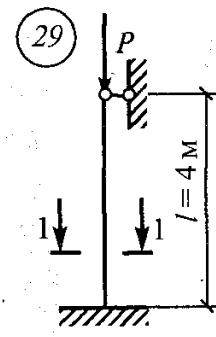
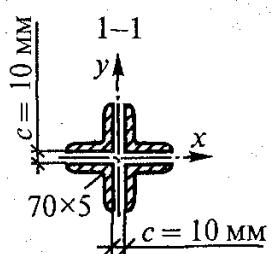
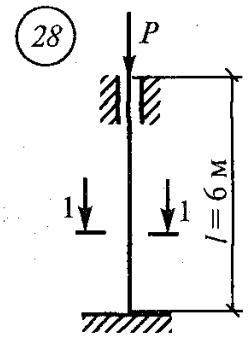
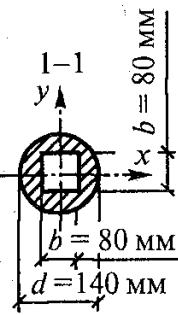
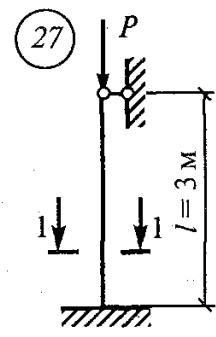
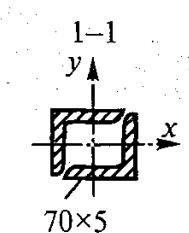
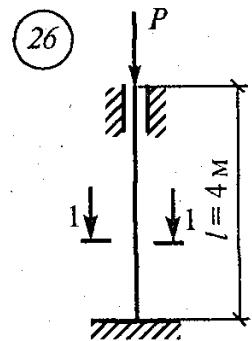
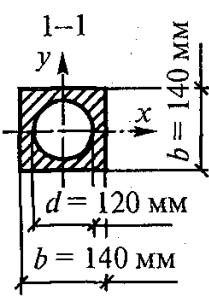
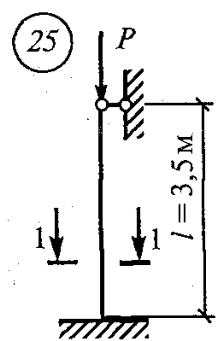
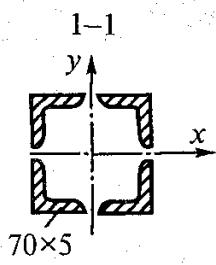
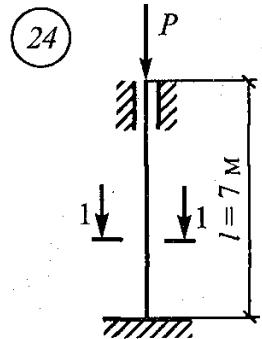
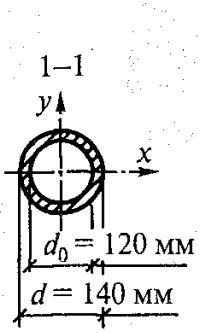
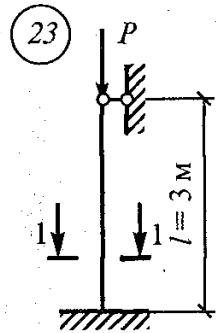
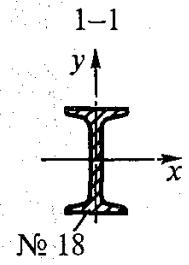
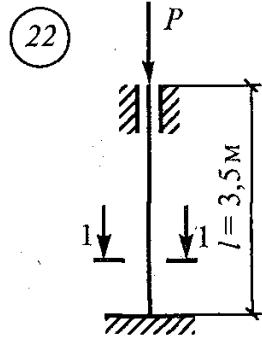
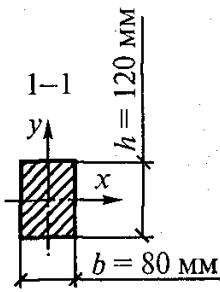
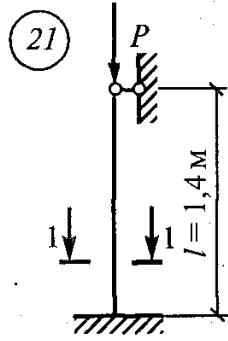
$$[\sigma_y] = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{[n_y]};$$

$$[\sigma_y] = \frac{96 \cdot 10^6}{2,5} = 38,4 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2;$$

**Задание.** Определить величину критической силы (рисунок 20.1, 20.2, 20.3), критического напряжения, допускаемой сжимающей силы и допустимого напряжения для стойки, приведенной на рисунке 20.1. Материал стойки сталь Ст. 3. Требуемый коэффициент запаса устойчивости  $[n_y] = 2,5$ .







**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №21

### Решение задач по расчету винта на износостойкость, проверка винта на прочность и устойчивость

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** определить основные параметры передачи винт-гайка.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** определить основные параметры передачи винт-гайка на примере винтового домкрата, если заданы: грузоподъёмность  $F$ ; тип резьбы; высота подъёма  $\ell$ .

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

Передача винт-гайка (винтовой механизм) предназначена для преобразования вращательного движения в поступательное. При этом как винт, так и гайка могут иметь либо одно из вышеназванных движений, либо оба движения одновременно. Например, в винтовом домкрате, винт совершает оба движения одновременно. Так, при вращении вертикального винта за рукоятку в неподвижной гайке винт получает поступательное перемещение и поднимает груз, опирающийся на чашку домкрата.

Достоинства передачи винт-гайка:

- большой выигрыш в силе;
- возможность получения медленного движения с высокой точностью перемещения;
- компактность при высокой нагрузочной способности;
- простота конструкции и изготовления.

К недостаткам рассматриваемой передачи можно отнести большое трение в резьбе, вызывающее её повышенный износ, низкий К.П.Д

Винтовые механизмы применяют для поднятия грузов (домкраты), создания больших усилий (прессы, нажимные устройства и т.п.) и получения точных перемещений (измерительные приборы, регулировочные устройства, ходовые винты станков).

Существует два типа передач винт-гайка:

**Передачи с трением скольжения** – имеют наибольшее распространение ввиду простоты устройства. Винты передач делятся на грузовые и ходовые. Грузовые винты предназначены для создания больших усилий (домкраты, прессы и т.п.). При реверсивном движении под нагрузкой в них применяют трапецеидальную резьбу, а при больших односторонних нагрузках – упорную. В домкратах применяют в основном однозаходные резьбы для получения самотормозящей винтовой пары. Ходовые винты предназначены для получения точных перемещений. Для уменьшения трения они, как правило, имеют трапецеидальную многозаходную резьбу. Гайки грузовых винтов изготавливают цельными, а ходовых винтов – составными, чтобы устранять зазоры, образовавшиеся при сборке или в результате износа резьбы. Составная гайка имеет подвижную и неподвижную части: первая может смещаться в осевом направлении относительно второй, что и обеспечивает устранение зазора.

**Передачи с трением качения** или шариковые винтовые передачи применяют для получения перемещений высокой точности, где важно малое трение и полное отсутствие зазора в резьбе (например, приводы подач станков с программным управлением и др.).

Для уменьшения потерь на трение и износа резьбы, винты передач с трением скольжения делают стальными, а гайки – из бронзы, чугуна или латуни.

Наиболее частая причина выхода из строя винтов и гаек – это износ их резьбы. Поэтому основным критерием работоспособности и расчёта передачи является износстойкость (проектировочный расчёт). Также передачу винт-гайка рассчитывают на прочность и устойчивость винта (проверочные расчёты).

Таблица 21.1

	Материал
Винты без термообработки	Сталь марок Ст5, Ст45, Ст50
Винты с закалкой	Сталь марок Ст 40Х, Ст 40ХГ, Ст 65Г
Гайки	Бронза марок БрОФ6,5-0,15, БРОЦС6-6-3, БрАЖ9-4
Гайки при работе с большими перерывами и при малых нагрузках	Антифрикционный чугун марок АЧВ-2, АЧК-2 и серый чугун марок СЧ18, СЧ20

#### **Последовательность расчёта винтового домкрата:**

1. В зависимости от условий работы и значения нагрузки  $F$  выбирают материал винта и гайки и принимают допускаемое напряжение  $[\sigma]$  для материала винта и допускаемое давление в резьбе  $[p]$ .

2. Задаются конструкцией гайки (цельная или разъёмная) и принимают коэффициент высоты гайки  $\psi_H$ . Затем определяют средний диаметр резьбы  $d_2$  и по ГОСТ 9484-73 принимают размеры резьбы:  $d$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  и  $p$ . При выборе шага  $p$  надо ориентироваться на средние его значения.

Крупный шаг рекомендуется только для высоконагруженных передач, а мелкий – при необходимости перемещений повышенной точности.

3. Определяют длину винта.

4. Проверяют условие самоторможения винта.

5. Определяют размеры гайки. Если по расчёту число витков в гайке  $z$  получилось больше 10, то необходимо изменить размеры резьбы или выбрать другие материалы.

6. Выполняют проектировочный расчёт на износостойкость.

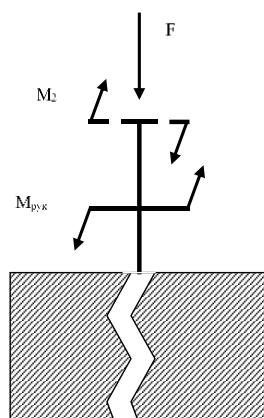
7. Проверяют винт на прочность.

8. Проверяют винт на устойчивость.

9. Определяют общий К.П.Д. винтового домкрата.

### **Порядок выполнения работы**

Расчёчная схема домкрата:



**Рисунок 21.1**

1. Допускаемое напряжение на растяжение болта равно:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]},$$

где  $\sigma_T$  – предел текучести, зависит от материала;

$[s]$  – допускаемый коэффициент запаса прочности, для стальных винтов  $[s] = 3$ .

Допускаемое давление в резьбе для следующих пар материалов равно:

- закалённая сталь – бронза  $[p] = 11 \dots 13$  МПа,

- незакалённая сталь – чугун  $[p] = 4 \dots 6$  МПа,

- при редкой работе (например, домкраты) давление  $[p]$  повышают на 20%.

2. Средний диаметр резьбы определяется по формуле:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}},$$

где  $F$  – осевая сила;

$\psi_H$  – коэффициент высоты для цельных гаек  $\psi_H = 1,2 \dots 2,5$ , а для разъёмных гаек  $\psi_H = 2,5 \dots 3,5$ .

$\psi_h$  – коэффициент высоты резьбы, для трапецидальной резьбы  $\psi_h = 0,5$ , для упорной резьбы  $\psi_h = 0,75$ .

3. Для домкратов длина винта определяется по формуле:  $\ell = (8 \dots 10) \cdot d$ .

4. Условие самоторможения винта:  $\gamma < \varphi$ ,

где  $\gamma = \arctg(p_z / (\pi \cdot d_2))$  – угол подъёма резьбы;

$p_z$  – ход резьбы, в однозаходной резьбе  $p_z = p$ , в двухзаходной  $p_z = 2p$  и т.д.;

$\varphi = \arctg(f / (\cos 0,5\alpha))$  – приведённый угол трения;

$f$  – коэффициент трения стали по бронзе равен 0,1, а стали по чугуну 0,15…0,18;

$\alpha$  – угол трения, для трапецидальной резьбы  $\alpha = 300$ .

5. Размеры гайки определяются по формулам:

- высота  $H = \psi_H \cdot d_2$ .

- число витков  $z = H/p$ .

6. Условие износстойкости:

$$p_{cp} = \frac{F}{\pi \cdot d_2 \cdot h \cdot z} \leq [p],$$

где  $p_{cp}$  – среднее давление между витками резьбы винта и гайки;

$h$  – рабочая высота профиля резьбы, для трапецидальной резьбы  $h = 0,5 \cdot p$ .

7. Условие прочности по гипотезе энергии формоизменения:

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot N}{\pi \cdot d_1^2}\right)^2 + \frac{3 \cdot M_k}{0,2 \cdot d_1^3}} \leq [\sigma],$$

где  $\sigma_{\text{Э}}$  – эквивалентное напряжение для опасной точки винта;  
 $N$  – нормальная сила;  
 $M_k$  – крутящий момент в опасном сечении винта.

8. Устойчивость домкрата определяется, исходя из условного представления винта как стойки с нижним защемлённым и верхним свободным концами.

Условие устойчивости сжатого стержня:

$$s_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F} > [s_y],$$

где  $s_y$  – коэффициент запаса устойчивости;  
 $[s_y]$  – допускаемый коэффициент запаса устойчивости, для стальных деталей  $[s_y] = 1,5 \dots 2,1$  и для чугуна  $[s_y] = 2,0 \dots 2,4$ ;  
 $F_{\text{кр}}$  – критическая сила, которая определяется по формуле Эйлера:

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot \ell)^2},$$

где  $E$  – модуль упругости, который зависит от материала детали и определяется по таблице 21.2;

$\mu$  – коэффициент приведения длины, для защемления со свободным концом  $\mu = 2$ ;

$J_{\min}$  – минимальный осевой момент инерции стержня, для квадратного сечения  $J_{\min} = b^4/12$ , для круглого сечения  $J_{\min} = \pi \cdot d^4/64$ , для кольца  $J_{\min} = \pi \cdot d^4 \cdot (1 - c^4)/64$ , где  $c = d_{\text{внут}}/d_{\text{наруж}}$ .

