

Контрольная работа №5

Элементы теории поля

Задача 1.

Дано скалярное поле, определяемое функцией $z = f(x, y)$, и точки $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$. Найти скорость изменения скалярного поля $z = f(x, y)$ в направлении вектора $\overline{A_1A_2}$. Найти $\overline{gradz}$ и наибольшую скорость изменения поля Z в точке A_1 .

4.1. $z = x^2 + xy + y^2$;	$A_1(1; 1)$	$A_2(3; -2)$
4.2. $z = 2x^2 + 3xy + y^2$;	$A_1(2; 1)$	$A_2(4; 1)$
4.3. $z = \ln(5x^2 + 3y^2)$;	$A_1(1; 1)$	$A_2(2; -3)$
4.4. $z = x^2 + 4y^2 + 2xy$;	$A_1(1; 1)$	$A_2(3; 4)$
4.5. $z = 5x^2 + 6xy$;	$A_1(2; 1)$	$A_2(3; 2)$
4.6. $z = \arctg(xy^2)$;	$A_1(2; 3)$	$A_2(3; -1)$
4.7. $z = \arcsin(x^2/y)$;	$A_1(1; 2)$	$A_2(2; 5)$
4.8. $z = \ln(3x^2 + 4y^2)$;	$A_1(1; 3)$	$A_2(3; 2)$
4.9. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$;	$A_1(-1; 2)$	$A_2(2; 1)$
4.10. $z = 3x^2y^2 + 5xy^2$;	$A_1(1; 1)$	$A_2(3; 0)$

Задача 2.

Дана скалярная функция $u(x, y, z)$. Найти $\overline{rotgrad u}$ и $\overline{div(grad u)}$.

1. $u = x^2 + y^2 - z^2$,	2. $u = xyz$,
3. $u = \ln(x + y + z)$,	4. $u = e^{xy} + yz^2$,
5. $u = 3x^2 - xy^3 + xz - z^2$,	6. $u = e^{x+y+z}$,
7. $u = \ln(xz + yx)$,	8. $u = x^3y^3 + yz^2$,
9. $u = 5x^2y - 2y^5z^3$,	10. $u = e^{xy} + e^{xz}$

Задача 3.

Используя таблицу изображений и свойства преобразования Лапласа, найти изображение функции $f(t)$.

1. $f(t) = t \cdot e^t \cdot \cos t$	2. $f(t) = t \cdot \sin 2t$
3. $f(t) = e^{4t} \cdot \sin 3t$	4. $f(t) = \frac{\cos 2t}{t}$
5. $f(t) = \frac{e^t - 1 - t}{t}$	6. $f(t) = \sin^2 t$
7. $f(t) = \frac{\sin^2 t}{t}$	8. $f(t) = e^{t+1}$
9. $f(t) = t^2 \cdot \cos 5t$	10. $f(t) = t^2 \cdot e^{t-2}$

Задача 4.

Найти оригинал функции по ее изображению.

1. $F(p) = \frac{e^{-p}}{p \cdot (p+1)}$	2. $F(p) = \frac{2p+3}{p^3+4p^2+5p}$
3. $F(p) = \frac{p^2-2p+3}{p \cdot (p^2+9)}$	4. $F(p) = \frac{3p-2}{p^3-1}$
5. $F(p) = \frac{1}{(p+1) \cdot (p^2+1)}$	6. $F(p) = \frac{p \cdot e^{-2p}}{p^2-4}$
7. $F(p) = \frac{3p^2}{(p^3-1)^2}$	8. $F(p) = \frac{e^{-\frac{p}{3}}}{p \cdot (p^2+1)}$
9. $F(p) = \frac{p \cdot e^{-4p}}{p^2+9}$	10. $F(p) = \frac{4}{(p^2+1)^2}$

Задача 5. Найти частное решение дифференциального уравнения операционным методом.

1. $x'' + 2x' + x = t^2$, если $x(0) = 1$, $x'(0) = 2$
2. $x'' + 9x = \cos 3t$, если $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$
3. $x'' + x' = 1$, если $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$
4. $x'' + x = 0$, если $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$
5. $x'' + 4x' - 5x = e^t$, если $x(0) = 3$, $x'(0) = -3$
6. $x'' - x = \sin t$, если $x(0) = -1$, $x'(0) = 0$
7. $y'' - 4y = 4 \cdot e^{2x}$, если $y(0) = y'(0) = 0$
8. $y'' + y = 2t$, если $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$
9. $y'' + y' = t^2 + 2t$, если $y(0) = 4$, $y'(0) = -2$
10. $y'' - 2y' + 5y = 1 - t$, если $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

Раздел 13. Операционное исчисление.

- 13.1.** Функция – оригинал и преобразование Лапласа. Оригиналы и изображения элементарных функций.
- 13.2.** Свойства преобразования Лапласа.
- 13.3.** Преобразование Лапласа для кусочно-непрерывных функций.
- 13.4.** Отыскание оригиналов функций по их изображениям.
- 13.5.** Решение дифференциальных уравнений операционным методом.
- 13.6.** Решение систем дифференциальных уравнений операционным методом.

Раздел 15. Теория поля.

- 15.1** Векторная функция скалярного аргумента.
- 15.2.** Скалярное и векторное поля. Поток векторного поля.
- 15.3.** Ротор, дивергенция. Формула Гаусса – Остроградского.
- 15.4.** Потенциальное поле. Оператор Лапласа.

Раздел 16. Уравнения математической физики.

- 16.1.** Уравнения в частных производных, их классификация.
- 16.2.** Метод Фурье для решения уравнения свободных колебаний струны.
- 16.3.** Метод Даламбера для решения уравнения поперечных колебаний струны.
- 16.4.** Уравнение теплопроводности. Метод Фурье.

Раздел 17. Численные методы.

- 17.1. Интерполирование. Полиномы Лагранжа и Ньютона.
- 17.2. Итерационные методы решения уравнений. Аппроксимация производных и интегралов. Сплайн-интерполяция.
- 17.3. Приближенное решение дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.

Раздел 19. Дискретная математика.

- 19.1. Основные задачи комбинаторики. Множества (четкие и нечеткие). Соответствия, отображения и отношения (четкие и нечеткие). Основные понятия. Способы описания. Алгебра множеств (четких и нечетких).
- 19.2. Булева алгебра. Логика высказываний. Основные понятия и правила формирования сложных высказываний и суждений. Дизъюнктивные и конъюнктивные формы. Приведение к нормальной форме.
- 19.3. Элементы теории графов. Способы описания графов. Числовые характеристики графов: число вершин и дуг (ребер) графа, число компонент связности графа, бинарные операции над графами.