Таблица 21.2

Материал	$E, \text{Н}/\text{мм}^2$
Сталь	$2 \cdot 10^5$
Каучук	$8 \cdot 10^5$
Бронза	$1 \cdot 10^5$

9. Общий КПД винтового механизма:

$$\eta_{\text{в.м.}} = \frac{F \cdot p_z}{(M_1 + M_2) \cdot 2 \cdot \pi}$$

где  $F$  – осевая сила, действующая на винт;

$p_z$  – ход резьбы;

$M_1$  – момент трения в резьбе;

$M_2$  – момент торцового трения.

**Пример.** Определить основные параметры винтового домкрата, если заданы: грузоподъёмность  $F = 10$  кН; резьба трапецидальная, однозаходная; высота подъёма  $\ell = 0,5$  м.

### Решение

Расчёт будем производить для высоконагруженных винтов по опасному сечению винта, для установления которого построим эпюры продольных сил и изгибающих моментов.

От чашки домкрата до гайки нормальная сила равна осевой силе (или грузоподъёмности домкрата)  $N = F = 10$  кН. В пределах высоты гайки сила  $F$  уменьшается до 0, а крутящий момент  $M_k$  изменяется от 0 до  $M_1 = F \cdot \ell = 10 \cdot 0,5 = 5$  кН · м. От верхней грани гайки до рукоятки  $M_k = M_1$ , выше рукоятки  $M_k = M_2 = 5$  кН · м.

1. Принимаем винт класса прочности 6.8, материал винта – сталь углеродистая марки Ст 45, материал гайки – антифрикционный чугун марки АЧВ-2. Для класса прочности 6.8  $\sigma_T = 480$  МПа.

Определим допускаемое напряжение на растяжение болта:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]} = \frac{480}{3} = 160 \text{ МПа}$$

Принимаем допускаемое давление в резьбе равным 6 МПа и увеличим его на 20%:

$$[p] = 6 \cdot 1,2 = 7,2 \text{ МПа.}$$

2. Принимаем конструкцию гайки – цельная – и определяем её параметры:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 1,5 \cdot 0,5 \cdot 7,2}} = \sqrt{58,98} = 7,68 \text{ мм,}$$

где коэффициенты  $\psi_H = 1,5$  и  $\psi_h = 0,5$ .

Принимаем средний диаметр  $d_2 = 8$  мм. Тогда  $d = 10$  мм,  $d_1 = 7$  мм,  $p = 2$  мм.

3. Принимаем длину винта  $\ell = 8 \cdot d = 8 \cdot 10 = 80$  мм.

4. Проверим условие самоторможения винта:  $\gamma < \varphi$ ,

где

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{p_z}{\pi \cdot d_2} = \operatorname{arctg} \frac{2}{3,14 \cdot 8} = \operatorname{arctg} 0,08 = 80$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{f}{\cos 0,5\alpha} = \operatorname{arctg} \frac{0,17}{\cos 0,5 \cdot 30} = \operatorname{arctg} 0,18 = 100$$

$$\gamma = 80 < \varphi = 100.$$

5. Определяем размеры гайки:

- высота гайки  $H = \psi_H \cdot d_2 = 1,5 \cdot 8 = 12$  мм.

- число витков  $z = H/p = 12/2 = 6 < 10$ , следовательно размеры резьбы подобраны правильно.

6. Проверяем условие износостойкости домкрата:

$$p_{cp} = \frac{F}{\pi \cdot d_2 \cdot h \cdot z} = \frac{10 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 6} = 6,63 \text{ МПа} < [p] = 7,2 \text{ МПа},$$

где  $h = 0,5 \cdot p = 0,5 \cdot 2 = 1$  мм.

Вывод: износостойкость домкрата обеспечена.

7. Условие прочности по гипотезе энергии формоизменения:

$$\sigma_{\Theta} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{4N}{\pi d_1^2}\right)^2 + \frac{3M_k}{0,2d_1^3}} = \sqrt{\left(\frac{4 \cdot 10 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 7^2}\right)^2 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 1^2}{0,2 \cdot 7^3}} = 5,34 \text{ МПа} \\ < [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

**Выход:** прочность домкрата обеспечена.

8. Условие устойчивости сжатого стержня:

$$s_y = \frac{F_{kp}}{F} = \frac{37,79}{10} = 3,8 > [s_y] = 2,$$

где

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 E J_{min}}{(\mu \ell)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 490,6}{(2 \cdot 80)^2} = 37789,99 \text{ Н} = 37,79 \text{ кН};$$

$$J_{min} = \pi d^4 / 64 = 3,14 \cdot 10^4 / 64 = 490,6 \text{ мм}^4$$

**Вывод:** устойчивость домкрата обеспечена.

9. Определим общий КПД винтового механизма:

$$\eta_{\text{в.м.}} = \frac{F \cdot p_z}{(M_1 + M_2) \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{10 \cdot 10^2 \cdot 2}{(5 + 5) \cdot 2 \cdot 3,14} = 31,85.$$

**Задание.** Определить основные параметры винтового домкрата, если заданы: грузоподъёмность; тип резьбы трапецеидальная, однозаходная; высота подъёма (таблица 21.3).

Таблица 21.3

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>F, кН</b>	12	10	11	9	13	14	15	8	11	9
<b>l, м</b>	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5	0,6	0,7	0,5

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №22**

### **Расчет параметров зубчатых передач**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** иметь представление о назначении передач, о передачах, используемых в специальном оборудовании. Знать кинематические и силовые соотношения в передачах, формулы для расчета передаточного отношения и коэффициента полезного действия многоступенчатой передачи. Знать типы и особенности механических передач, их обозначения на кинематических схемах. Уметь проводить кинематические и силовые расчеты многоступенчатого привода.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Вычертить кинематическую схему многоступенчатой передачи. Провести кинематический и силовой расчет передачи.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

Классификация передач.

*По принципу передачи движения:* передачи трением и передачи зацеплением.

Внутри каждой группы существуют передачи непосредственным контактом и передачи гибкой связью (ременные и цепные).

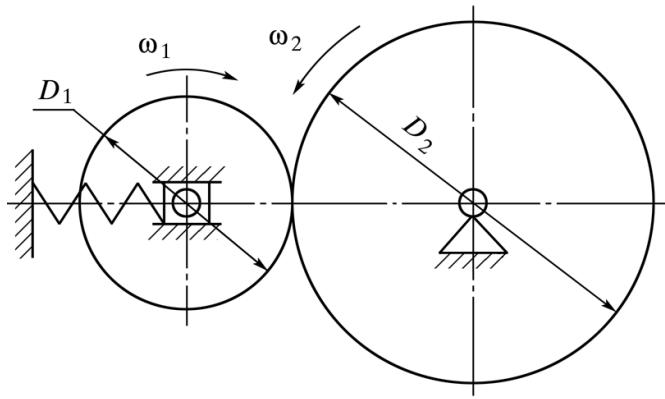
*По взаимному расположению валов:*

- передачи с параллельными валами (цилиндрические);
- передачи с пересекающимися осями валов (конические);
- передачи со скрещивающимися валами (червячные, цилиндрические с винтовым зубом, гипоидные).

*По характеру передаточного числа « $i$ »:* с постоянным передаточным числом и с бесступенчатым регулированием передаточного числа (вариаторы).

**1. Передачи трением (фрикционные).**

1.1. Передача цилиндрическими или коническими катками (рисунок 22.1).



*Рисунок 22.1*

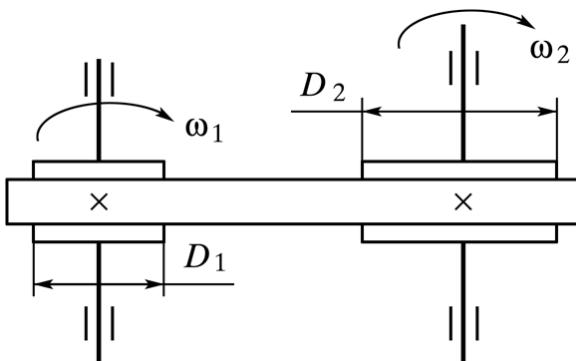
$$i = \frac{D_2}{D_1} \text{ (теоретически);}$$

$i$  - передаточное отношение;

$$i = u = \frac{D_2}{D_1(1 - \varepsilon)},$$

где  $\varepsilon$  - коэффициент скольжения в передаче;  
 $D_1$  и  $D_2$  - диаметры катков.

### 1.2. Ременная передача (рисунок 22.2)



*Рисунок 22.2*

$\text{КПД} = \eta = 0,93 - 0,98;$

$$i = u = \frac{D_2}{D_1} \text{ (теоретически);}$$

$$i = u = \frac{D_2}{D_1(1 - \varepsilon)}, \text{ (практически), } \varepsilon = 2\%;$$

$D_1, D_2$  — диаметры шкивов.

## 2. Передачи зацеплением

### 2.1. Зубчатые передачи (рисунок 22.3)

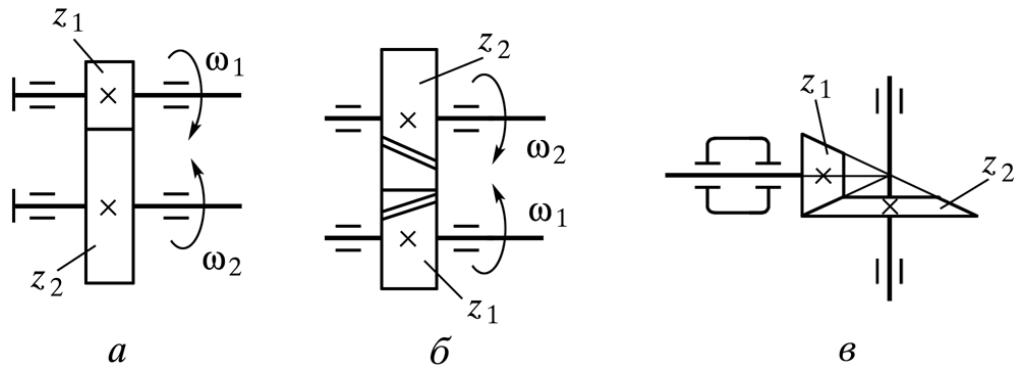


Рисунок 22.3. а, б - цилиндрические; в - конические

В редукторах передаточное отношение равно передаточному числу:

$$i = u = \frac{z_2}{z_1}.$$

КПД цилиндрической передачи: 0,98 – 0,99.

КПД конической передачи: 0,95 – 0,97.

### 2.2. Червячная передача (зубчато-винтовая) (рисунок 22.4)

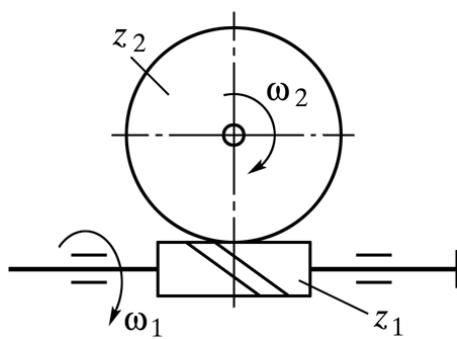


Рисунок 22.4

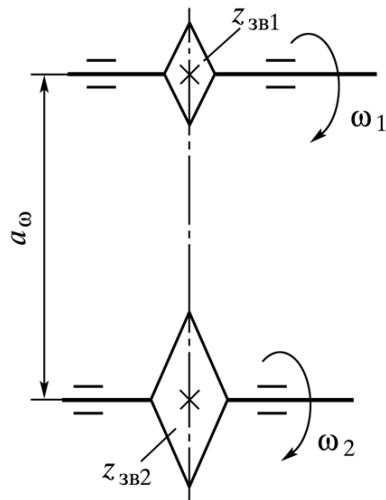
$z_2$  - число зубьев колеса;

$z_1$  - число заходов червяка;

КПД  $\eta = 0,75 - 0,82$  (зависит от числа заходов червяка);

$$\begin{aligned}z_1 &= 1; \eta = 0,7 \div 0,75; \\z_1 &= 2; \eta = 0,75 \div 0,82; \\z_1 &= 3; \eta = 0,82 \div 0,87; \\z_1 &= 4; \eta = 0,87 \div 0,92.\end{aligned}$$

2.3. Цепная передача (передача зацеплением гибкой связью) (рисунок 22.5)



*Рисунок 22.5*

Передаточное отношение:

$$i = u = \frac{z_{3B2}}{z_{3B1}};$$

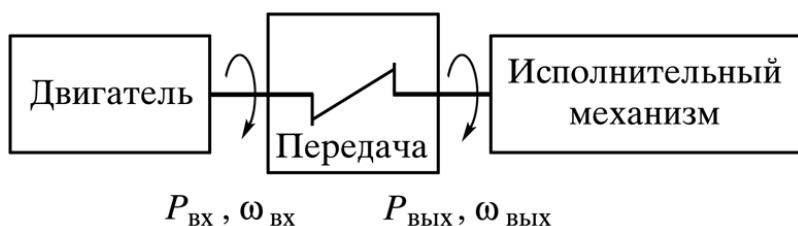
КПД передачи:

$$\eta = 0,92 - 0,95;$$

$z_{3B1}, z_{3B2}$  - числа зубьев звездочек;

$a_\omega$  - межцентровое расстояние.

**Основные кинематические и силовые соотношения в передачах.**



*Рисунок 22.6*

Передаточное отношение:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

где  $\omega_1$  - скорость ведущего шкива (колеса), рад/с;

$\omega_2$  - скорость ведомого шкива (колеса).

Часто используется понятие передаточного числа  $i = \omega_{\max}/\omega_{\min}$ .

Передачи с  $i > 1$  называют редукторами, с  $i < 1$  - мультиликаторами.

Коэффициент полезного действия передачи:

$$\eta = P_{\text{полезная}} / P_{\text{затраченная}},$$

где  $P$  - мощность механизма, кВт.

$$P = T \cdot \omega;$$

$T$  - врачающий момент на валу механизма, Н · м.

**При необходимости значительного изменения скорости используют многоступенчатые передачи.**

Ступенью в передаче считают передачу одной парой колес, одним ремнем или одной цепью.

Нумерация ступеней и колес начинается от двигателя.

Для многоступенчатой передачи общее передаточное число определяется по формуле

$$u_{\text{общ}} = u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n.$$

Общий КПД передачи

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_n.$$

**Пример решения задачи.**

На кинематической схеме изображена двухступенчатая передача.

Обе ступени - зубчатые цилиндрические.

1. Определяем передаточные числа по ступеням, общее передаточное число.

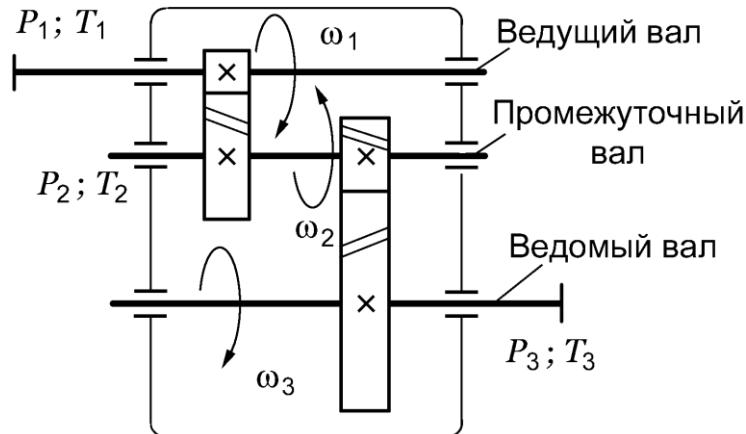
Для передачи на рисунке 22.7 можно записать

$$u_1 = \frac{z_2}{z_1};$$

$$u_2 = \frac{z_4}{z_3};$$

$$u_{\text{общ}} = u_1 \cdot u_2;$$

$$\omega_{\text{вых}} = \omega_{\text{вх}} / u_{\text{общ}}.$$



**Рисунок 22.7 - Схема двухступенчатой передачи**

2. Определяем КПД передачи. Коэффициенты полезного действия передач получены экспериментально и выбираются по справочнику.

3. Обе ступени - цилиндрические зубчатые. КПД таких передач  $0,98 \div 0,99$ .

$$\eta_1 = \eta_2 = 0,98.$$

4. Мощности на валах:

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1; P_3 = P_2 \cdot \eta_2.$$

5. Вращающие моменты:

$$T_2 = T_1 \cdot u_1 \cdot \eta_1; T_3 = T_2 \cdot u_2 \cdot \eta_2.$$

**Задание.**

Привод состоит из электродвигателя и многоступенчатой передачи (рисунок 22.8). Требуется определить общий КПД и передаточное отношение привода, мощности, врачающие моменты и угловые скорости на всех валах передачи (таблица 22.1).

Таблица 22.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_{\text{дв}}$ , кВт	2		4		5		6		8	
$\omega_{\text{дв}}$ , рад/с	50		100		100		75		50	
$z_3$	18	20	20	22	22	18	18	20	22	22
$z_4$	36	45	50	44	55	36	72	80	55	88
$P_{\text{вых}}$ , кВт		2		6		8		10		10
$\omega_{\text{вых}}$ , рад/с		10		15		28		32		10
№ схемы	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

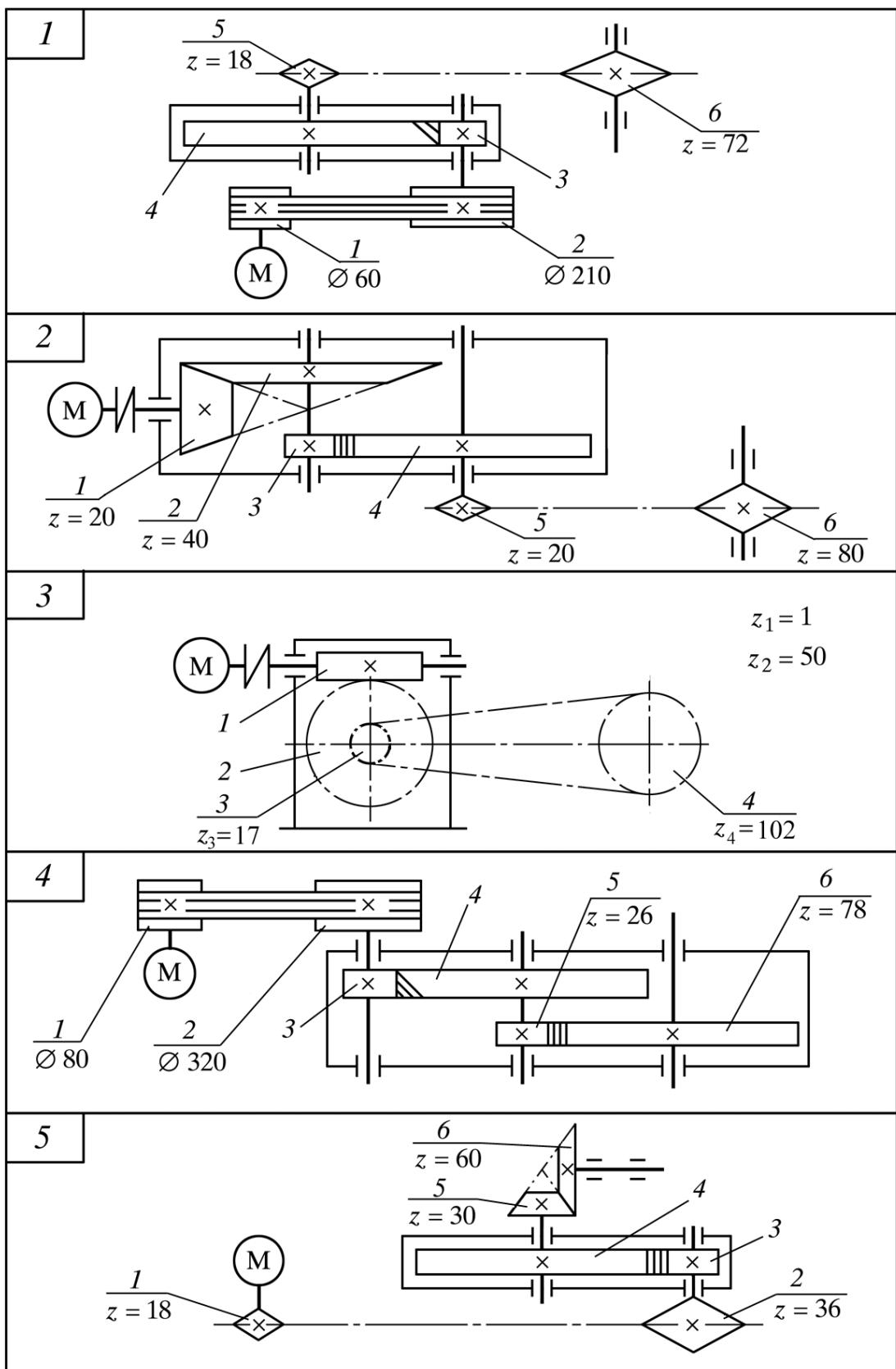


Рисунок 22.8

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №23

### Расчет контактных напряжений и напряжений изгиба для проверки прочности зубчатых передач

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** иметь представление о методах зубонарезания и требованиях к профилю зубьев, об основной теореме зацепления, о эвольвентном зацеплении зубьев, шаге зацепления, модуле зуба колеса. Знать характеристики эвольвентного зацепления зубьев, формулы для геометрического расчета цилиндрических колес и уметь ими пользоваться.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Рассчитать геометрические параметры зубчатых колес цилиндрической передачи.

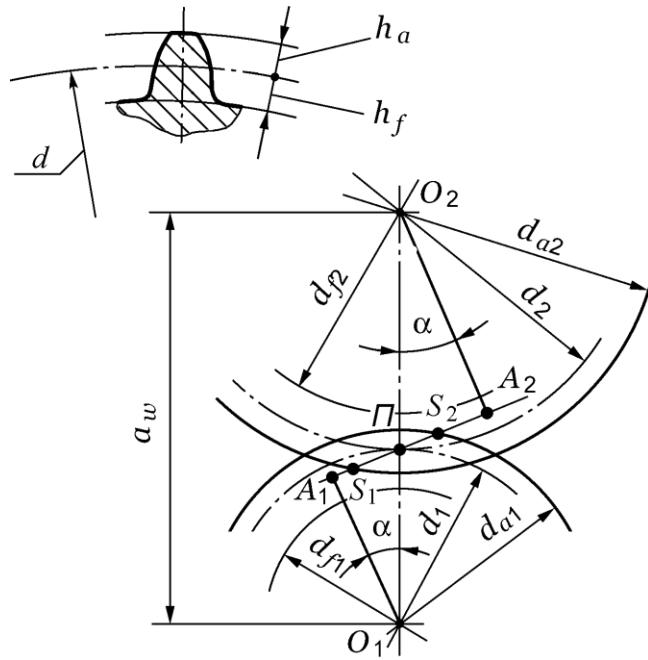
**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. В зависимости от взаимного расположения валов передачи бывают цилиндрическими (валы параллельны), коническими (оси валов пересекаются), винтовые, гипоидные, спироидные (валы скрещиваются).

В зависимости от расположения зубьев на колесе различают прямозубые, косозубые, шевронные колеса и колеса с круговым зубом.

*Поверхности взаимодействующих зубьев должны обеспечивать постоянство передаточного числа передачи.* Для этого профили зубьев должны подчиняться определенным требованиям, вытекающим из основной теоремы зацепления:

- общая нормаль, проведенная через точку касания профилей  $A_1A_2$ , пересекает линию центров колес  $O_1O_2$  в точке, делящей линию центров в отношении обратно пропорциональном угловым скоростям (рисунок 23.1).



$\Pi$  - полюс зацепления;  $A_1A_2$  - линия зацепления;  $S_1S_2$  - длина активной линии зацепления;  $\alpha$  - угол зацепления;  $a_w$  - межосевое расстояние;  $d_1$ ,  $d_2$  - диаметры делительных окружностей;  $h_a$ ,  $h_f$  - высота головки и ножки зуба соответственно;  $d_{f1}$ ,  $d_{f2}$  - диаметры окружностей впадин;  $d_{a1}$ ,  $d_{a2}$  - диаметры окружностей выступов

**Рисунок 23.1** - Геометрия цилиндрической передачи

2. Практическое применение получило эвольвентное зацепление, благодаря технологичности и высокой несущей способности.

При передаче движения колеса сцепляются по линии  $A_1A_2$  (линии зацепления). Линия зацепления образует с касательной, проведенной в точке касания  $\Pi$  (полюс зацепления) угол зацепления  $\alpha^\circ$ . Для цилиндрических колес угол зацепления равен  $20^\circ$ .

Непрерывность работы передачи обеспечена, если последующая пара зубьев входит в зацепление до выхода из зацепления предыдущей, то есть существует некоторое перекрытие.

Основным геометрическим параметром зубчатого колеса является модуль зuba.

Модуль зuba — величина, равная отношению окружного шага зубьев  $p_t$  по делительной окружности к числу  $\pi$ .

Геометрические параметры зубчатого колеса могут быть выражены через модуль и число зубьев колеса.

Диаметр делительной окружности:

$$d = m \cdot z,$$

где  $z$  - число зубьев;

Диаметр окружности выступов:

$$d_a = d + 2 \cdot h_a = m \cdot (z + 2);$$

Диаметр окружностей впадин:

$$d_f = d - 2 \cdot h_f = m \cdot (z - 2,5);$$

Высота головки зуба:

$$h_a = m;$$

Высота ножки зуба:

$$h_f = 1,25 \cdot m.$$

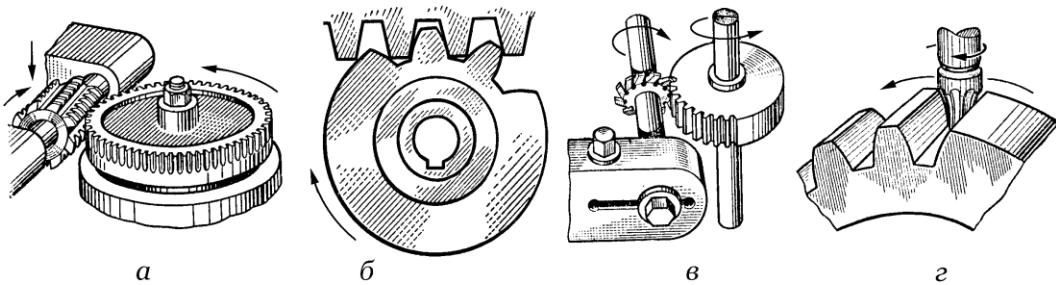
Основным геометрическим параметром зубчатой передачи является межцентровое расстояние  $a_0$ .

$$a_0 = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2).$$

### 3. Методы зубонарезания.

*Метод обкатки* - точный, высокопроизводительный и наиболее распространенный метод. Процесс зубонарезания повторяет процесс зацепления двух колес или колеса с рейкой. Одно из колес снабжено режущими кромками и является режущим инструментом. Заготовка вращается, инструмент перемещается вдоль заготовки. Нарезание может производиться червячной модульной фрезой (рисунок 23.2, а, б). Заготовка и фреза вращаются вокруг своих осей, обеспечивается непрерывность процесса. Одним и тем же инструментом можно нарезать колеса данного модуля с разным числом зубьев.

*При методе копирования* режущий инструмент соответствует профилю впадины зуба колеса. После нарезания каждой впадины заготовку поворачивают на величину одного шага и операцию повторяют. С изменением числа зубьев меняется форма впадины, поэтому для каждого модуля и числа зубьев нужно иметь свою фрезу. Этот метод менее точный, менее производительный, применяется в мелкосерийном производстве (рисунок 23.2, в, г). *Копирование производится дисковой или концевой фрезами.*



*a, б - методом обкатки; в, г - методом копирования*

**Рисунок 23.2. - Виды зубонарезания**

**Пример геометрического расчета передачи.**

1. По выданному зубчатому колесу измерив высоту зуба определить предварительно модуль зубчатой передачи по формуле (см. п. 4.2)

$$m = h/2,25.$$

2. Выбрать для колеса ближайший модуль по стандарту.

*Стандартные модули  $m$  (выборка), мм:*

1%й ряд: 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10 и т. д.

*Передаточные числа  $i$ :*

1%й ряд: 1,0; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0 и т. д. (допускается отклонение до 4 %).

Межцентровые расстояния  $a_{\omega}$ , мм:

1%й ряд: 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200; 250; 315; 400; 500; 630.

3. По числу зубьев колеса и стандартному модулю определить геометрические размеры пары колес с учетом заданного передаточного отношения.

$z_1$  - число зубьев ведущего колеса;

$z_2$  - число зубьев ведомого колеса;

$i = u = z_2/z_1$  - передаточное число зубчатой передачи;  $z_2 = z_1 = u$ .

4. Рассчитать геометрические параметры зубчатой цилиндрической передачи по приведенным в п.2. формулам.

Полученную величину межцентрового расстояния уточнить по стандарту.

### **Задание.**

Рассчитать геометрические параметры цилиндрических прямозубых колес.

### **Рекомендации:**

1. Измерить высоту зуба колеса, определить ориентировочно модуль зуба по формуле

$$m = h/2,25.$$

2. Уточнить полученное значение модуля по соответствующему стандарту.

3. По числу зубьев шестерни и передаточному отношению передачи определить геометрические параметры шестерни, колеса и межцентровое расстояние передачи.

4. При необходимости по заданному варианту использовать исходные данные из таблицы 23.1.

Таблица 23.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Высота зуба шестерни, мм	5	6	7	8	9	10	5	6	7	8
Число зубьев шестерни	18		19		20		21		23	
Передаточное отношение	1,6		2		2,5		4		5	

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №24**

### **Выполнение расчета параметров червячной передачи, конструирование**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** знать принцип работы, особенности рабочего процесса, КПД и причины выхода из строя червячных передач. Знать геометрические и силовые соотношения в червячных передачах, знать формулы для

геометрического и силового расчета червячных передач и уметь ими пользоваться.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Рассчитать геометрические параметры червячной передачи.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. *Червячная передача* - передача зацеплением со скрещивающимися осями валов.

Ведущим элементом является червяк, однозаходный или многозаходный винт, ведомым - косозубое колесо специальной формы.

В зависимости от внешней поверхности червяка передачи бывают с цилиндрическим или глобоидным червяком. Чаще применяется передача с цилиндрическим червяком.

При передаче движения элементы червяка и колеса движутся *во взаимно перпендикулярных направлениях*.

Под нагрузкой в зацеплении имеет место значительное скольжение, приводящее к повышенному износу, склонности к заеданию и выделению теплоты. Скорость взаимного скольжения элементов червяка и колеса  $v_s$ . Для уменьшения трения венец червячного колеса изготавливают из антифрикционных материалов, применяют специальные смазки. Однако, КПД червячной передачи пониженный.

2. *КПД червячной передачи* учитывает потери в зубчато-винтовой паре, потери в подшипниках и потери на размешивание масла.

В зависимости от числа заходов червяка  $z_1$  (рисунок 24.1) КПД принимают:

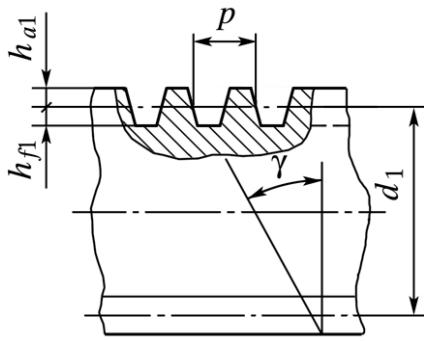
$$z_1 = 1; \eta = 0,7 \div 0,75;$$

$$z_1 = 2; \eta = 0,75 \div 0,82;$$

$$z_1 = 3; \eta = 0,82 \div 0,87;$$

$$z_1 = 4; \eta = 0,87 \div 0,92;$$

3. Основные геометрические параметры червячной передачи (рисунок 24.1, 24.2).



**Рисунок 24.1**

Основным расчетным параметром червяка является осевой модуль  $m = p/\pi$ ;  $p$  - осевой шаг червяка. Делительный диаметр червяка  $d_1 = q \cdot m$ ,  $q$  - коэффициент диаметра червяка. Значения  $m$  и  $q$  стандартизированы, число заходов  $z_1$  червяка 1, 2, 4.

Осевой модуль червяка равен торцовому модулю червячного колеса (рисунок 24.2). Диаметр делительной окружности колеса  $d_2 = m \cdot z_2$ ,  $z_2$  - число зубьев колеса,  $z_2 = 30 \div 80$ .

Диаметр вершин зубьев в среднем сечении  $d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m$ .

Диаметр впадин зубьев червячных колес в среднем сечении  $d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m$ .

Наибольший диаметр червячного колеса  $d_{am2} = d_{a2} + 6 \cdot m/(z_1 + 2)$ .

Зубья колес имеют вогнутую форму и охватывают червяк по дуге (рисунок 24.2).

Ширина венца колеса  $b$ .

Межцентровое расстояние  $a = 0,5 \cdot (d_1 + d_2)$ .

Передаточное число червячной передачи  $u = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1 = 8 \div 80$ .

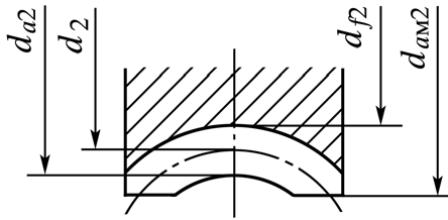
Геометрические характеристики червяка, колеса и передачи в целом стандартизованы.

4. Виды разрушений зубьев червячных колес.

В червячной паре слабым звеном является зуб червячного колеса.

При работе возникают повреждения поверхности: усталостное выкрашивание, износ поверхности, заедание. Крайне редко возникает поломка зуба. В зависимости от скорости скольжения в передаче выбирают марку бронзы для венца червячного колеса. По выбранной марке бронзы определяют допускаемые напряжения при расчете по контактным напряжениям и на изгиб.

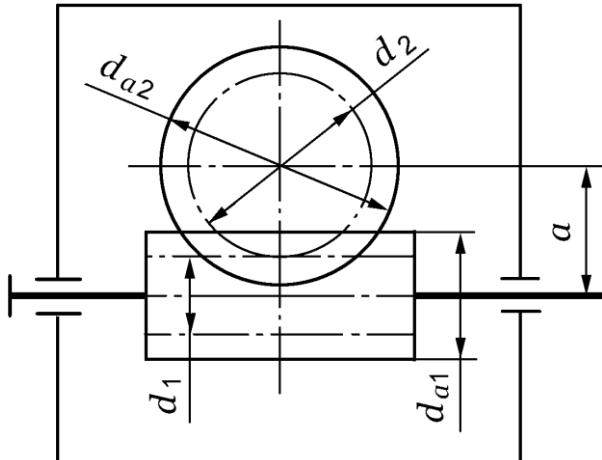
5. К достоинствам червячных передач необходимо отнести большое передаточное число (до 80), компактность, плавность и бесшумность работы, возможность получения самоторможения. Самоторможение — возможность передавать движение только от червяка к колесу, что позволяет использовать механизм с червячной передачей без тормозных



**Рисунок 24.2**

устройств. Основные недостатки: сравнительно низкий КПД, необходимость применения дорогих антифрикционных материалов, повышенная изнашиваемость и склонность к заеданию, необходимость периодических регулировок зацепления.

### Пример расчета геометрических параметров передачи.



*Рисунок 24.3*

1. Для расчета передачи задается передаточное отношение и межцентровое расстояние.

Исходя из имеющихся рекомендаций подбирают необходимое соотношение чисел зубьев червяка и колеса.

$$u = z_2 / z_1;$$

где  $z_1 = 1; 2; (3); 4;$   
 $z_2$  от 30 до 80.

2. По выбранным величинам  $z_1$  и  $z_2$  подбираем:

- модуль передачи из соотношения  $m = (1,5 \div 1,7)a_\omega/z_2$ ;
- число модулей в делительной окружности червяка из соотношения  $q_{min} = 0,212z_2$ .

Полученные соотношения уточняем по стандарту.

3. Определяем геометрические параметры передачи по формулам пункт 3.

4. После определения параметров червяка и колеса уточнить полученное значение  $a_\omega$ .

Полученное при расчете значение  $a_\omega$  округляют. Для стандартных редукторов  $a_\omega$ , мм: 40; 50; 63; 80; 100; 125; 140; 160; 180; 200; 250; 280; 315; 355; 400; 450; 500.

Если полученное значение не соответствует заданному, расчет необходимо повторить, изменив величину модуля или  $q$ , не выходя из рекомендуемых пределов в пункт 2.

Выборка из стандарта:

$m$ , мм (1 ряд)	2; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,0; 8,0; 10,0; 12,0; 16,0
$q$	8,0; 10,0; 12,5; 16,0; 20,0; 25,0

После уточнения величин по стандарту можно изменить  $z_2$  на 1-2 зуба.

**Задание.** Рассчитать геометрические размеры червячной передачи (рисунок 24.4), (таблица 24.1)

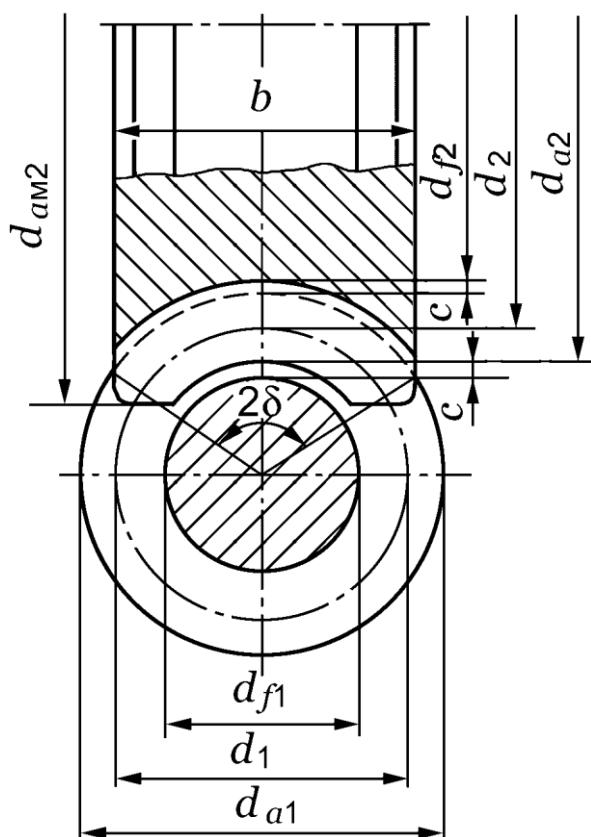


Рисунок 24.4

Таблица 24.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Передаточное число	12,5	16	20	25	28	31,5	40	50	63	80
Межцентровое расстояние, мм	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500

При защите работы рассказать об особенностях рабочего процесса, материалах и причинах выхода из строя червячных передач.

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## Практическая работа №25

### Выполнение расчета параметров ременной передачи

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** иметь представление об упругом скольжении ремня, усилиях и напряжениях в ремне при передаче врачающего момента. Знать типы ремней и шкивов, геометрические характеристики ременных передач, формулы для расчета передаточного отношения, уметь пользоваться кривой скольжения для определения приведенного полезного напряжения в ремне, знать обозначения и физический смысл коэффициентов в формуле для определения допускаемого полезного напряжения.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Выполнить конспект по теме «Ременные передачи», пояснив особенности рабочего процесса, порядок использования кривых скольжения, достоинства, недостатки и область применения передач.

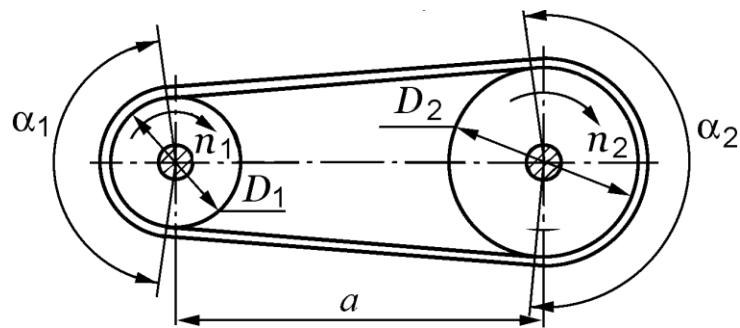
**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

#### 1. Ременная передача.

*Ременная передача - фрикционная передача (движение передается силами трения) с гибкой связью между ведущими и ведомыми частями машины. В качестве гибкой связи используется упругий ремень.*

Ременные передачи применяются для соединения валов, расположенных на значительном расстоянии друг от друга.

Основными геометрическими параметрами ременной передачи являются диаметры шкивов  $D_1$ ,  $D_2$ , межосевое расстояние  $a$ , расчетная длина ремня  $L$ , угол обхвата на малом шкиве  $\alpha_1$  (рисунок 25.1).



*Рисунок 25.1 - Ременная передача*

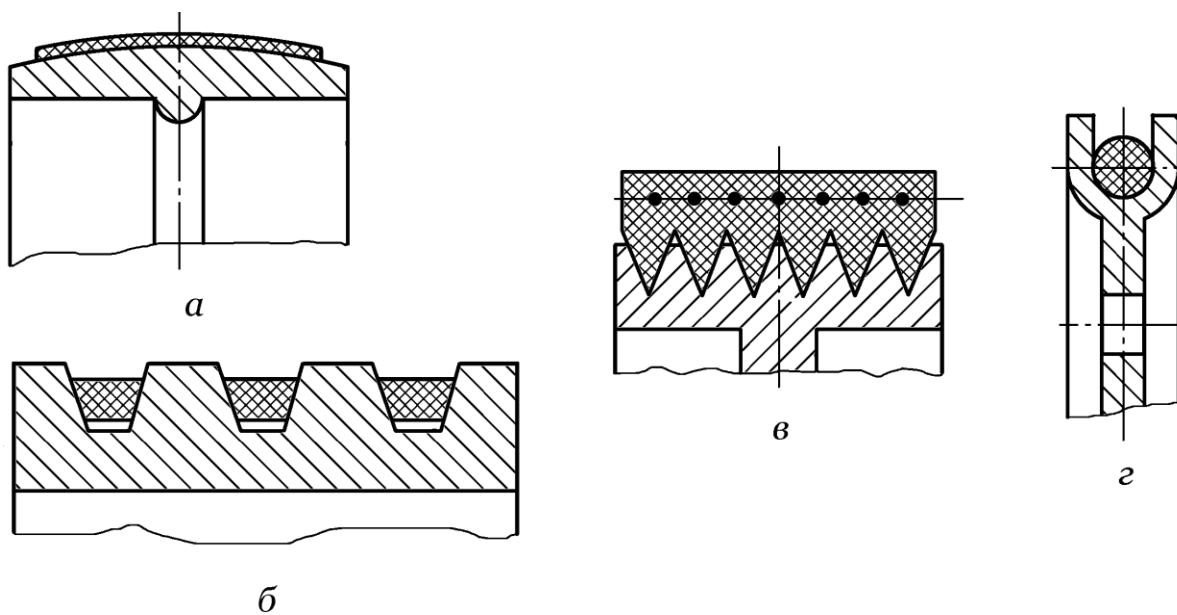
## 2. Классификация ременных передач.

По форме поперечного сечения ремня (рисунок 25.2): плоскоременные (*а*); клиноременные (*б*); поликлиновые (*в*); с круглым ремнем (*г*).

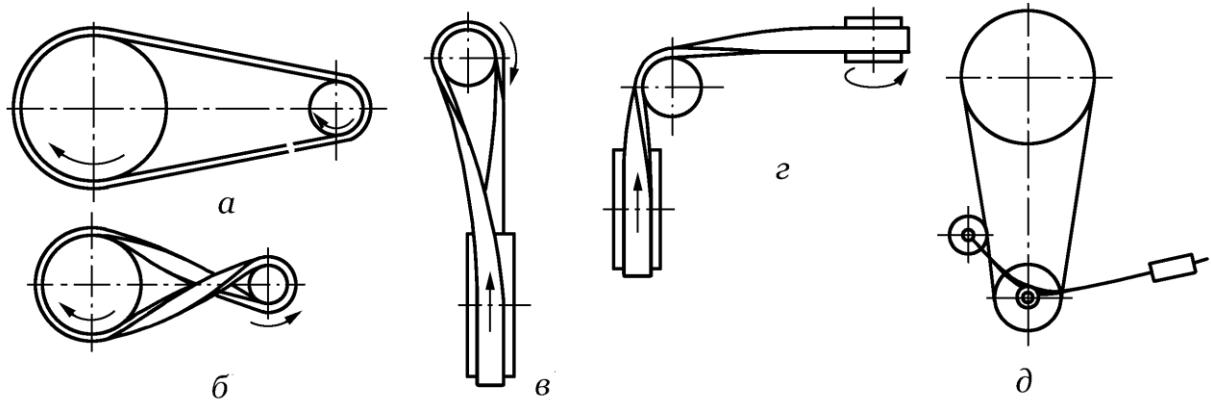
Клиноременная передача обладает большей тяговой способностью, меньше нагружает валы, применима при больших передаточных числах и меньших межосевых расстояниях. Клиновые ремни выпускают трех видов: нормального сечения, узкие и широкие (вариаторные). Поликлиновые ремни – плоские ремни с внутренним продольными клиньем, они более гибкие, чем клиновые.

По расположению валов в пространстве:

- передачи с параллельными валами: открытые, перекрестные (рисунок 25.3, *а, б*);
- передачи со скрещивающимися валами – полуперекрестные (рисунок 25.3, *в*);
- передачи с пересекающимися осями валов – угловые (рисунок 25.3, *г*);
- передача с натяжным устройством (рисунок 25.3, *д*).



*Рисунок 25.2*



*Рисунок 25.3*

3. Геометрические и кинематические параметры (рисунок 25.1.).

Межосевое расстояние  $a$ :

- передача плоским ремнем:

$$a \geq 1,5 \cdot (D_1 + D_2);$$

- передача клиновым ремнем:

$$a \geq 0,55 \cdot (D_1 + D_2) + 3 \cdot h,$$

$h$  - высота ремня.

Угол обхвата на малом шкиве

$$\alpha_1 = 180^\circ - 57^\circ \cdot (D_2 - D_1)/a.$$

Передаточное отношение

$$u = i = D_2/D_1(1 - \varepsilon),$$

$\varepsilon$  – коэффициент скольжения в передаче, при нормальной работе  $\varepsilon = 0,01\dots 0,02$ .

Приближенно можно считать

$$u = D_2/D_1.$$

4. Особенности рабочего процесса.

Для нормальной работы передачи необходимо создать предварительное натяжение ремня  $F_0$ , обеспечивающее необходимое трение между шкивом и ремнем. Натяжение ремня может создаваться за счет перемещения одного из шкивов, за счет специального натяжного устройства (рисунок 25.3,  $\delta$ ) или установки двигателя на качающейся плате.

$F_0 = \sigma_0 \cdot A$ ,  $\sigma_0$  - напряжение от предварительного натяжения; для плоских резинотканевых ремней  $\sigma_0 = 1,8$  МПа, для стандартных клиновых  $\sigma_0 = 1,2 \dots 1,5$  МПа;  $A$  - площадь поперечного сечения ремня. При передаче полезной нагрузки  $F_t$  натяжение ремня меняется: натяжение ведущей ветви увеличивается, ведомой - уменьшается.  $F_1 = F_0 + F_t/2$ ;  $F_2 = F_0 - F_t/2$  (рисунок 25.4). Таким образом, при работе передачи напряжения в ремне меняются, что приводит к упругому скольжению ремня по шкивам.

Наибольшее значение напряжение имеет в момент набегания ремня на меньший шкив, наименьшее - в момент набегания на больший шкив. При движении на ведущем шкиве ремень укорачивается, а на ведомом удлиняется, ремень скользит на шкиве. Это явление присутствует при любой нагрузке (упругое скольжение), при перегрузке наступает буксование. Упругое скольжение имеет место при любой нагрузке, буксование - только при перегрузке.

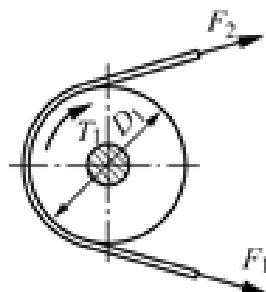


Рисунок 25.3

### Напряжения в ремне

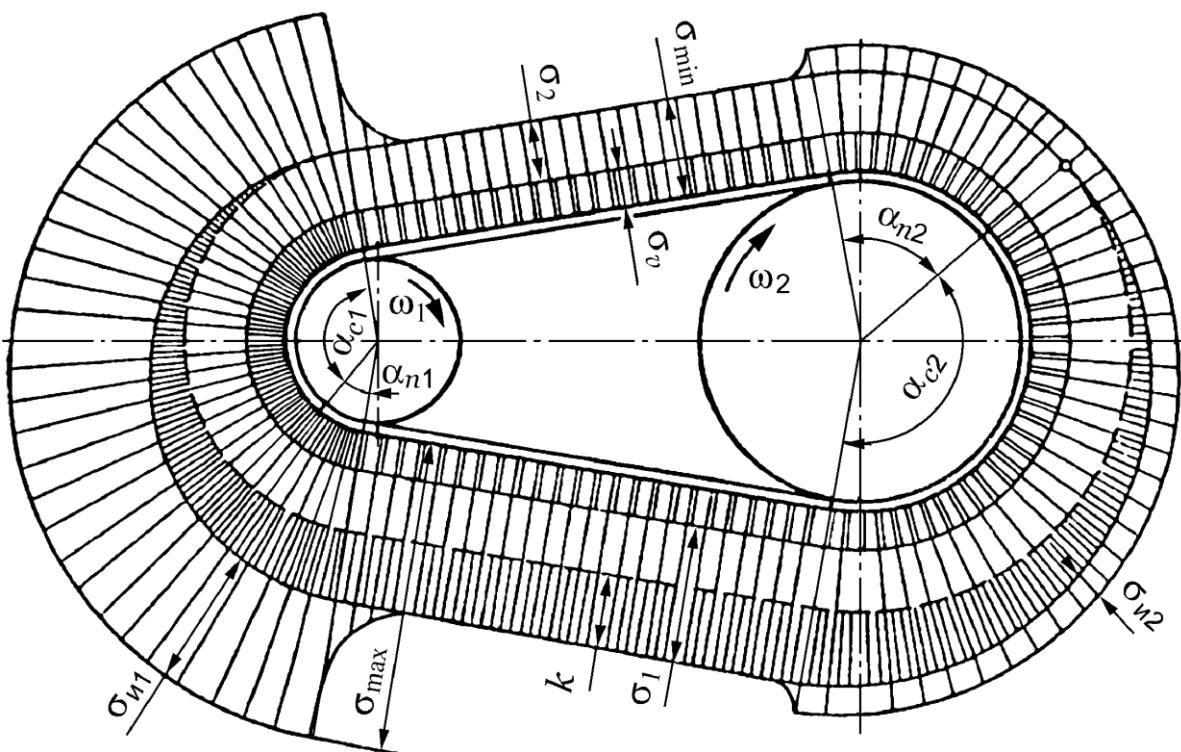
При передаче полезной нагрузки  $F_t$  в ремне возникает полезное напряжение  $\sigma_t = k$ . При движении возникает напряжение от центробежных сил  $\sigma_v$ .

$$\sigma_{max} = \sigma_1 + \sigma_{u1} + \sigma_v; \quad \sigma_{min} = \sigma_2 + \sigma_v;$$

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{A}; \quad \sigma_t = k = \frac{F_t}{A}; \quad \sigma_1 = \sigma_0 + \frac{k}{2}; \quad \sigma_2 = \sigma_0 + \frac{k}{2};$$

$$\sigma_v = \rho \cdot v^2; \quad \sigma_u = \frac{E \cdot \delta}{D},$$

где  $\delta$  - толщина ремня;  
 $E$  - модуль упругости;  
 $\sigma_v$  - напряжение от центробежных сил;  
 $\sigma_i$  - напряжение изгиба на шкивах.



*Рисунок 25.5*

5. Основными критериями работоспособности ременных передач являются тяговая способность и долговечность. Тяговая способность обуславливается сцеплением ремня со шкивом.

Кривые скольжения ремня устанавливают связь между полезной нагрузкой и относительным скольжением в передаче  $\varepsilon$ .  $\varphi$  - коэффициент тяги (относительная нагрузка);  $\varphi = F_t / 2F_0$ ; при повышении коэффициента тяги от нуля до критического значения  $\varphi_0$  в передаче происходит только упругое скольжение, при этом КПД передачи растет. В дальнейшем работа становится неустойчивой. Значения  $\varphi_0$  установлены для всех видов ремней.

Кривые скольжения и КПД (рисунок 25.6) получены экспериментальным путем при определенных условиях: ветви передачи горизонтально расположены, скорость 120 м/с, угол обхвата меньшего шкива  $180^\circ$ , нагрузка равномерная.

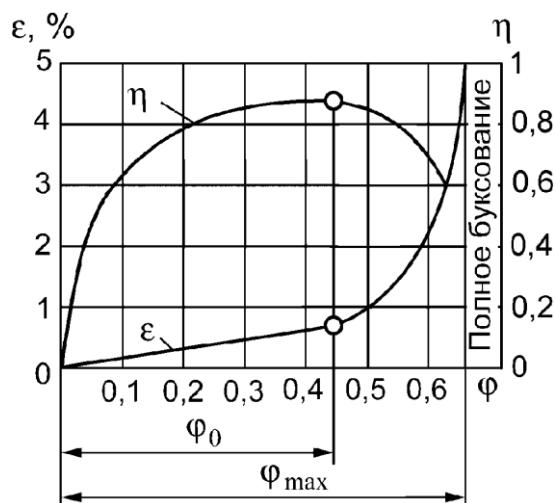
6. Расчет плоскоременной передачи сводится к определению требуемой площади поперечного сечения ремня.

Приведенное полезное напряжение  $k_0 = 2 \cdot \varphi \cdot \sigma_0$ ; условия эксплуатации ремня учитываются коэффициентами.  $\varphi$  - коэффициент тяги (относительная нагрузка);  $\varphi = F_t / 2 \cdot F_0$ ;

$F_0 = \sigma_0 \cdot A$ ,  $\sigma_0$  - напряжение от предварительного натяжения; для плоских резинотканевых ремней  $\sigma_0 = 1,8$  МПа, для стандартных клиновых  $\sigma_0 = 1,2 \dots 1,5$  МПа.

$A$  - площадь поперечного сечения ремня.

Коэффициент тяги выбирается в соответствии с величиной максимального КПД, для плоскоременных передач  $\varphi = 0,4 \div 0,6$ .



*Рисунок 25.6*

Допускаемое полезное напряжение:

$$[k] = k_0 \cdot C_\alpha \cdot C_v \cdot C_\theta / C_p,$$

где  $C_\alpha$  - коэффициент, учитывающий величину угла обхвата малого шкива; при угле охвата  $180^\circ \cdot C_\alpha = 1$ , с уменьшением угла коэффициент уменьшается.

$C_v$  - скоростной коэффициент; при скорости 10 м/с  $C_v = 1$ , при меньших скоростях незначительно увеличивается, при больших - уменьшается.

$C_\theta$  - коэффициент расположения передачи в пространстве; учитывает тип передачи и расположение ее в пространстве, при горизонтальном расположении передачи  $C_\theta = 1$ , при увеличении угла наклона передачи к горизонту -  $C_\theta$  уменьшается, так как наклон ухудшает сцепление ремня с нижним шкивом.

$C_p$  - коэффициент режима нагрузки. при односменной и спокойной нагрузке  $C_p = 1$ , при трехсменной и ударной увеличивается до 2.

Определяем потребную площадь поперечного сечения ремня:

$$A = F_t/[k],$$

где  $F_t$  - передаваемая окружная сила;  $F_t = 2 \cdot T_1/D_1$ .

Затем по таблицам стандарта подбираем размер поперечного сечения ремня.

### **Порядок выполнения работы.**

#### *Ременная передача*

При составлении конспекта ответить на следующие вопросы:

- классификация ременных передач;
- геометрия, достоинства и области применения клиноременных передач, обозначение клиновых ремней;
- силы натяжения в ремне;
- напряжения в ремне;
- расчет ремня по тяговой способности.

**Задание.** Составить конспект, ответив на перечисленные вопросы. Записать примерный порядок расчетов плоскоременной передачи. Расшифровать обозначения ремня.

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №26**

### **Выполнение расчета параметров цепной передачи**

**Количество часов** на выполнение работы: 2 часа.

**Цель:** знать типы цепей и звездочек, их сравнительную оценку, обозначение цепей по стандарту, кинематику и геометрические параметры цепных передач. Уметь подобрать тип цепной передачи по

соответствующей таблице. Знать обозначения, физический смысл коэффициентов, используемых при расчете на износостойкость шарниров цепи.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Выполнить конспект по теме «Цепные передачи». Познакомиться со стандартами и расшифровать обозначение заданного приводного ремня. Перечислить достоинства и недостатки цепных передач.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

### 1. Цепные передачи.

Цепная передача - передача зацеплением гибкой связью (рисунок 26.1).

### Классификация цепных передач

Цепи бывают однорядными и многорядными. Применяются втулочные, роликовые (рисунок 26.2, а) и зубчатые (рисунок 26.2, б) цепные передачи. В роликовых цепях контакт цепи со звездочкой осуществляется через ролик, долговечность цепи возрастает, но возрастает масса и стоимость цепи.

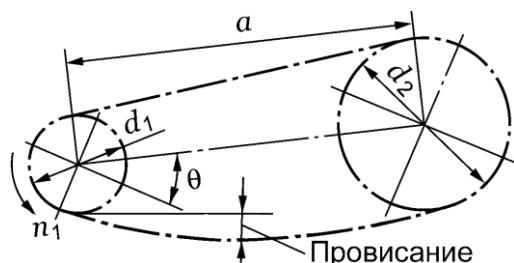


Рисунок 26.1

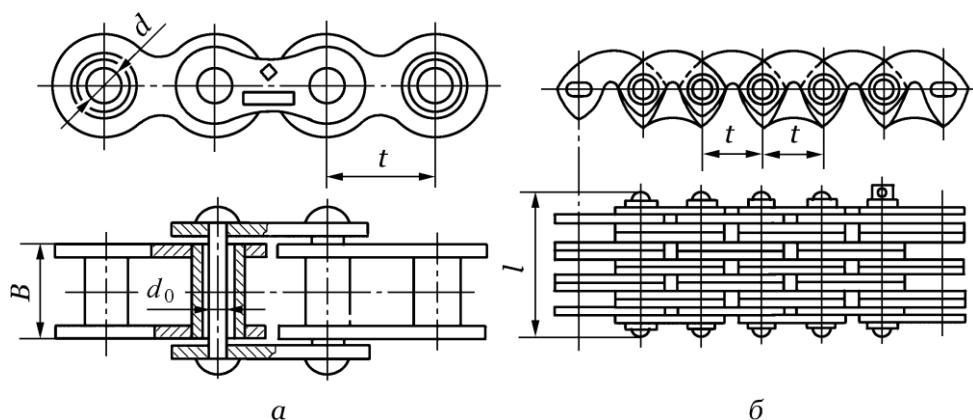


Рисунок 26.2

Зубчатые цепи набирают из пластин. В конструкцию входит направляющая пластина, предотвращающая сползание цепи со звездочки. Зубчатые цепи работают более плавно, обеспечивают большую кинематическую точность, могут передавать большую мощность, имеют больший КПД, но их масса и стоимость значительно выше.

### ***Основные геометрические параметры цепных передач***

Основной геометрический параметр передачи - шаг цепи  $t$  (см. рисунок 26.2).

Рекомендуемое межцентровое расстояние  $a = (30 \dots 50) \cdot t$ .

Число зубьев малой звездочки:  $z_1 = 29 - 2 \cdot u$ , где  $u$  – передаточное число,  $u = z_2/z_1$ .

Число зубьев большой звездочки:  $z_2 = z_1 \cdot u$ .

Здесь передаточное отношение нельзя определять как отношение диаметров делительных окружностей звездочек.

### ***Особенности рабочего процесса***

Цепь состоит из отдельных жестких элементов, располагающихся на звездочке по многограннику. С этим связаны динамические нагрузки и повышенный износ шарниров цепи. Основным критерием работоспособности является износостойкость шарниров цепи. Для закрытых передач, работающих с хорошей смазкой, критерием работоспособности считают сопротивление усталости элементов цепи. По этим соображениям большинство цепей и звездочек изготавливают из углеродистых или легированных сталей с последующей термообработкой (улучшение, закалка). Детали шарниров цепей цементируют, что повышает их износостойкость.

### ***Силы в цепной передаче***

В цепной передаче ведущая и ведомая ветви натянуты порозному.

Натяжение ведущей ветви работающей передачи:

$$F_1 = F_t + F_0 + F_v,$$

где  $F_t$  - окружная сила, передаваемая цепью;

$F_0$  - предварительное натяжение от провисания ведомой ветви цепи;

$F_v$  - натяжение от центробежных сил.

Предварительное натяжение незначительное и составляет несколько процентов от  $F_t$ ; в тихоходных передачах можно пренебречь и натяжением от центробежных сил.

*Допускаемое среднее давление в шарнире, гарантирующее нормальную работу в течение принятого срока службы, определяется по следующей таблице.*

$\omega$ , рад/с	$[p]$ , МПа при шаге цепи $t$ , мм			
	12,7...25,4	19,05...25,4	31,75...38,1	44,45...50,8
5,2	34,3	34,3	34,3	34,3
21	30,9	29,4	28,1	25,7
42	28,1	25,7	23,7	20,6
63	25,7	22,9	20,6	17,2
84	23,7	20,6	18,1	14,7
105	22,0	18,6	16,3	-
126	20,6	17,2	14,7	-
167	18,1	14,7	-	-

*Обозначение роликовых цепей:* первая цифра - число рядов; вторая цифра - шаг, мм; третья - разрушающая нагрузка, пропорциональная 10 Н; четвертая - исполнение по ширине.

Например, ПР-12,7-1820-1: приводная роликовая цепь, однорядная, шаг 12,7 мм, разрушающая нагрузка 18200 Н, первое исполнение по ширине.

#### **Примерный порядок расчета цепной передачи**

Расчет цепных передач с втулочными и роликовыми цепями заключается в проверке износостойкости звеньев цепи.

Определяется число зубьев меньшей звездочки  $z_{1min}$  по формуле

$$z_{1min} = 29 - 2 \cdot u.$$

Полученную величину округляют до целого числа.

$u = z_2/z_1$ , следовательно,  $z_2 = z_1 \cdot u$ . Округлив полученное число зубьев ведомого колеса, уточняем передаточное число передачи.

Минимальный диаметр делительной окружности меньшей звездочки можно определить по формуле

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d_1}; d_1 = \frac{t}{\sin(180^\circ/z_1)},$$

где  $t$  - шаг цепи.

Шаг цепи  $t$  можно предварительно определить по передаваемой мощности  $P$ , кВт, и частоте вращения ведущей звездочки  $n_1$ . Для выбранной предварительно цепи определяем допускаемое удельное давление в шарнире.

По справочнику для выбранной цепи определяем площадь проекции опорной поверхности шарнира  $A = d_0 \cdot B$ , где  $d_0$  - диаметр оси,  $B$  - длина втулки (см. рисунок 26.2).

Проверяем выбранную цепь на износостойкость:

$$p_{\text{ц}} = F_t \cdot K_{\text{з}} / A \leq [p_{\text{ц}}].$$

$F_t = 2 \cdot T_1 / d_1$  - окружная сила;

$T_1 = P_1 / \omega_1$  - вращающий момент на входе.

$K_{\text{з}}$  - коэффициент эксплуатации, зависящий от положения передачи в пространстве, способа смазывания, режима нагрузки, динаминости нагрузки, способа регулирования передачи. При равномерной нагрузке, односменной работе, горизонтальном расположении цепи, регулировке смещением одной из звездочек, при капельной смазке  $K_{\text{з}} = 1$ .

По таблице определяем допускаемое среднее давление в шарнире цепи.

### ***Геометрические параметры роликовых цепей (выборка)***

Приводные роликовые цепи	Диаметр ролика $d_p$ , мм	Диаметр оси ролика, $d_0$ , мм	Длина втулки цепи, $B$ , мм
ПР-9,525-9100	6,36	3,28	5,72
ПР- 12,7-10000-1	7,75	3,66	5,80
ПР-12,7-9000-2	7,75	3,66	5,80
ПР-15,875-23000-1	10,16	5,08	10,11
ПР-19,05-31800	11,91	5,94	17,75
ПР-25,4-60000	15,88	7,92	22,61
ПР-31,75-89000	19,05	9,53	46
ПР-38,1-127000	22,23	11,10	35,46
ПР-44,45-172400	25,40	12,70	37,19

### **Порядок выполнения работы.**

#### *Цепная передача*

При составлении конспекта ответить на следующие вопросы:

- классификация цепных передач;

- геометрические и кинематические параметры (передаточное отношение, межцентровое расстояние, шаг цепи);
- силы в цепной передаче;
- критерии работоспособности;
- примерный порядок расчета цепи;
- оценка цепных передач;
- обозначение роликовых цепей.

### **Задание.**

1. Составить конспект, ответив на перечисленные вопросы. Записать примерный порядок расчетов цепной передачи. Привести сравнительную оценку ременных и цепных передач. Расшифровать обозначение роликовой цепи по заданию.
2. Расшифровать заданную цепь и проверить ее на износстойкость (таблица 25.1).

Таблица 25.1

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Мощность, $P$ , кВт	1,25	1,25	3,5	10,5	25,5	49,0	89	95	100	125
Скорость, $\omega$ , рад/с	40	40	40	60	60	60	80	80	80	80
Передаточное число	2	2	2,5	2,5	3,0	3,0	3,5	3,5	2,5	2,5
Приводная цепь	ПР-12,7-9000	ПР-12,7-10000	ПР-15,875-23000	ПР-19,07-31800	ПР-25,4-60000	ПР-31,75-89000	ПР-38,1-127000	ПР-44,45-172400	ПР-50,8-227000	ПР-50,8-227000

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

## **Практическая работа №27**

### **Выполнение проектировочного расчета валов передачи**

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** знать марки используемых материалов, причины выхода из строя и критерии работоспособности валов и осей. Уметь провести проектировочный и проверочный расчеты валов и осей. Знать назначение элементов конструкции валов и осей (цапф, шеек, шпоночных пазов, галтелей, фасок) и уметь определить их размеры при эскизной проработке. Уметь проверить прочность выбранной шпонки по условию прочности на смятие.

**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Провести проектировочный расчет вала. Выполнить эскиз вала, используя соответствующие рекомендации.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

1. Валы предназначены для передачи вращающего момента и поддержания расположенных на них деталей (рисунок 27.1, а); оси, поддерживая расположенные на них детали, вращающего момента не передают. Оси бывают вращающимися и неподвижными (рисунок 27.1, б, в).

2. Материалы валов и осей.

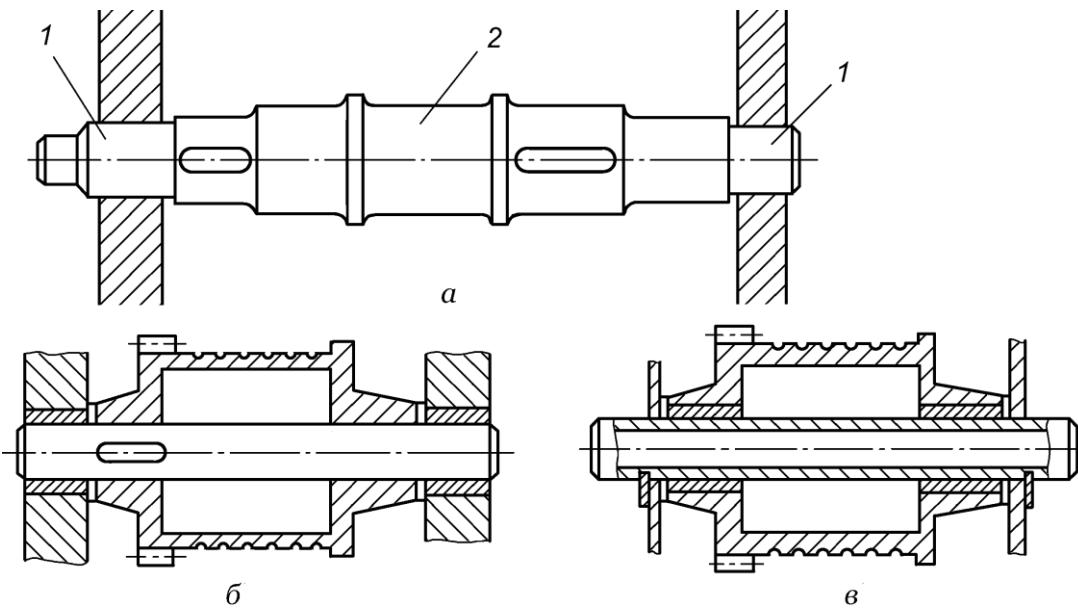
Материалы валов и осей должны хорошо обрабатываться, быть прочными и иметь высокий модуль упругости.

Для изготовления валов и осей используют качественные углеродистые и легированные стали 40, 45, 40Х, 40ХН. Для валов и осей неответственных передач применяют стали обычновенного качества без термообработки ст5, ст6.

Валы и оси обрабатывают на токарных станках, посадочные поверхности могут шлифоваться.

3. Условия работы и виды разрушений.

Валы и вращающиеся оси при работе испытывают *действие переменных напряжений* и чаще всего выходят из строя в результате усталостных разрушений.



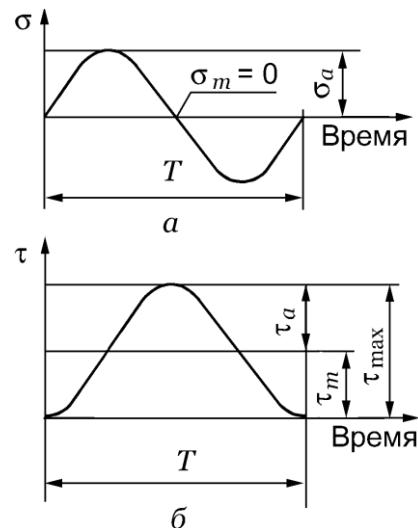
**Рисунок 27.1**

При расчетах на изгиб (по нормальным напряжениям) принимают симметричный цикл изменения напряжений (рисунок 27.2, а), при расчете на кручение (по касательным напряжениям) принимают от нулевой цикл изменения напряжений (рисунок 27.2, б).

Основными критериями работоспособности являются прочность и жесткость.

#### 4. Расчеты валов.

Расчеты проводятся в два этапа: проектировочный (предварительный) по крутящему моменту и проверочный под действием крутящего и изгибающего моментов на сопротивление усталости.



**Рисунок 27.2**

При проектировочном расчете определяют минимальный диаметр вала в опасном сечении:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}},$$

где  $M_k$  - крутящий момент,  $M_k = T$ ;  
 $T$  - вращающий момент на валу;  
 $d$  - диаметр вала;  
 $[\tau_k]$  - допускаемое напряжение при кручении,  $[\tau_k] = 20 \dots 30$  МПа

*Проверочный уточненный расчет на сопротивление усталости.* При уточненном расчете на сопротивление усталости определяются запасы прочности по нормальным и касательным напряжениям и общий запас прочности.

При расчете принимают, что напряжение изгиба меняется по симметричному циклу, а напряжение кручения - по отнулевому циклу.

Проверку на сопротивление усталости проводят по коэффициенту  $s$  запаса прочности. Расчет ведут по максимально длительно действующей нагрузке.

*Упрощенный проверочный расчет вала*

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_i^2 + M_k^2},$$

где  $M_i$  - суммарный изгибающий момент, геометрическая сумма изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$M_i = \sqrt{(M_i^r)^2 + (M_i^b)^2},$$

Условие сопротивления усталости:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{0,1 \cdot d^3} \leq [\sigma_{-1i}],$$

где  $\sigma_{\text{экв}}$  - эквивалентные напряжения в сечении;  
 $M_{\text{экв}}$  - эквивалентный момент в сечении;  
 $d$  - диаметр вала в сечении;  
 $[\sigma_{-1i}]$  - допускаемое напряжение изгиба при симметричном цикле изменения напряжений.

В большинстве случаев ограничиваются упрощенным проверочным расчетом.

5. Конструирование вала.

При конструировании, исходя из расчета на прочность и для удобства установки деталей, валы *выполняют ступенчатыми*. Для уменьшения концентрации напряжений в местах перехода диаметров выполняют галтели. Размеры галтелей выбирают по рекомендациям.

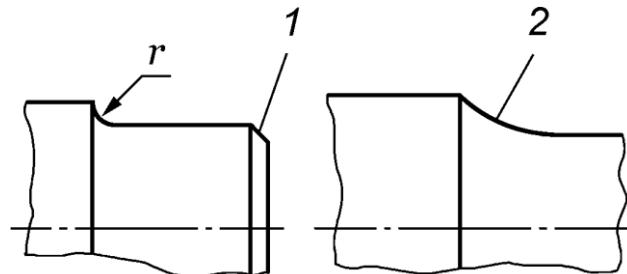
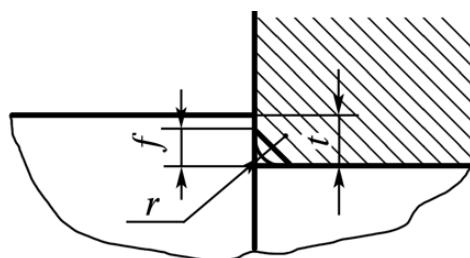


Рисунок 27.3



$f$  - фаска на ступице колеса;  $t$  - заплечик вала,  $t > 2r$ ;  $r$  - радиус галтели вала

$d$ , мм	20...28	32...45	50...70	80...90
$r$	1,6	2,0	2,5	3,0
$f$	2,0	2,5	3,0	4,0

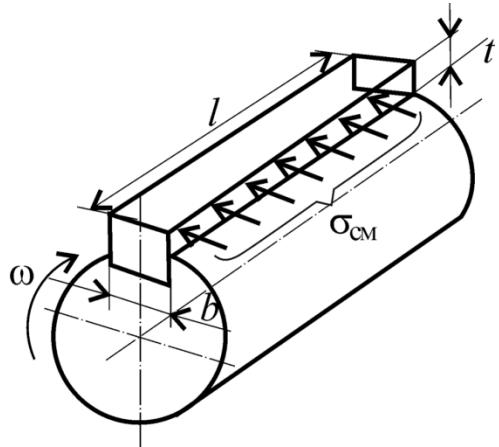
Рисунок 27.4 - Элементы вала

Шпоночные соединения служат для окружной фиксации деталей на валах и передачи вращающего момента. В современных машинах для передачи крутящего момента с вала на расположенные на нем детали используются призматические шпонки.

Размеры шпонок стандартизованы и выбираются по диаметру вала по таблице.

Критерием работоспособности шпонок является сопротивление смятию боковой поверхности. Сопутствующий смятию сдвиг для стандартных шпонок не проверяют. Поперечное сечение подбирают по каталогу по диаметру вала, длина шпонки подбирается по длине ступицы колеса. Выбранная шпонка проверяется на прочность (рисунок 27.5). Если условие прочности не выполняется, на вал устанавливают две шпонки.

При расчете шпонки делается допущение, что нагрузка равномерно распределяется по длине шпонки.



**Рисунок 27.5**

Условие прочности на смятие:

$$\sigma_{cm} = \frac{2 \cdot T}{d \cdot A_{cm}} \leq [\sigma_{cm}]$$

или

$$\sigma_{cm} = \frac{2 \cdot T}{d \cdot (h - t_1) \cdot l_p} \leq [\sigma_{cm}]$$

где Т - вращающий момент;  
 $A_{cm}$  - площадь смятия;  
 $h$  - высота шпонки;  
 $l_p$  - расчетная длина; для шпонок с плоскими концами  $l_p = 1$ , для шпонок с закругленными концами  $l_p = l - b$ ;  
 $b$  - ширина шпонки;  
 $t_1$  - глубина паза на валу.

Допускаемое напряжение смятия при стальной ступице:

$$[\sigma_{cm}] = 130 \dots 200 \text{ МПа.}$$

Таблица 27.1. Призматические шпонки (ГОСТ 23360-78)

Диаметр вала $d$ , мм	Сечение шпонки, мм		Глубина паза, мм	
	$b$	$h$	Вала $t_1$	Отверстия $t_2$
Св. 12 до 17	5	5	3	2,3
Св. 17 до 22	6	6	3,5	2,8
Св. 22 до 30	8	7	4	3,3
Св. 30 до 38	10	8	5	3,3
Св. 38 до 44	12	8	5	3,3
Св. 44 до 50	14	9	5,5	3,8
Св. 50 до 58	16	10	6	4,3
Св. 58 до 65	18	11	7	4,4
Св. 65 до 75	20	12	7,5	4,9
Св. 75 до 85	22	14	9	5,4
Св. 85 до 95	25	14	9	5,4
Св. 95 до 110	28	16	10	6,4
Св. 110 до 130	32	18	11	7,4

Примечания: 1. Стандартный ряд длин  $l$ , мм: 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 25; 28; 32; 36; 40; 45; 50; 56; 63; 70; 80; 90; 100; 110; 125; 140; 160; 180; ... до 500.

Ширина участка вала по установку колес и полумуфт (рисунок 27.6) ориентировочно выбирается из соотношения

$$l_2 = (1 \div 1,5) \cdot d,$$

где  $d$  - диаметр шейки вала;

$$l_3 = B + 2 \dots 4 \text{ мм},$$

где  $B$  - ширина подшипника.

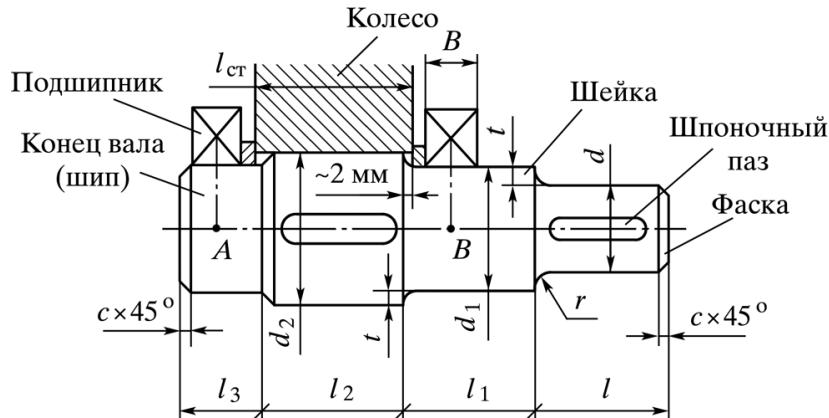
Валы закрепляются в корпусе на подшипниках скольжения или качения. При этом тип подшипника подбирается в зависимости от действующей на опору нагрузки. Нагрузка на опору определяется по уравнениям равновесия вала.

При выполнении эскиза вала подшипник подбирают по диаметру шейки вала ориентировочно, обычно по каталогу определяют ширину шарикового радиального подшипника средней серии.

Учитывая вышеперечисленные сведения, создается эскиз вала.

При выполнении эскиза использовать данные таблиц и приведенные расчетные формулы. При назначении линейных размеров ориентироваться на ГОСТ 6636-69, Нормальные линейные размеры.

На рисунке 27.6 приведен пример выполнения эскиза вала с рекомендациями.



**Рисунок 27.6**

$d$  - выходной конец вала для установки муфт и зубчатых колес, рассчитан только на кручение.

$d_1 \cong d + 2t$  - диаметр вала под установку подшипников, принимается кратным 5 или 10.

$d_2 = d_1 + 2t$  - диаметр вала под установку зубчатого колеса.

$l_{ct}$  - ширина ступицы колеса,  $l_{ct} = (1,0 \div 1,2) \cdot d$ .

$l$  - длина выходного участка вала,  $l = 1,5 \cdot d$ .

$l_1$  - длина участка вала под установку подшипника и уплотнения.

$$l_1 = (1,0 \div 1,5) \cdot d_1.$$

На расчетной схеме центр шарнира опоры вала располагают на середине радиального подшипника качения (точки А и В), нагрузки от сил в зацеплении и сил, действующих со стороны муфт прикладывают посередине шпоночного паза.

### Порядок выполнения работы.

1. Проектировочный расчет вала.

Расчет проводится по условию прочности на кручение. Определяется диаметр вала на выходном конце. Полученную величину округляем до ближайшего большего стандартного числа:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}},$$

где  $M_k$  - крутящий момент,  $M_k = T$ ;  
 $T$  - вращающий момент на валу;  
 $d$  - диаметр вала;  
 $[\tau_k]$  - допускаемое напряжение при кручении,  $[\tau_k] = 20\dots30$  МПа.

Стандартный ряд диаметров: 10, 10,5, 11, 11,5, 12, 13, 14, 15, 16 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 33, 34, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 55, 60, 63, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 125, 130, далее через 10 мм.

## 2. Создание эскиза вала

По величине диаметра выбираем величины заплечиков вала при переходе на больший диаметр (см. рисунок 27.4). Определяем  $d_1$  и  $d_2$ , используя стандартный ряд диаметров.

По диаметру  $d_1$  определяем ширину  $B$  подшипника шарикового радиального средней серии.

Рассчитываем величины  $l_3$ ,  $l_1$  и  $l_2$  по рекомендации (см. пункт 5).

По диаметрам  $d_1$  и  $d_2$  подбираем размеры шпонок по таблице.

Длину шпоночных пазов принимают по рекомендации  $l_{шп} = l_2 - 5$  мм.

По эскизу вала определяем размеры для создания расчетной схемы вала  $A$  и  $B$  (использовать ГОСТ 6636—69, Приложение).

Пример расчетной схемы для проверки вала на прочность при совместном действии изгиба и кручения (см. рисунок 27.6).

### Задание.

Выполнить проектировочный расчет вала.

По соответствующим рекомендациям вычертить эскиз вала, провести проверку на прочность шпоночных соединений. Построить расчетную схему для проверки на прочность при совместном действии изгиба и кручения.

Материал вала - сталь 45, допускаемое напряжение на кручение  $[\tau_k] = 30$  МПа; допускаемое напряжение шпонок на смятие  $[\sigma_{см}] = 200$  МПа.

Крутящий момент на валу  $T$  выбрать по варианту см. таблица 27.2:

Таблица 27.2

Параметр	Вариант					
	1	2	3	4	5	6
$T, \text{Н} \cdot \text{м}$	16	60	131	321	588	645

Таблица 27.3

Материал	Временное сопротивление $\sigma_v$ , МПа	Допускаемые напряжения, МПа	
		$[\sigma_u]$	$[\sigma_{-1u}]$
Углеродистая сталь	400	130	40
	500	170	45
	600	200	55
	700	230	65
Легированная сталь	800	270	75
	1000	330	90

**При защите ответить на следующие вопросы:**

1. Какая разница между валом и осью и какие деформации испытывают они при работе?
2. Перечислить основные критерии работоспособности валов и осей?
3. В чем заключается проектировочный расчет вала и для чего он проводится? Как учитывается изгиб вала?
4. В чем заключается проверочный расчет вала и какой параметр при этом определяется?
5. Перечислить основные виды шпонок, их достоинства и недостатки. Как проводят расчет шпонок на прочность?
6. В каких случаях используются шлицевые соединения вала и ступицы колеса?

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2]

## **Практическая работа №28**

### **Изучение конструкций узлов подшипников, их обозначение и основные типы. Конструирование узла подшипника**

**Количество часов** на выполнение работы: 1 час.

**Цель:** иметь представление о рабочем процессе подшипников скольжения, о видах разрушений и критериях работоспособности. Знать конструкции, материалы, КПД подшипников, способы смазывания.

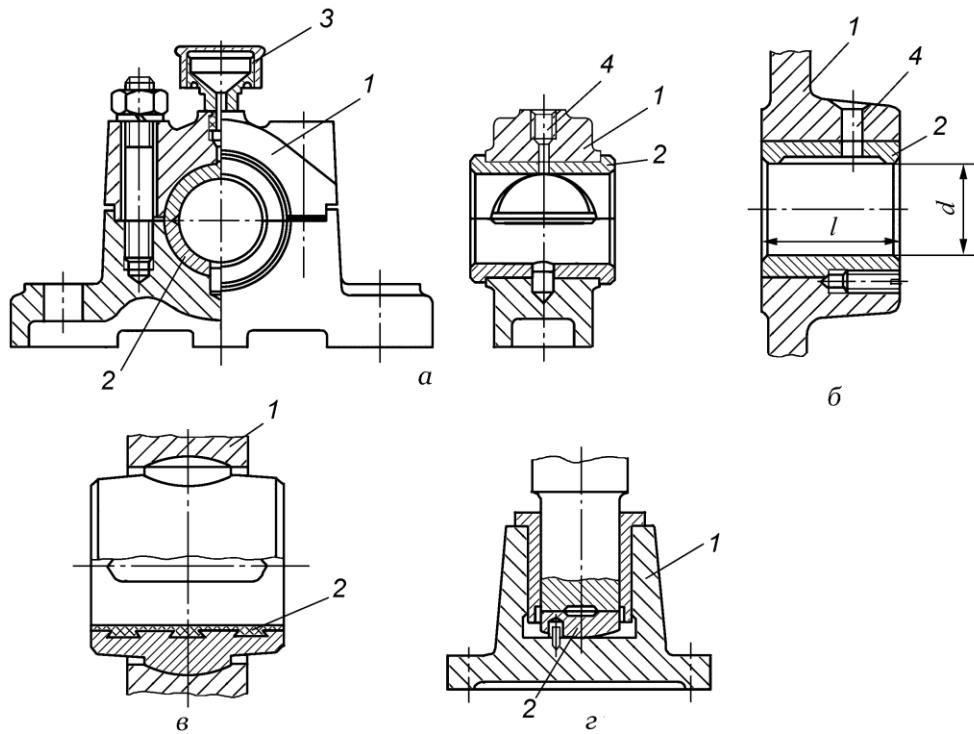
**Оборудование:** учебная литература, рабочая тетрадь, исходные данные, калькулятор, линейка, транспортир, раздаточный методический материал.

**Задание.** Ознакомиться с конструкциями подшипников скольжения, обратить внимание на особенности конструкции в зависимости от воспринимаемой нагрузки. Изучить материалы, применяемые для вкладышей и втулок, способы смазывания подшипников. Составить конспект. Для подшипника провести условный расчет подшипник по среднему удельному давлению между трущимися поверхностями.

**Методика выполнения задания. Краткие теоретические сведения:**

**1. Конструкции подшипников.** Основным элементом подшипника скольжения является вкладыш, который устанавливается в корпус подшипника или непосредственно в корпус машины. Подшипники скольжения делятся на неразъемные (рисунок 30.1, б) и разъемные (рисунок 30.1, а). Разъемные подшипники облегчают монтажные работы и увеличивают срок службы подшипника.

В зависимости от направления воспринимаемой нагрузки подшипники делятся на радиальные, радиально-упорные и упорные.



1 - корпус; 2 - вкладыш; 3 - смазывающее устройство; 4 - отверстие для подвода смазки

### *Рисунок 23.1 - Типы подшипников скольжения*

Радиальные подшипники воспринимают нагрузку направленную перпендикулярно оси вала. Радиально-упорные воспринимают сочетание радиальной и осевой нагрузки (рисунок 30.1, а, б). Упорные подшипники (рисунок 30.1, г) воспринимают только осевую нагрузку. Применяются самоустанавливающиеся подшипники со сферическим выступом на вкладыше (рисунок 30.1, в)

#### *2. Материалы вкладышей.*

Основные требования к материалам:

- низкий коэффициент трения;
- износостойкость и сопротивляемость заеданию при несовершенной смазке;
- достаточное сопротивление усталости и хрупкому разрушению;
- высокая теплопроводность.

Металлические вкладыши изготавливают из бронз, баббитов, алюминиевых сплавов и чугунов. Бронзовые вкладыши применяют при средних скоростях и больших нагрузках. Лучшими антифрикционными свойствами обладают оловянные бронзы. Алюминиевые бронзы применяют в паре с закаленными посадочными участками валов. Применяют металлокерамические пористые вкладыши из порошков бронзы или железа с добавлением графита, меди, олова или свинца, насыщенные парами масла. Их применяют в тихоходных механизмах и в

местах, труднодоступных для подвода смазки, расход смазки уменьшается в 10 раз.

**3. Смазывание подшипников.** Для уменьшения трения и изнашивания, для охлаждения и очистки подшипники смазывают. Вращающийся вал втягивает смазочные материалы между цапфой вала и вкладышем и создает гидродинамическую подъемную силу. Вал всплывает с увеличением скорости, толщина масляной пленки увеличивается, условия смазывания улучшаются (полужидкая смазка). При дальнейшем увеличении скорости слой масла увеличивается и полностью покрывает неровности поверхности (жидкостная смазка). Трение становится минимальным. *При неподвижном вале на контактной поверхности должна сохраняться пленка смазочного материала* (граничая смазка).

Смазочные материалы бывают жидкими, пластичными и твердыми. Для подвода смазочного материала во втулках и вкладышах предусмотрены отверстия, связанные с канавками. Смазочный материал, может подаваться в зону скольжения и принудительно.

**4. Виды разрушений и критерии работоспособности.** Условный расчет подшипников скольжения.

Критерием работоспособности подшипников скольжения является износстойкость - *сопротивление изнашиванию и заеданию*. Заедание возникает при перегреве подшипника: масляная пленка местами разрывается, возникает металлический контакт. В дальнейшем возможно вырывание частичек материала.

Расчеты подшипников скольжения зависят от вида смазки: расчет подшипников с несовершенной смазкой и гидродинамический расчет. Первый вид расчета по условному давлению проводится для всех подшипников. Гидродинамический расчет проводят по угловой скорости  $\omega$ , большей критической, при которой происходит «всплытие» подшипника на масляном клине. Обычно при расчете подшипника диаметр вала уже известен, по произведению  $d \cdot l$  определяют ширину вкладыша из условия:  $l = (0,6 \div 1)d$ .

**5. Условный расчет подшипников** скольжения проводят по среднему давлению между трущимися поверхностями  $p$  и по произведению  $pv$ :

$$p = R/d \cdot l \leq [p],$$

где  $R$  - реакция в опоре вала;

$d$  - диаметр цапфы;

$l$  - длина цапфы;

$[p]$  - допускаемое давление на поверхности трения;

Расчет на нагрев и отсутствие заедания:

$$pv \leq [pv],$$

где  $v$  - окружная скорость шейки вала или оси.

### **Оценка подшипников скольжения**

Достоинства:

- высокая надежность при переменных и динамических нагрузках;
- нормальная работа при высоких скоростях вращения;
- бесшумность;
- разъемные подшипники облегчают монтаж.

Недостатки:

- большой расход смазочного материала, необходимость его очистки и охлаждения;
- значительные потери на трение, КПД = 0,95...0,97 (в зависимости от качества смазки и материала вкладышей);
- большие осевые размеры

### **Рекомендации к выполнению работы.**

1. Составление конспекта по теме.

При составлении конспекта рекомендуется использовать следующую литературу:

1. Гулиа Н.В., Клоков В.А., Юрко С.А. Детали машин. М., 2004.
2. Вереина Л.И., Краснов М.М. Техническая механика. М., 2012.
3. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. М., 2014.
4. Олофинская В.П. Детали машин. Краткий курс и тестовые задания. М., 2012.
5. Эрдеди А.Л., Эрдеди Н.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов. М., 2010.

2. При выполнении конспекта ответить на следующие вопросы:

- конструкции и основы работы подшипников скольжения;
- материалы вкладышей;
- смазывание подшипников (жидкостная, полужидкостная и граничная смазка);
- виды разрушений и критерии работоспособности;
- условный расчет подшипников скольжения;
- оценка и области применения подшипников скольжения.

3. По заданной нагрузке на опоре определить диаметр и длину цапфы, проверить полученный подшипник по среднему давлению между трущимися поверхностями, на нагрев и отсутствие заедания. При расчете подшипника скольжения принять необходимые данные для расчета из таблицы 30.1.

Таблица 30.1 - Допускаемые режимы работы подшипниковых материалов

Материал	[ $p$ ], МПа	$\nu$ , м/с	[ $p \cdot \nu$ ] МПа · м/с
Антифрикционные чугуны			
АЧС-1	9,0	0,2	1,8
АЧС-2	6,0	0,75	4,5
АЧС-4	15	3	4,5
АЧС-15	20	1,0	20
АЧВ-1	12	1,0	12
Бронзы			
БрО10Ф1	15	10	15
БрО6Ц6С6	5	3	10
БрО5Ц5С5	8	3	12

Продолжение таблицы 30.1

Материал	[ $p$ ], МПа	$\nu$ , м/с	[ $p \cdot \nu$ ] МПа · м/с
Бронзы			
БрО4Ц4С17	10	4	10
БрС30	25	12	30
БрО8 Мц20	15	7	60
БрА9Ж3Л	14	4	12
Латунь			
ЛКС80-3-3	12	2	10
ЛМцС58-2-2	10,6	1	10
Баббиты			
БК-2	15	15	6
Б88	20	50	75
Б83	15	50	75

### Задание.

1. Составить конспект по теме.
2. Рассчитать размеры вкладыша подшипника скольжения для опоры вала и проверить его по среднему давлению между трущимися поверхностями (см. рисунок 30.1, б).

### Рекомендации

При расчете принять длину подшипника  $l = (0,6\dots 1) \cdot d$ , где  $d$  - внутренний диаметр вкладыша.

Расчет провести по формуле  $p = F_r/(l \cdot d) \leq [p]$ ,  $l \cdot d \geq F_r/[p]$ .

Полученный подшипник проверить по произведению  $p \cdot \nu \leq [p \cdot \nu]$ .

Данные для материалов взять из таблицы 30.2.

Определить скорость:  $\nu = \omega \cdot d/2$ .

Таблица 30.2

Параметр	Вариант					
	1	2	3	4	5	6
$F_t$ , кН	4	4,5	5	6	6,5	7
Материал	БрО10Ф1		БрА9ЖЗЛ		БрО10Ф1	
Скорость вала, рад/с	1,0	1,5	2,0	1,0	1,5	2,0

При выборе диаметра вкладыша использовать стандартный ряд диаметров.

**Требования к оформлению отчетного материала:** отчет о выполнении практической работы в рабочей тетради.

**Форма контроля:** анализ ответов обучающихся на контрольные вопросы, проверка отчета по практической работе.

**Ссылки на источники:** [1], [2].

Методические указания по дисциплине ОП.02 Техническая графика  
составлены в соответствии с рабочей программой.

**Составитель:**

Макогон Светлана Николаевна, преподаватель

**Методические указания рассмотрены и рекомендованы к  
утверждению на заседании цикловой комиссии Монтажа и ремонта  
промышленного оборудования**

Протокол № 3 от « 6 » 11 2025 г.  
Председатель ЦК Лю. Г. Т.В. Данилова

**СОГЛАСОВАНО:**

Заместитель декана по учебно-производственной работе

П.М. Макогон  
« 6 » 11 2025 г.

**УТВЕРЖДАЮ:**

Заместитель декана  
по учебной работе

И.А. Чинская